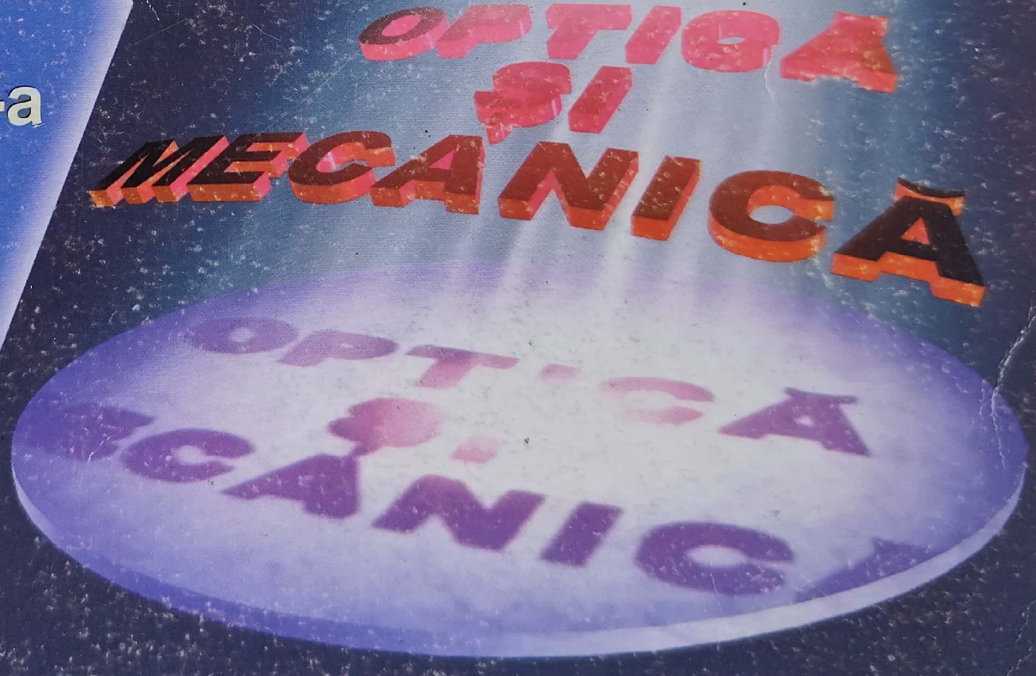
MINISTERUL EDUCAȚIEI ŞI CERCETĂRII

Daniel Ovidiu Crocnan

FIZICĂ

Manual pentru clasa a IX-a



SIGMA

2004

Scanned with OKEN Scanner

MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI CERCETĂRII

Daniel - Ovidiu Crocnan

prof. gr. I dr.

FIZICĂ

manual pentru clasa a IX-a

Editura SIGMA

Scanned with OKEN Scanner

Referenți: – Prof. gr.I Emil Gheorghe
– Prof. gr. I Ștefan Grigorescu

Redactor: Dana Florina Năstase
Tehnoredactor: Mihai Niță
Coperta: Mihai Niță

© Editura SIGMA
Toate drepturile de editare aparțin Editurii SIGMA.
Nicio parte a acestei lucrări nu poate fi reprodusă fără acordul scris al editurii.

ISBN: 973 - 649 - 145 - 5

Descrierea CIP a Bibliotecii Naţionale a României
CROCNAN, DANIEL OVIDIU
Fizică : manual pentru clasa a IX-a / Daniel Ovidiu Crocnan - București : Sigma, 2004
Bibliogr.
ISBN 973-649-145-5

53(075.35)

Editura SIGMA

Sediul central:
Str. G-ral Berthelot, nr. 38, sector 1, București, cod 010169
Tel. / fax: 021-313.96.42; 021-315.39.43; 021-315.39.70
e-mail: office@editurasigma.ro; web: www.editurasigma.ro

Distribuție:
Tel. / fax: 021-243.42.40; 021-243.40.52; 021-243.40.35
Puteți transmite comenzi folosind apelul UniTel la numerele:
080.10000.10; 080.10000.11 (în rețeaua ROMTELECOM)
e-mail: comenzi@editurasigma.ro; sigmadistrib@yahoo.com

Scanned with OKEN Scanner

CUPRINS

Capitolul 1: Optica geometrică

1.1. Reflexia și refracția luminii 5
1.1.1. Reflexia luminii 5
1.1.2. Refracția luminii 7
1.1.3. Reflexia totală 8
1.1.4. Mersul razelor de lumină în prisma optică 10
1.2. Lentile subțiri 14
1.2.1. Caracteristici generale 14
1.2.2. Construcția imaginilor în lentile subțiri 16
1.2.3. Determinarea formulelor lentilelor subțiri 17
1.2.4. Asociații de lentile subțiri 18
1.3. Ochiul 22
1.3.1. Date anatomice 22
1.3.2. Ochiul ca sistem optic 23
1.3.3. Defecte ale ochiului 24
1.3.4. Formarea imaginii și vederea cromatică 25
1.4. Instrumente optice 26
1.4.1. Microscopul 26
1.4.2. Aparatul fotografic 28

Capitolul 2: Principii și legi în mecanica newtoniană

2.1. Mișcare și repaus 34
2.1.1. Noțiuni introductive 34
2.1.2. Viteza 37
2.1.3. Accelerația 39
F.1. Mișcarea rectilinie uniformă 42
F.2. Mișcarea rectilinie uniform variată 44
F.2.1. Determinarea ecuațiilor mișcării 44
F.2.2. Cădere liberă. Aruncare pe verticală 46
F.2.3. Mișcarea într-un plan vertical, în câmp gravitațional 48
F.3. Mișcarea circulară uniformă 52
F.3.1. Mărimi caracteristice 52
F.3.2. Expresiile vitezei și accelerației în mișcarea circulară uniformă 53
2.2. Principiul 1 56
2.3. Principiul al II-lea 58
2.3.1. Tipuri de forțe 58
2.3.2. Formularea principiului al II-lea 60
2.3.3. Caracterul vectorial al forței 60
2.3.4. Diagrama corpului liber 61
2.4. Principiul al III-lea 64
2.5. Legea lui Hooke. Tensiunea în fire 66
2.5.1. Forțe elastice. Legea lui Hooke 66
2.5.2. Cuplarea resorturilor elastice 69
2.5.3. Tensiunea în fire 69
2.6. Legile frecării la alunecare 73
2.7. Legea atracției universale 79

Scanned with OKEN Scanner

2.7.1. Câteva repere istorice 79
2.7.2. Determinarea constantei gravitaționale și formularea legii 81
2.7.3. Câmpul gravitațional. Intensitatea câmpului gravitațional 82

Capitolul 3: Teoreme de variație și legi de conservare în mecanică

3.1. Lucrul mecanic. Puterea 86
3.1.1. Lucrul mecanic 86
3.1.2. Lucrul mecanic al câmpului gravitațional 87
3.1.3. Interpretarea grafică a lucrului mecanic. Lucrul mecanic al forței elastice 88
3.1.4. Puterea 89
3.1.5. Randamentul 90
3.2. Teorema variației energiei cinetice a punctului material 93
3.2.1. Forme de energie mecanică 93
3.2.2. Energie cinetică 93
3.3. Energia potențială, gravitațională și elastică 97
3.3.1. Energie potențială gravitațională 97
3.3.2. Câmp de forțe conservativ. Forțe conservative 99
3.4. Legea conservării energiei mecanice 102
3.5. Teorema variației impulsului 107
3.5.1. Impulsul 107
3.5.2. Variația impulsului punctului material 107
3.6. Legea conservării impulsului 110
F.4. Ciocniri plastice 114
F.5. Ciocniri perfect elastice 117

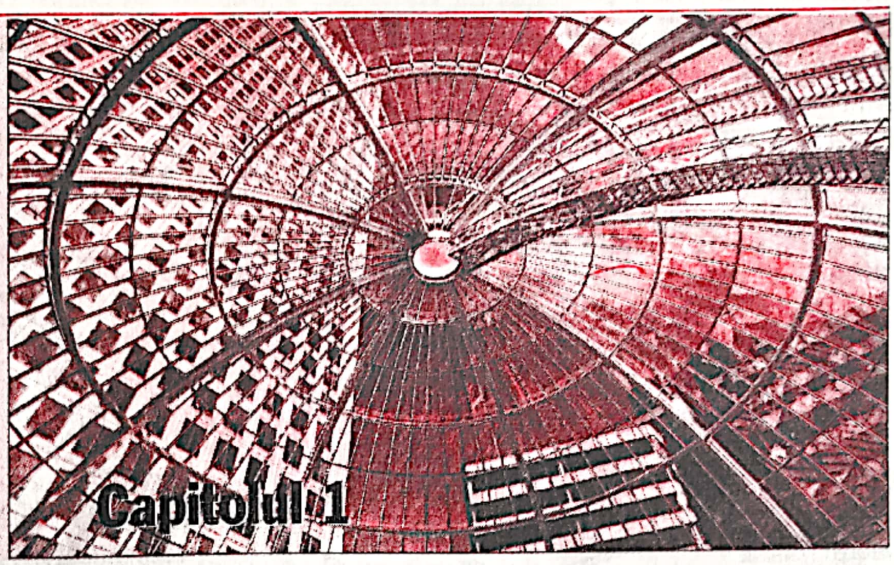
Capitolul 4: Elemente de statică

4.1. Echilibrul de translație 120
4.1.1. Mișcări de translație, mișcări de rotație 120
4.1.2. Compunerea forțelor 121
4.1.3. Condiția de echilibru la translație 121
4.2. Echilibrul de rotație 123
4.2.1. Compunerea forțelor paralele 123
4.2.2. Centrul de greutate 124
4.2.3. Momentul forței 126
4.2.4. Cuplu de forțe. Momentul cuplului 127
4.2.5. Condiția de echilibru de rotație 127

Teste de evaluare semestriale 131
Anexa I – Mărimi fizice – unități fundametale în Sistemul Internațional de Unități 140
Anexa II – Deducerea expresiei distanței focale a unei lentile subțiri 142
Anexa III – Erori de măsurare 143
Anexa IV – Prezentarea datelor experimentale 145
Anexa V – Operații cu vectori 147
Anexa VI – Calcularea razei Pământului și a distanțelor la stelele apropiate 149

Scanned with OKEN Scanner

1.1. Reflexia și refracția luminii
1.2. Lentile subțiri
1.3. Ochiul
1.4. Instrumente optice



Capitolul 1

OPTICA GEOMETRICĂ

Optica geometrică este domeniul fizicii care studiază legile de propagare a luminii în medii transparente, pe baza conceptului – **rază de lumină**.

Dicționar
Raza de lumină: Linie imaginară care descrie direcția de propagare a luminii.

Un grup de raze de lumină formează un fascicul de lumină. Acesta poate fi *convergent*, *paralel* sau *divergent* după cum razele de lumină se întâlnesc într-un punct comun, se deplasează paralel una față de alta sau pornesc din același punct (fig. 1).

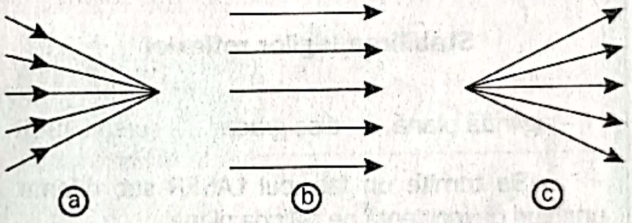


Fig. 1. Reprezentări ale fasciculelor de lumină în optica geometrică: convergent (a); paralel (b); divergent (c).

1.1. Reflexia și refracția luminii

1.1.1. Reflexia luminii

Când o rază de lumină, ce traversează un mediu transparent, întâlnește suprafața de separație dintre acesta și un al doilea mediu, se poate observa una dintre situațiile din figurile 2. a, b.

Dicționar
Reflexia luminii: Fenomenul de întoarcere a luminii în mediul din care provine, când întâlnește suprafața de separație a două medii.

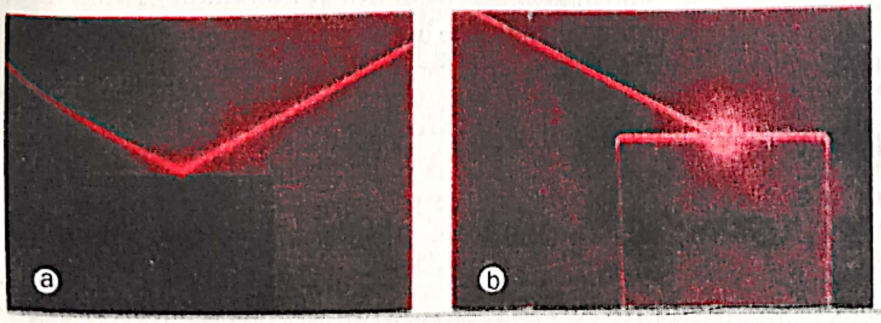


Fig. 2. Reflexie specular (a), reflexie difuză (b).

Scanned with OKEN Scanner

Deși comportarea razei de lumină pare a fi diferită în cele două cazuri, este vorba de unul și același fenomen: *reflexia luminii*.

Prima situație (a) se produce când suprafața de separație a celor două medii este perfect plană, fenomenul fiind denumit **reflexie speculară**. Cea de-a doua (b) are loc pe o suprafață rugoasă și poartă numele de **reflexie difuză.**

Dacă raze paralele dintr-un fascicul cad pe suprafețe cu orientări diferite, unghiurile de incidență vor fi diferite (fig. 3). Ca urmare și razele reflectate se vor împrăștia pe diferite direcții.

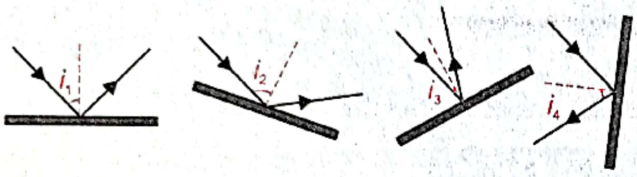


Fig. 3

În acest fel se produce reflexia difuză (fig. 4 b și c). Se observă în imaginea mărită că și în acest caz legile reflexiei sunt respectate.

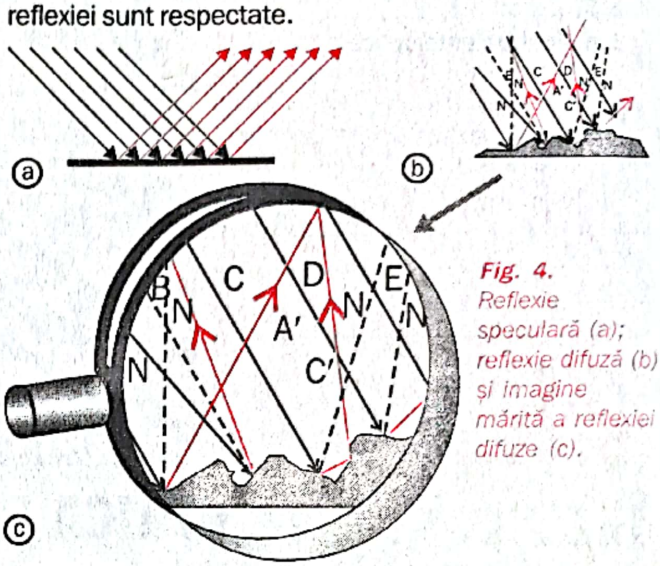


Fig. 4. Reflexie speculară (a); reflexie difuză (b) și imagine mărită a reflexiei difuze (c).

Laborator

Stabilirea legilor reflexiei

Materiale necesare:

– oglindă plană – disc gradat – sursă LASER

- Se trimite un fascicul LASER sub diferite unghiuri de incidență pe oglinda plană.
- Se citesc unghiurile de incidență și de reflexie și se trec în caiet într-un tabel de tipul:

i(°)	10	20	30	40	50	60
r(°)						

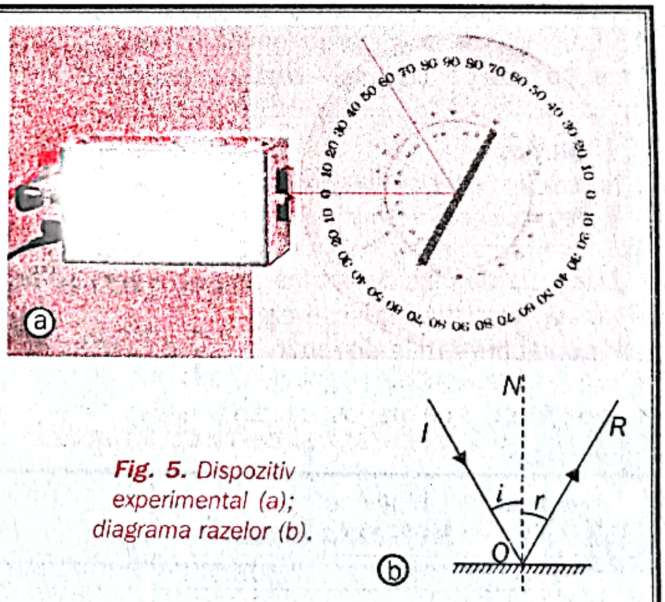


Fig. 5. Dispozitiv experimental (a); diagrama razelor (b).

Concluzii

1. Raza incidentă (IO), raza reflectată (OR) și normala (ON) sunt în același plan.

2. Unghiul de incidență (i) este egal cu unghiul de reflexie (r).

$$i = r$$

Afirmațiile (1) și (2) reprezintă **legile reflexiei.**

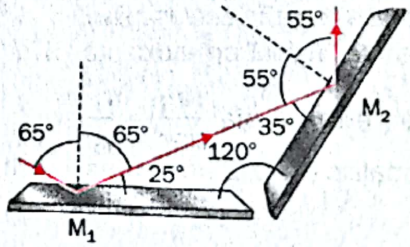
Exemplu

Două oglinzi fac între ele un unghi de 120°. Se trimite o rază incidentă pe oglinda M_1, sub un unghi de incidență de 65°. Găsiți unghiul de reflexie pe cea de-a doua oglindă.

Rezolvare

Aplicând legile reflexiei, putem construi mersul razei de lumină.

Din aproape în aproape, se determină unghiurile ca în figură.



Scanned with OKEN Scanner

1.1.2. Refracția luminii

După cum apare din fig. 6. a, în cazul unor medii transparente nu toată lumina se reflectă. O parte va pătrunde în cel de-al doilea mediu după o altă direcție. Fenomenul poartă numele de **refracție**.

Dicționar

Refracția luminii: Fenomenul de modificare a direcției de propagare a luminii, la trecerea acestela dintr-un mediu transparent în altul, când întâlnește suprafața de separație a acestora.

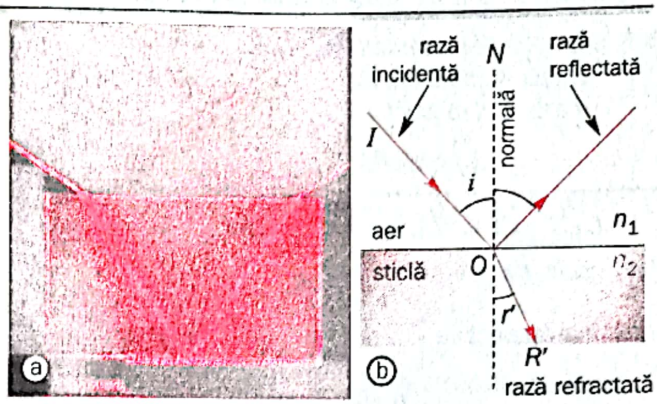


Fig. 6. Un fascicul oblic de lumină, incident la suprafața care separă aerul de o placă de sticlă, suferă fenomenul de refracție. Se observă modificarea direcției de propagare în sticlă (a) și direcțiile de propagare (b).

Fig. 6. b. prezintă diagrama refracției luminii din aer într-o placă de sticlă. Sunt reprezentate: raza incidentă (*IO*), refractată (*OR'*) și normala (*ON*), precum și unghiurile de incidență (*i*) și refracție (*r'*).

Laborator

Determinarea legilor refracției

Materiale necesare:
- bloc de sticlă semicilindric
- sursă LASER
- disc gradat

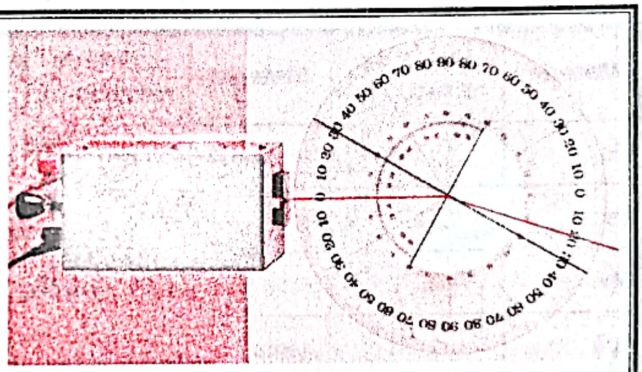


Fig. 7. Dispozitiv experimental.

- Pentru diferite unghiuri de incidență se determină unghiurile de refracție.
- Se notează ambele unghiuri în caiet, într-un tabel de tipul celui de mai jos, utilizând diagrama razelor din fig. 6. b.

Unghi de incidență i(°)	Unghi de refracție r'(°)	sin i	sin r'
45		0,7071	
50		0,7771	
60		0,8660	
70		0,9397	
80		0,9848	

- Se calculează sinusul unghiurilor și se face graficul $\sin i = f(\sin r')$ folosind datele obținute în tabel.
- Se construiește dreapta reprezentativă ($\sin i = f(\sin r')$) printre punctele experimentale la egală distanță de acestea.

Concluzii

1. Raza incidentă (IO), raza refractată (OR') și normala (ON) sunt în același plan.

2. Între unghiul de incidență (*i*) și unghiul de reflexie (*r'*) există relația $\frac{\sin i}{\sin r'} = \frac{v_1}{v_2}$. (1)

Afirmațiile (1) și (2) reprezintă **legile refracției**.

Prin măsurarea vitezei luminii în vid s-a constatat că aceasta are o viteză apropiată de $3 \cdot 10^8$ m/s. În orice alt mediu viteza acesteia este mai mică. Ea depinde de o proprietate a mediului care a fost denumită ***densitate optică***. Un indicator al densității optice a unui mediu este *indicele de refracție* (*n*).

Scanned with OKEN Scanner

Dicționar

Indice de refracție al unui material (n) = *mărime fizică adimensională egală cu raportul dintre viteza luminii în vid (c) și viteza luminii în materialul respectiv (v).*

$$n = \frac{c}{v} \qquad (1)$$

Înlocuind în relația (1) vitezele de deplasare a luminii în cele două medii cu indicii de refracție a mediilor respective $\left(n_1 = \frac{c}{v_1} \text{ și } n_2 = \frac{c}{v_2}\right)$ se obține

$$n_1 \sin i = n_2 \sin r'$$

relație care poartă numele de *Legea lui Snell*.

În tabelul nr. 1 sunt dați indicii de refracție măsurați pentru diferite medii.

Tabel 1

Material	Indice de refracție (*n*)	Material	Indice de refracție (*n*)
Vid	1,0000	Alcool etilic	1,36
Aer	1,0003	Plexiglas	1,51
Gheață	1,31	Sticlă	1,52 ÷ 1,66
Apă	1,33	Diamant	2,417

Observații

1. Dacă relația lui Snell se scrie sub forma

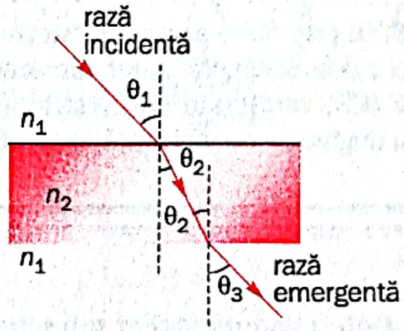
$$\frac{\sin i}{\sin r'} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}$$

n_{21} se numește *indice de refracție relativ* și este raportul indicilor de refracție a celor două medii.

2. În graficul experimental [$\sin i = f(\sin r')$], panta graficului este numeric egală cu indicele de refracție relativ a celor două medii. Dacă unul dintre medii are indice de refracție cunoscut, procedeul reprezintă o metodă de determinare a indicelui de refracție a celui de-al doilea mediu.

Exemplu

O rază de lumină aflată într-un mediu cu indice de refracție n_1 trece printr-o placă de sticlă cu indice de refracție n_2. Arătați că raza emergentă este paralelă cu raza incidentă.



Rezolvare

Se aplică legea lui Snell pentru cele două suprafețe la limita cărora are loc refracția:

$$\sin\theta_2 = \frac{n_1}{n_2}\sin\theta_1 \qquad (2)$$

și:

$$\sin\theta_3 = \frac{n_2}{n_1}\sin\theta_2 . \qquad (3)$$

Înlocuind pe (2) în (3), se obține:

$$\sin\theta_3 = \frac{n_2}{n_1}\left(\frac{n_1}{n_2}\sin\theta_1\right) = \sin\theta_1$$

Deci $\theta_1 = \theta_3$ și cele două raze, incidentă și emergentă, sunt paralele.

1.1.3. Reflexia totală

O lampă cu multiple fascicule de lumină este scufundată într-un bazin cu apă (fig. 8). Fasciculele de lumină se îndreptă spre suprafața de separație a apei cu aerul, cu unghiuri de incidență din ce în ce mai mari.

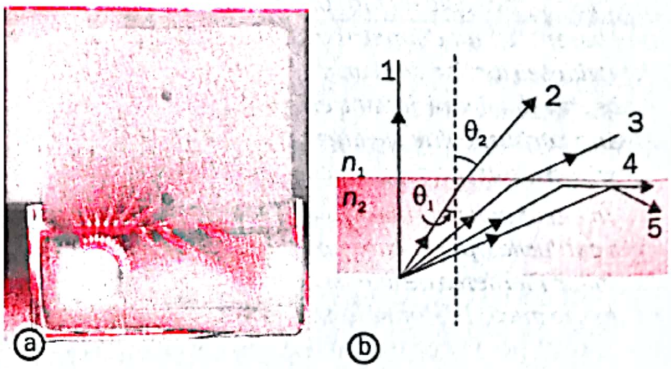


Fig. 8.
Dispozitiv experimental de evidențiere a reflexiei totale (a) și diagrama razelor (b).

Scanned with OKEN Scanner

Scanned with OKEN Scanner

Observație

• Pe măsură ce unghiul de incidență crește:

a) raza refractată devine mai puțin vizibilă (refracția scade);

b) raza reflectată devine mai strălucitoare (reflexia crește);

c) unghiul de refracție se apropie de 90° până când, în cele din urmă, pentru un anumit unghi de incidență, numit *unghi limită* (l), raza refractată nu mai apare.

Unghiul limită este unghiul peste valoare căruia se produce fenomenul numit **reflexie totală.**

Fenomenul are loc ori de câte ori lumina trece dintr-un mediu mai dens optic (n_2) într-unul mai puțin dens optic (n_1) cu ($n_2 > n_1$).

Unghiul limită se găsește din legea lui Snell considerând unghiul de refracție de 90° ($\sin 90° = 1$),

$$\frac{\sin l}{\sin 90°} = \frac{n_2}{n_1} \Leftrightarrow \sin l = \frac{n_2}{n_1}.$$

Exemplu

Determinați unghiul limită la suprafața de separație a unei plăci de sticlă cu aerul. Se dă $n_{st} = 1{,}52$.

Rezolvare

Se aplică expresia unghiului limită:

$$\sin l = \frac{n_{aer}}{n_{st}} = \frac{1}{1{,}52} \approx 0{,}658 \Rightarrow l = 41°50'.$$

Reflexia totală are loc pentru unghiuri de incidență mai mari ca unghiul limită. În cazul problemei din exemplul anterior, acesta era de 41°10′. Pentru suprafețele de separație cu alte medii se obțin alte valori ale unghiului limită.

• ***Exercițiu:***

Calculați unghiul limită pentru suprafața de separație a trei perechi de medii alese din tabelul 1 de la pag . 8. Ce concluzie puteți trage?

Laborator

Principiul fibrei optice

Materiale necesare:

– bidon transparent găurit lateral spre bază
– apă
– sursă de lumină

Se umple bidonul cu apă, ținând orificiul lateral închis. Se eliberează orificiul și se îndreaptă sursa de lumină pe direcția acestuia. Ceea ce se va observa, este figurat în imaginea alăturată. Când dăm drumul apei, fasciculul de lumină va fi prins în jetul de apă care curge din recipientul transparent. În jetul de apă, având un indice de refracție mai mare decât al aerului, se produce fenomenul de reflexie totală.

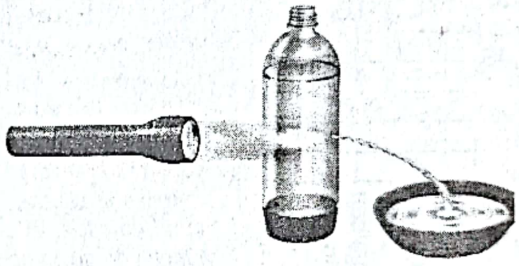


Fig. 9. Dispozitiv experimental de vizualizare a principiului fibrei optice

Este principiul după care funcționează **fibra optică.**

Lectură — ***Fibre optice***

Fibra optică este un tub subțire de sticlă sau de plastic, transparent, cu un diametru uzual de câteva zeci de μm, care ghidează lumina de la un capăt la altul al său. După cum se observă din figură, lumina este obligată să se deplaseze urmând curburile line ale fibrei optice, ca rezultat al unor reflexii totale interne succesive.

În cazul utilizării mai multor fibre optice paralele, se obțin cablurile optice, care pot fi utilizate la transmiterea imaginilor. Pierderea de intensitate luminoasă în aceste fibre este foarte mică și datorată în special absorbției la capetele acestora. Fibrele optice se utilizează pentru vizualizarea

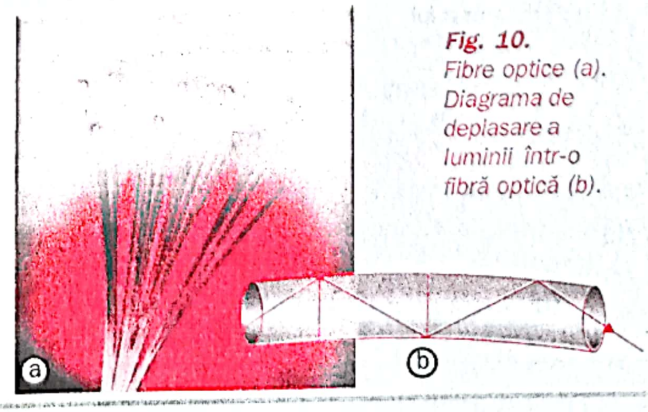


Fig. 10. Fibre optice (a). Diagrama de deplasare a luminii într-o fibră optică (b).

imaginilor din locuri greu accesibile – ca, de exemplu, în medicină, la vizualizarea, pentru diagnostic şi tratament, a unor organe interne (stomac, colon etc.) fără intervenţie chirurgicală majoră (laparoscopie). În cazul depistării ulcerului, prin această tehnică, se introduc prin esofag două cabluri optice. Unul este utilizat pentru a ilumina interiorul stomacului, iar cel de-al doilea pentru a recepta imaginea acestuia. Imaginea poate fi văzută de medic pe un monitor sau pe o placă fotografică.

Fibrele optice sunt utilizate în telecomunicaţii, datorită posibilităţii de transport, cu pierderi minime, al imaginilor, sunetului şi a volumului mult mai mare de informaţii transmise în unitatea de timp – faţă de telefonie sau alte sisteme de transmisie pe bază de semnale electrice.

1.1.4. Mersul razelor de lumină în prisma optică

O proprietate importantă a indicelui de refracţie (n) al unui mediu transparent, este aceea că, în orice mediu, cu excepţia vidului, valoarea acestuia depinde de culoarea radiaţiilor. Fenomenul poartă numele de **dispersie** (fig. 11.).

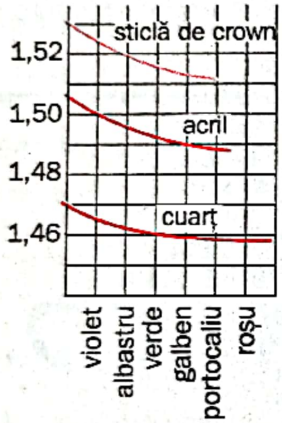


Fig. 11. *Variaţia indicelui de refracţie în diferite tipuri de sticlă, în funcţie de culoarea luminii.*

El poate fi evidenţiat în cazul unei prisme optice, în care diferitele culori, componente ale luminii albe se vor comporta diferit, apărând, după trecerea prin prismă, refractate după direcţii diferite (fig. 1. coperta 4).

Dicţionar

Prisma optică: *Mediu transparent mărginit de două suprafeţe plane care fac între ele un unghi diedru.*

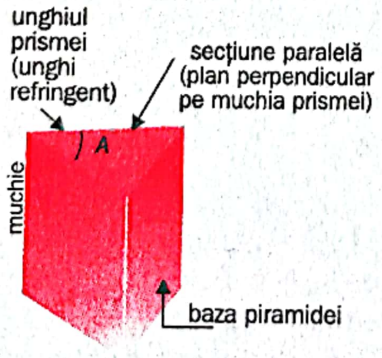


Figura 12 redă comportarea unui fascicul îngust divergent de lumină la trecerea printr-o prismă optică.

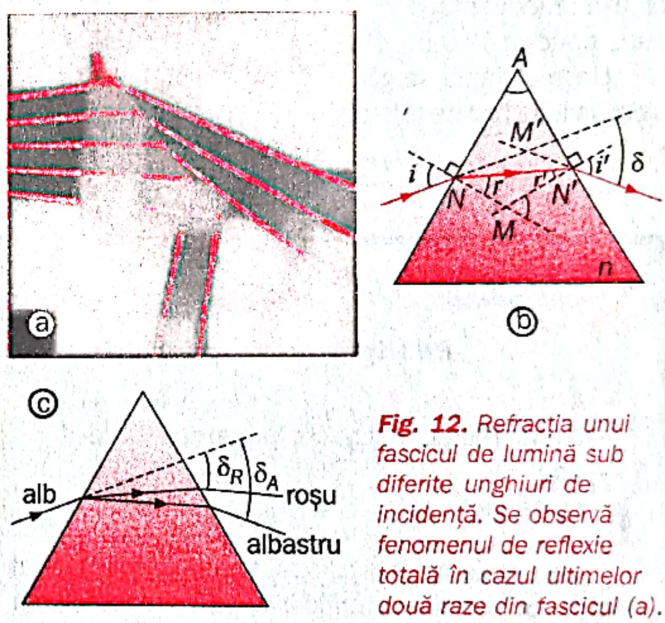


Fig. 12. *Refracţia unui fascicul de lumină sub diferite unghiuri de incidenţă. Se observă fenomenul de reflexie totală în cazul ultimelor două raze din fascicul (a). Refracţia unui fascicul de lumină pe feţele laterale ale prismei va pune în evidenţă un unghi δ numit* ***unghi de deviaţie*** *(b). Deviaţia luminii albastre (δ_A), este mai mare decât a celei roşii (δ_R) (c).*

În mediile optice obişnuite, indicele de refracţie creşte de la radiaţia roşie la cea violetă ceea ce echivalează cu o deviaţie mai puternică a celei din urmă. Există însă şi medii (de exemplu, vaporii de iod) în care variaţia indicelui de refracţie este inversă. În prismele realizate din astfel de materiale, deviaţia radiaţiei roşii este mai mare decât a celei violet. Mediile de acest tip, prezintă o ***dispersie anomală***.

Să studiem mersul razelor de lumină printr-o prismă optică, având unghiul refringent A şi indicele de refracţie n. Raza de lumină suferă fenomenul de refracţie pe cele două feţe plane ale prismei, care determină unghiul de refringenţă. Considerând că prisma se află în aer, legea lui Snell scrisă pentru cele două feţe este, conform fig. 12. b:

$$\sin i = n \sin r \qquad (1)$$

Scanned with OKEN Scanner

pentru prima față și respectiv:

$$n \sin r' = \sin i' \qquad (2)$$

pentru cea de-a doua.

Unghiul de deviație δ este suplementul unghiului $NM'N'$. Din triunghiul $NM'N'$ obținem:

$$\widehat{NM'N'} = 180° - (i - r) - (i' - r').$$

Deci:

$$\delta = i + i' - (r + r') = i + i' - A. \qquad (3)$$

Unghiurile A și respectiv $r + r'$ sunt suplemente ale aceluiași unghi, NMN'. Din relația (3) se observă că unghiul de deviație variază cu unghiul de incidență. Prin variația unghiului de incidență (de exemplu pornind de la o valoare mare a acestuia și apoi micșorându-l progresiv), se observă că unghiul de deviație δ descrește la început, pentru ca apoi să crească.

Valoarea minimă a unghiului de deviație (δ_m) se obține atunci când raza de lumină trece simetric prin prismă (fig. 13).

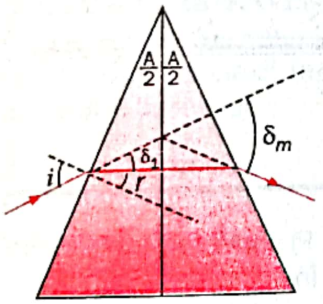


Fig. 13. Simetria trecerii razei de lumină prin prismă asigură obținerea unei deviații minime (δ_m).

Pentru determinarea expresiei de calcul al acestui unghi se observă că:

$r = \frac{A}{2}$ (unghiuri cu laturi perpendiculare)

$\delta_1 = \frac{\delta_m}{2}$ (pe fiecare suprafață se produce jumătate din deviația totală)

$$i = r + \delta_1 = \frac{A + \delta_m}{2}.$$

Aplicând legea lui Snell, $\sin i = n \sin r$, pe prima față laterală a prismei și înlocuind termenii determinați, se obține:

$$\sin\frac{A + \delta_m}{2} = n \sin\frac{A}{2} \qquad (4)$$

de unde rezultă expresia indicelui de refracție al mediului:

$$n = \frac{\sin\frac{A + \delta_m}{2}}{\sin\frac{A}{2}}. \qquad (4')$$

Relația (4') poate fi utilizată la determinarea indicelui de refracție al unui mediu solid transparent. Pentru aceasta, este suficientă tăierea unei prisme din materialul respectiv și măsurarea unghiului de refringență și a celui de deviație minimă. În cazul unui unghi de refringență (A) mic și unghiul de deviație minimă va fi mic. În acest caz se pot aproxima sinusurile din expresia (4') cu argumentele lor. Se obține:

$$n = \frac{A + \delta_m}{A} \quad \text{sau} \quad \delta_m = (n - 1)A. \qquad (5)$$

Exemplu

Dându-se o prismă optică, cu indice de refracție n și unghiul de refringență A, să se determine condiția ca o rază de lumină, care pătrunde în prismă printr-una din fețele plane laterale unghiului de refringență, să poată ieși prin cealaltă. Se consideră că prisma se află în aer.

Rezolvare

În problemă se pot utiliza notațiile din fig. 12.b.

Pentru stabilirea condiției cerute în problemă trebuie să nu se producă reflexie totală pe cea de-a doua față a prismei. Când lumina trece din prismă în exterior trebuie ca unghiul de refracție r' să fie mai mic decât unghiul limită l, de producere a reflexiei totale.

$$r' \leqslant l. \qquad (a)$$

Deoarece: $A = r + r'$, condiția devine:

$$r \geqslant A - l \qquad (b)$$

sau: $$\sin r \geqslant \sin(A - l). \qquad (c)$$

Sinusul unghiului de refracție poate fi scris din legea lui Snell aplicată la refracția pe suprafața plană considerată:

$$\sin i = n \sin r.$$

Înlocuind în (c) rezultă:

$$\frac{\sin i}{n} \geqslant \sin(A - l) \qquad (d)$$

Cum $i \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$, se verifică îndeplinirea relației (d) pentru $i_{min} = 0$. În acest caz, $r = 0$, $r' = A$ și condiția (a) devine:

$$A \leqslant l. \qquad (e)$$

În extrema cealaltă a domeniului de valori ale variabilei i, pentru $i = \frac{\pi}{2}$, se obține $r = l$ și împreună cu condiția (a), aceasta va conduce la condiția $A \leqslant 2l$.

Deci condiția de emergență este îndeplinită pentru orice rază de lumină dacă unghiul de refringență al prismei îndeplinește condiția (e), echivalentă cu:

$$A \leqslant \arcsin\frac{1}{n}.$$

Scanned with OKEN Scanner

Rezumat

• Indicele de refracție al unui material, este definit de: $n = \frac{c}{v}$, unde c este viteza luminii în vid, iar v este viteza luminii în mediul considerat.

• Prima lege a reflexiei / refracției stabilește că raza incidentă, raza reflectată / refractată și normala la suprafața de separație a celor două medii transparente sunt în același plan.

• A II-a lege a reflexiei luminii spune că unghiul de reflexie (r) este egal cu unghiul de incidență (i).

• A II-a lege a refracției stabilește că schimbarea direcției de propagare a luminii, când aceasta trece dintr-un mediu transparent în altul, este dată de:

$$n_1 \sin i = n_2 \sin r,$$

unde n_1 și n_2 sunt indicii de refracție ai celor două medii, iar i și r sunt unghiurile de incidență și refracție.

• Reflexia totală are loc când lumina care se deplasează dintr-un mediu mai dens optic (n_2) în unul mai puțin dens optic (n_1 cu $n_2 > n_1$) cade sub un unghi de incidență mai mare decât unghiul limită l dat de: $\sin l = \frac{n_2}{n_1}$.

• Într-o prismă optică lumina se deplasează astfel încât unghiul de deviație (δ – unghiul dintre raza incidentă și emergentă) este dat de expresia:

$$\delta = i + i' - A,$$

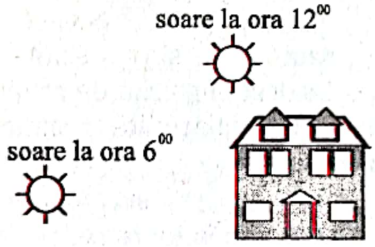
unde A este unghiul diedru al prismei, iar i și i' sunt unghiurile de incidență și emergență pe care le face raza de lumină cu direcțiile normale la fețele laterale unghiului diedru al prismei.

• Valoarea minimă a acestui unghi (δ_m) se obține la simetrie. În acest caz indicele de refracție este:

$$n = \frac{\sin\frac{A+\delta_m}{2}}{\sin\frac{A}{2}}.$$

Verificați-vă cunoștințele

1. De ce ferestrele unui case par că reflectă lumina doar la răsărit sau în asfințit?

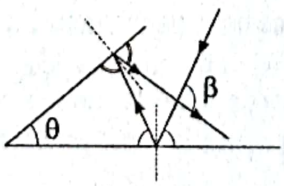


2. Dacă un fascicul de raze paralele produc pe o suprafață reflexia difuză, cum se poate susține că ele vor respecta legile reflexiei?

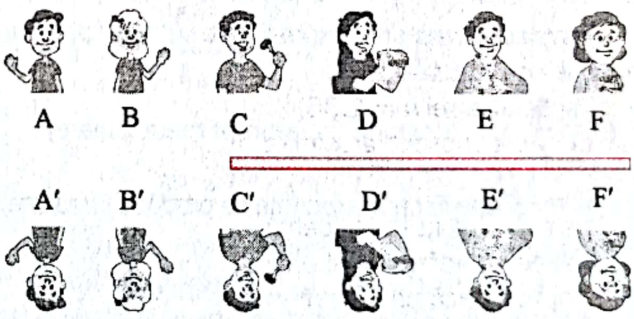
3. Este mai ușor de citit scrisul de pe o foaie lucioasă sau de pe una zgrunțuroasă? Argumentați răspunsul.

4. Cum se explică „orbirea", în timp de noapte a unui șofer care circulă pe un drum după ploaie, de către farurile unui automobil ce vine din sens opus?

5. Suprafețele reflectante a două oglinzi fac între ele un unghi θ ($0 < \theta < 90°$). Dacă raza de lumină lovește oglinda aflată pe orizontală, arătați că raza emergentă intersectează raza incidentă sub un unghi $\beta = 180° - 2\theta$.



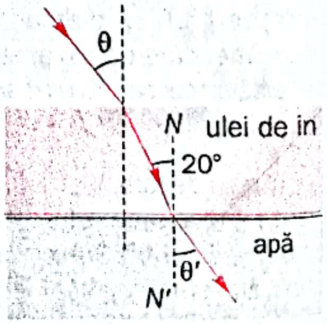
6. Șase elevi (A, B, C, D, E, F) sunt așezați la distanțe egale în fața unei oglinzi ca în figura alăturată.



Dacă A', B', C', D', E', F', sunt imaginile lor, construind razele potrivite, determinați cine pe cine poate vedea în oglindă?

7. Determinați unghiurile θ și θ', dacă se știe că unghiul făcut de raza de lumină cu normala NN', în pelicula de ulei, este de 20°.

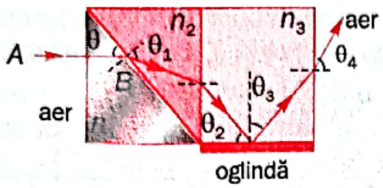
Se dă indicele de refracție al uleiului $n_u = 1{,}48$.



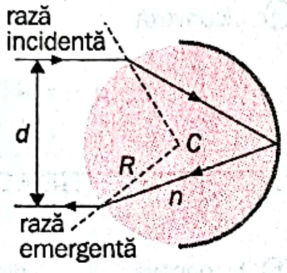
Scanned with OKEN Scanner

8. Un pescar vrea să prindă pește ca în imaginea alăturată. Unde va trebui să țintească pentru a prinde peștele? Trasați drumul unei raze de lumină venită de la pește.

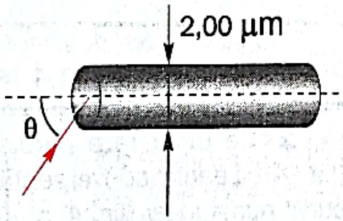
9. Dându-se $n_1 = 1{,}7$; $n_2 = 1{,}5$; $n_3 = 1{,}3$ și $\theta = 45°$, determinați θ_1, θ_2, θ_3 și θ_4. Se consideră indicele de refracție al aerului $n_0 = 1$.



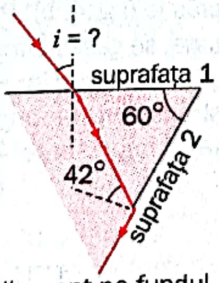
10. Un cilindru transparent, de rază $R = 2$ m, are depusă pe o suprafață o peliculă de argint, formând astfel o oglindă. Dacă raza incidentă și cea emergentă (care iese din piesa cilindrică) sunt paralele, iar $d = 2$ m, să se determine indicele de refracție al materialului.



11. Stabiliți unghiul limită de incidență θ, pentru care se produce reflexia totală a luminii ce intră într-o bară din material transparent. Se consideră indicele de refracție al barei $n = 1{,}36$. Este util de cunoscut grosimea barei?



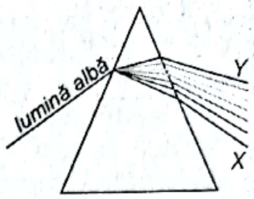
12. Care este unghiul de incidență al luminii pe suprafața 1, al unei prisme optice dacă pe suprafața 2 se obține reflexie totală?



13. Un hoț de bijuterii ascunde un diamant pe fundul unui bazin cu apă. Pe suprafața apei așază un disc de lemn centrat pe diamant. Dacă bazinul are 2 m adâncime, care este diametrul minim pe care trebuie să-l aibă discul pentru ca diamantul să nu poată fi văzut?
a) 1,86 m; b) 1,96 m; c) 2,06 m; d) 2,26 m.

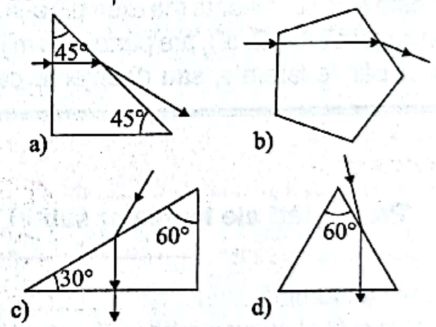
14. O rază de lumină, monocromatică, cade pe o prismă cu indicele de refracție $n = 1{,}5$, sub unghiul de incidență $i = 60°$. Sub ce unghi iese din prismă, dacă unghiul prismei este $A = 45°$? Care este valoarea unghiului de deviație?

15. Figura prezintă un fascicul îngust de lumină albă ce trece printr-o prismă de sticlă și formează un spectru pe ecran. Punctele *X* și *Y* sunt pe ecran, iar razele extreme indică limitele spectrului vizibil. Culoarea luminii ce apare în X va fi: A – albastră; B – galbenă; C – verde; D – albă; E – roșie.

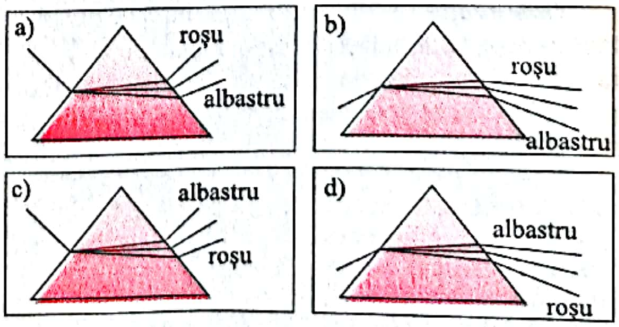


16. Pe fața unei prisme aflate în aer cade un fascicul de raze, sub unghiul de incidență $i = 60°$. Știind că indicele de refracție al prismei este $\sqrt{\frac{3}{2}}$ și că secțiunea principală *ABC* a prismei este un triunghi isoscel, cu unghiul prismei $A = 120°$: a) să se afle unghiurile de refracție r și r', cel de incidență, precum și unghiul de deviație δ; b) să se deseneze mersul razei de lumină prin prismă; c) să se calculeze unghiul de incidență pentru care are loc deviația minimă δ_{min} și valoarea acesteia; d) să se deseneze mersul razei de lumină prin prismă, în acest caz.

17. Făcând anumite măsurători asupra deplasării razei de lumină prin mediile optice figurate mai jos, stabiliți indicele de refracție al fiecărui material.



18. O prismă triunghiulară este tăiată în interiorul unui bloc de sticlă astfel încât în acesta rămâne o prismă de aer. Dacă asupra acestei prisme de aer cade lumina albă, care din diagramele de mai jos este o reprezentare mai bună a fenomenului de dispersie care are loc?



Scanned with OKEN Scanner

1.2. Lentile subțiri

1.2.1. Caracteristici generale

Dicționar

Lentile: Obiecte transparente, limitate de două suprafețe sferice sau de o suprafață sferică și una plană. Lentilele pot fi văzute ca ansambluri de prisme care acționează împreună pentru a produce o imagine focalizată (fig. 1).

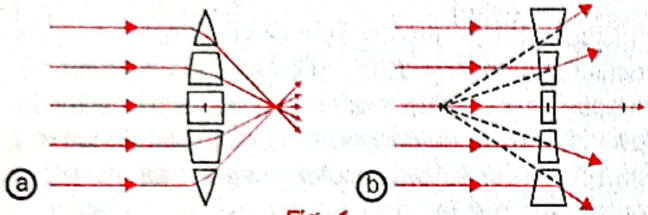


Fig. 1.

Lentilele pot fi clasificate în **convergente** (fig. 1. a.), dacă transformă un fascicul de raze paralele într-unul convergent, și **divergente** (fig. 1. b.) dacă transformă un fascicul de raze paralele într-unul divergent.

Dacă lentila are indicele de refracție mai mare ca al mediului în care este scufundată (de exemplu aer), atunci ea este convergentă (fig. 2. a.), are partea din mijloc mai groasă decât părțile laterale, sau divergentă dacă are mijlocul mai subțire (fig. 2. b). În caz contrar (indicele de refracție al lentilei mai mic decât al mediului) lentila este divergentă în primul caz și convergentă în cel de-al doilea.

Ca elemente geometrice, la o lentilă distingem centrele de curbură (C_1, C_2), razele de curbură (R_1, R_2), axul optic principal (C_1C_2) și centrul optic (O) al lentilei (fig. 2).

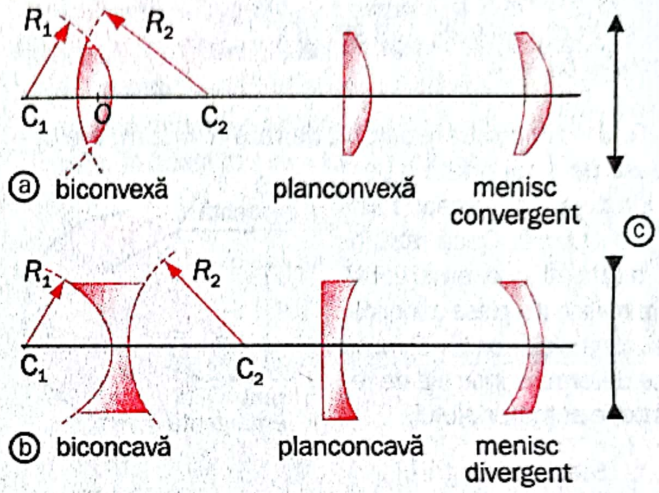


Fig. 2. Tipuri de lentile: a) convergente; b) divergente; c) reprezentarea lor în sistemele optice.

Laborator

Proprietăți ale lentilelor subțiri

Materiale necesare:

– surse de lumină
– lentile subțiri convergente și divergente

1. Se trimit mai multe fascicule înguste de lumină prin centrul optic (*CO*) al unei lentile (fig. 3. a, b).

Observație

Indiferent de tipul lentilei, razele care trec prin centrul optic (*CO*) al acesteia nu sunt deviate.

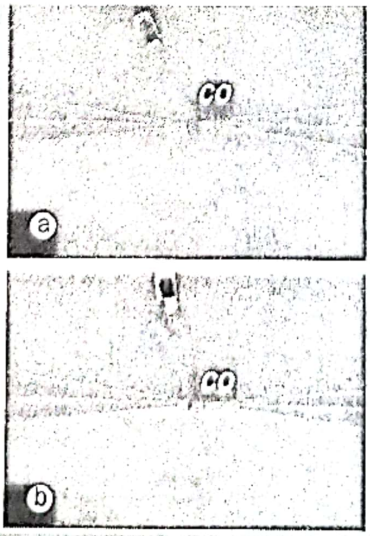


Fig. 3. *Drumul razelor de lumină prin centrul optic al unei lentile convergente (a) și divergente (b).*

2. Se trimit raze paralele asupra unei lentile (fig. 4). Lentila convergentă adună razele într-un punct numit *focar* (fig. 4. a), iar cea divergentă le împrăștie (fig. 4. b). Prelungind imaginar razele împrăștiate, se găsește focarul lentilei divergente.

Observație: Fasciculele de raze paralele sunt strânse într-un punct – în cazul lentilei convergente (a) și împrăștiate – în cazul celei divergente (b).

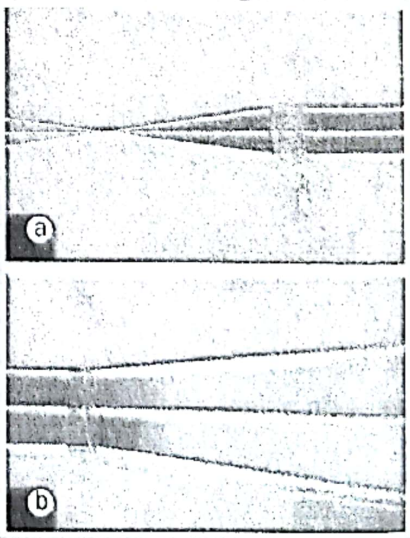


Fig. 4. *Comportarea fasciculelor de raze paralele în lentile subțiri convergente (a) și divergente (b).*

Scanned with OKEN Scanner

3. Un fascicul divergent, care trece printr-o lentilă convergentă, poate fi transformat în fascicul paralel (fig. 5. a). Un fascicul convergent care trece printr-o lentilă divergentă (fig. 5. b), poate fi transformat în fascicul paralel.

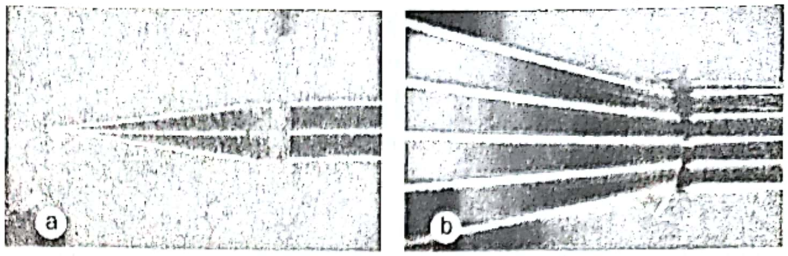
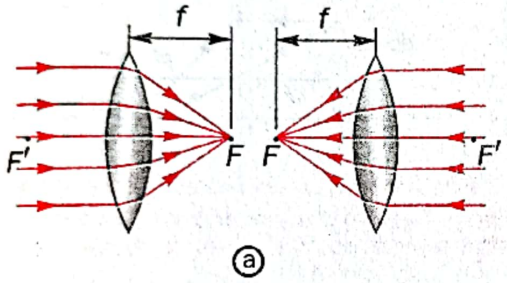


Fig. 5. Obținerea fasciculelor paralele într-o lentilă convergentă (a) sau divergentă (b).

Experimentele anterioare au pus în evidență existența unui punct cu proprietăți speciale în privința trecerii luminii prin lentilă – **focarul**. Distanța dintre acesta și centrul optic al lentilei este numită **distanță focală** (fig. 6).



Lentilele au două focare, corespunzătoare trecerii razelor paralele prin lentilă de la dreapta la stânga, sau invers.

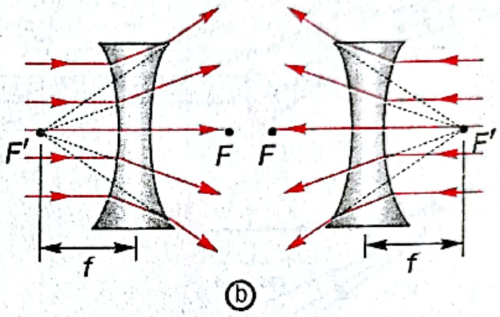


Fig. 6. Determinarea punctelor focale la lentilele biconvexe (a) și biconcave (b).

Laborator

Determinarea distanței focale a unei lentile convergente – prin metoda oglinzii plane

Materiale necesare:

- lentilă convergentă
- oglindă plană
- sursă de lumină

Dacă sursa de lumină este așezată în fața unei lentile, razele divergente de la sursă, căzând pe aceasta, se vor transforma într-un fascicul de raze paralele (fig. 7). Dacă în spatele lentilei se așază o oglindă, fasciculul paralel va fi reflectat spre lentilă și trecând prin aceasta, va fi transformat într-un fascicul convergent în același punct în care se găsește obiectul luminos.

În experiment se deplasează sursa de lumină până când se formează o imagine puternic focalizată în același plan cu cel al obiectului. Se măsoară distanța focală.

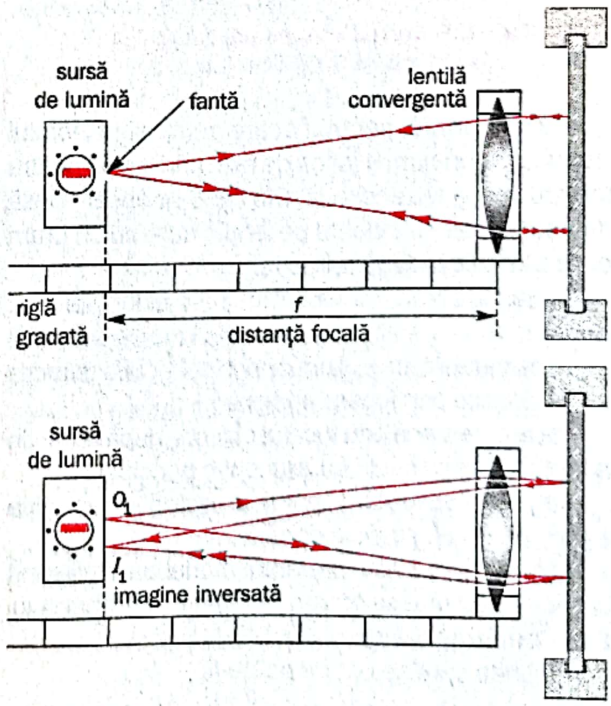


Fig. 7. Schema experimentală pentru determinarea distanței focale a unei lentile convergente.

Scanned with OKEN Scanner

1.2.2. Construcția imaginilor în lentile subțiri

Figura 8 arată cum se formează imaginea unui obiect printr-o lentilă convergentă (a, b) sau una divergentă (c).

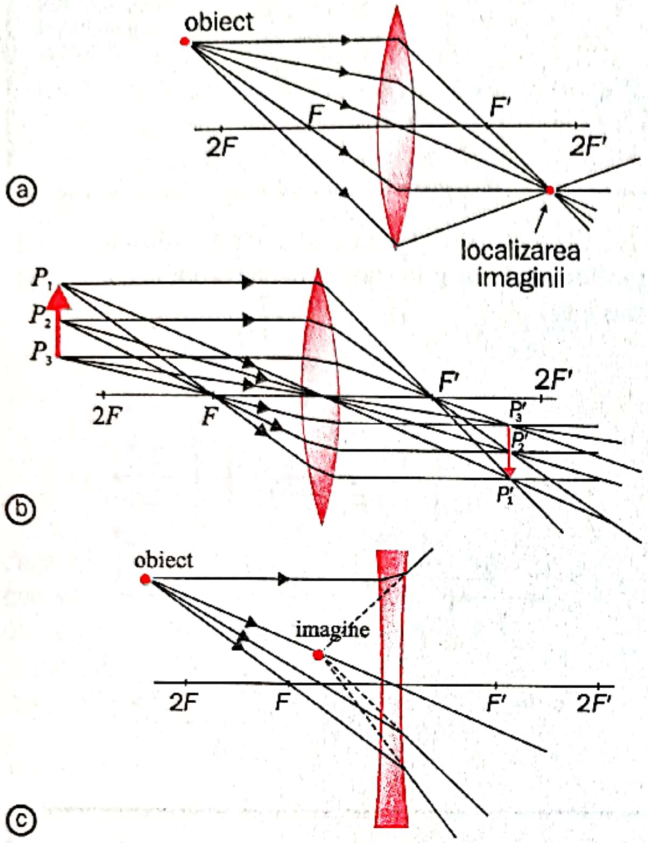


Fig. 8. Formarea imaginii printr-o lentilă convergentă (a, b) și divergentă (c).

În mod normal, pentru fiecare punct al obiectului ar trebui duse un număr infinit de raze prin lentilă pentru a construi imaginea acestuia. Din fig. 8 se observă însă că trei sunt razele incidente pe lentilă care au un drum ușor de identificat după refracție:

- raza care trece prin centrul optic al lentilei este nedeviată;
- raza paralelă cu axul optic principal – după refracția prin lentilă trece prin focarul imagine;
- raza care trece prin focarul obiect – după refracția prin lentilă este paralelă cu axul optic principal.

Dintre aceste raze, pentru a realiza construcția imaginii putem alege doar două.

În figurile 9 - 13 este prezentat modul cum, utilizând două din aceste raze se construiește imaginea obiectului printr-o lentilă convergentă.

Imaginea care se obține poate fi:

a) **reală** – la intersecția razelor;
virtuală – la intersecția prelungirii razelor;

b) **dreaptă** – are aceeași poziția ca obiectul;
răsturnată – este orientată în sens invers față de obiect;

c) **mai mică** decât obiectul;
mai mare decât obiectul.

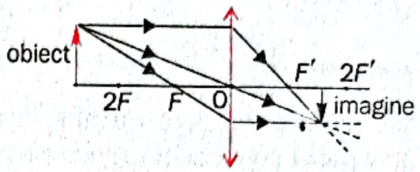


Fig. 9. Dacă obiectul este dincolo de dublul distanței focale, imaginea este reală, răsturnată, mai mică decât obiectul și se obține între focarul imagine și dublul distanței focale imagine.

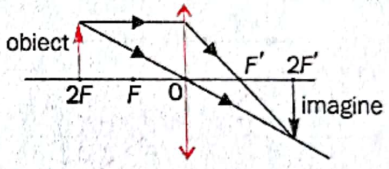


Fig. 10. Dacă obiectul este în 2F imaginea este egală cu obiectul, răsturnată și este poziționată la o distanță egală cu dublul distanței focale imagine.

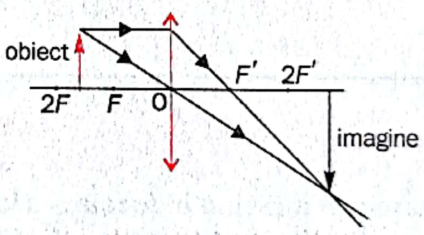


Fig. 11. Dacă obiectul este între F și 2F, imaginea este reală, răsturnată, mai mare decât obiectul și se obține dincolo de dublul distanței focale imagine.

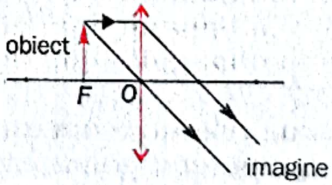


Fig. 12. Dacă obiectul este în focar, imaginea se obține la infinit.

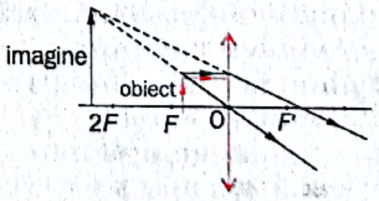


Fig. 13. Dacă obiectul este între focar și vârful lentilei, imaginea este virtuală, dreaptă și se obține dincolo de dublul distanței focale.

Scanned with OKEN Scanner

• ***Exercițiu.***

În cazul unei lentile divergente construcția imaginii este dată în fig. 14. Stabiliți tipul și localizarea imaginii obținute. Construiți imaginile unor obiecte poziționate diferit față de cazul prezentat.

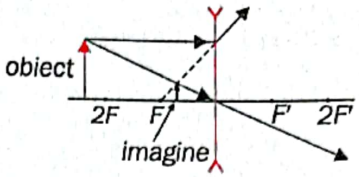


Fig. 14.

1.2.3. Determinarea formulelor lentilelor subțiri

Se consideră construcția geometrică din fig. 15.a.

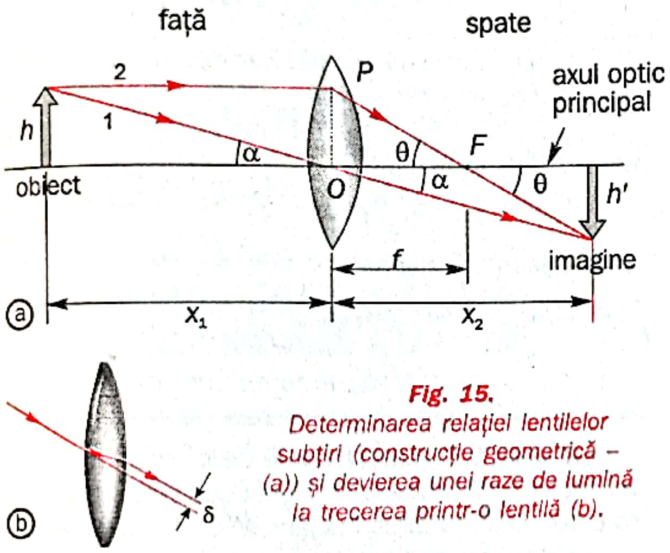


Fig. 15.
Determinarea relației lentilelor subțiri (construcție geometrică – (a)) și devierea unei raze de lumină la trecerea printr-o lentilă (b).

Mersul real al razelor de lumină prin lentilă este dat în fig. 15. b. În cazul lentilelor subțiri deviația δ este neglijabilă astfel încât se poate aproxima că raza de lumină trece nedeviată prin centrul optic al lentilei.

Se construiește imaginea obiectului prin lentilă folosind la două raze de lumină: una care trece prin centrul optic al lentilei – nedeviată (proprietatea 1 - fig. 3) și o alta paralelă cu axul optic al lentilei, care, după trecerea prin aceasta, va întâlni punctul focal (proprietatea 2 - fig. 4).

Notând cu x_1 distanța-obiect (distanța de la obiect la lentilă), cu x_2 distanța-imagine (distanța de la imagine la lentilă), din fig. 15. a, se pot scrie următoarele relații:

$$tg\alpha = \frac{h}{x_1} \quad (1) \quad \text{și} \quad tg\alpha = -\frac{h'}{x_2}. \quad (1')$$

Mărirea produsă de lentilă va fi:

$$\beta = \frac{h'}{h} = -\frac{x_2}{x_1}. \quad (2)$$

Se observă în aceeași figură că:

$$tg\theta = \frac{PO}{f} \quad (3) \quad \text{sau} \quad tg\theta = -\frac{h'}{x_2 - f} \quad (3')$$

unde distanța $PO = h$.

De aici rezultă:

$$\frac{h}{f} = -\frac{h'}{x_2 - f} \quad (4)$$

$$\frac{h'}{h} = -\frac{x_2 - f}{f} \quad (5)$$

sau, utilizând relația (2), se obține:

$$\frac{x_2}{x_1} = \frac{x_2 - f}{f} \quad (6)$$

care se reduce la:

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{1}{f}. \quad (7)$$

Relația (7) poartă numele de **ecuația lentilelor subțiri** și poate fi folosită atât în cazul lentilelor convergente, cât și al celor divergente.

Convenția de semne utilizată în aplicarea relațiilor pentru lentile subțiri este:

$x_1 > 0$, obiectul este în fața lentilei;
$x_1 < 0$, obiectul este în spatele lentilei;
$x_2 > 0$, imaginea este în spatele lentilei;
$x_2 < 0$, imaginea este în fața lentilei;
$f > 0$, pentru lentile convergente;
$f < 0$, pentru lentile divergente;
$R_1, R_2 > 0$, centrele de curbură sunt în spatele lentilei pentru fiecare suprafață;
$R_1, R_2 < 0$, centrele de curbură sunt în fața lentilei pentru fiecare suprafață.

R_1, R_2 sunt razele de curbură ale lentilei.

În cazul lentilelor subțiri se poate demonstra (vezi anexa 1) că distanța focală f este dată de expresia:

$$\frac{1}{f} = (n' - 1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right), \quad (8)$$

unde n' este indicele de refracție relativ al lentilei în raport cu mediul.

Scanned with OKEN Scanner

Raportul $1/f$, unde f este distanța focală, se notează cu C și se numește **convergența lentilei**.

$$[C]_{S.I.} = \text{dioptrie} = m^{-1}.$$

Dicționar

Dioptria (D) = *convergența unei lentile cu distanța focală de 1 m.*

Exemple

1. O lentilă biconvexă, cu indicele de refracție $n = 1{,}5$, are razele de curbură $R_1 = 15$ cm și $R_2 = -20$ cm. Stabiliți distanța focală.

Rezolvare

Se aplică relația (8), ținând cont de semnul fiecărei mărimi:

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) = (1{,}5-1)\left(\frac{1}{15} - \frac{1}{-20}\right)$$

și se obține: $f \approx 17$ cm.

2. O lentilă convergentă, cu distanța focală de 15 cm, formează imagini ale unui obiect situat la distanța de: (a) 40 cm, (b) 15 cm și (c) 10 cm față de lentilă.

Pentru fiecare caz în parte, găsiți poziția imaginii și caracterizați-o.

Rezolvare

a) Se aplică ecuația lentilelor subțiri:

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{1}{f}; \qquad x_2 = \frac{x_1 f}{x_1 - f} = 24 \text{ cm}.$$

Semnul „+" al lui x_2 ne spune că imaginea este reală. Mărirea produsă de lentilă va fi:

$$\beta = -\frac{x_2}{x_1} = -\frac{24}{40} = -0{,}6.$$

Imaginea va fi micșorată. Semnul minus ne arată că imaginea este răsturnată.

b) În acest caz, obiectul fiind în focar, imaginea formată este la infinit.

c) Obiectul se găsește între lentilă și focar. Aplicând ecuația lentilei, se obține: $x_2 = \frac{x_1 f}{x_1 - f} = -30$ cm.

Deci imaginea este virtuală.

1.2.4. Asociații de lentile subțiri

Să considerăm un ansamblu format din două lentile subțiri, una convergentă și una divergentă (fig. 16).

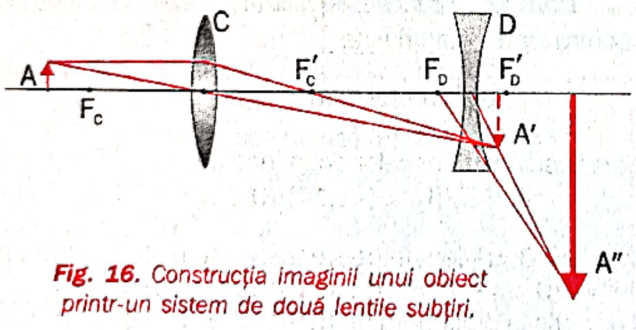


Fig. 16. Construcția imaginii unui obiect printr-un sistem de două lentile subțiri.

În acest caz, lumina venită de la obiectul A, prin trecerea prin sistemul optic format de cele două lentile, va determina formarea imaginii A″.

În stabilirea prin calcul a poziției acestei imagini și a mărimii ei, se poate face următorul raționament. Se poate determina locul de formare a imaginii (A′) a obiectului (A), dată de prima lentilă, ca și cum cea de-a doua nici n-ar exista. Apoi, o dată stabilită poziția acestei imagini, aceasta devine obiect pentru cea de-a doua lentilă. În urma trecerii luminii prin cea de-a doua lentilă, se formează imaginea (A″) – care reprezintă imaginea finală dată de sistemul optic respectiv.

Laborator

Stabilirea distanței focale a unui sistem de lentile subțiri

Materiale necesare:

- *două lentile subțiri, convergente, cu convergența $C_1 = 4D$ și $C_2 = 8D$*
- *obiect luminos*
- *banc optic.*

Se poziționează lentilele astfel încât centrele lor optice să fie pe același ax optic. Cu acest dispozitiv se obține imaginea obiectului.

Dacă obiectul este situat la $x_1 = 60$ cm în fața primei lentile din sistem, imaginea obținută pe cale experimentală este la 9,7 cm.

Aplicând relația de calcul a focarului, se obține:

$$\frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_2} = \frac{1}{f} \Rightarrow f = \frac{x_1 x_2}{x_1 + x_2} = 8{,}35 \text{ cm}.$$

Convergența sistemului optic este:

$$C = \frac{1}{f} = 11{,}97\,D \approx 12\,D = C_1 + C_2.$$

Scanned with OKEN Scanner

În calculul efectuat, nu am ținut cont de erorile experimentale și de erorile date de sistemul de lentile datorate profunzimii proprii a câmpului vizual (profunzimea câmpului vizual reprezintă distanța pe care distingem o imagine clară a obiectului).

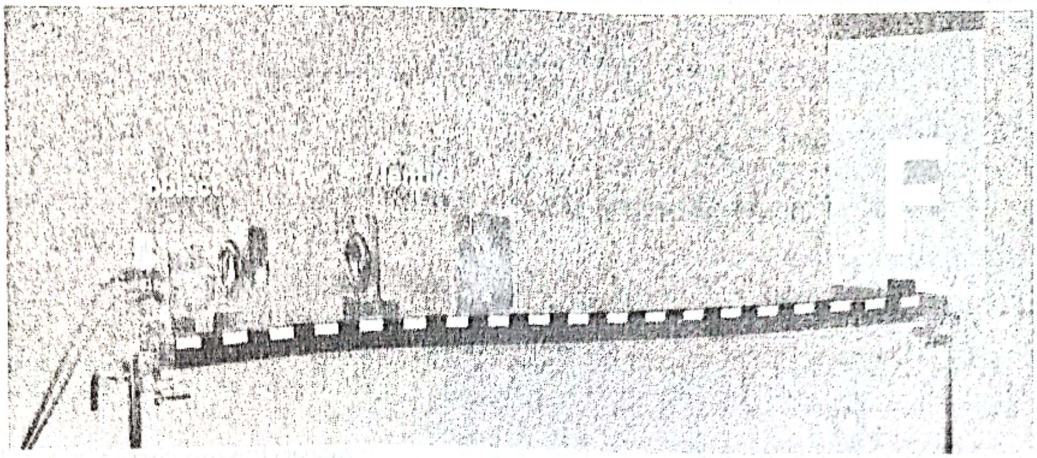


Fig. 17. Stabilirea distanței focale pe un banc optic.

Se poate trage concluzia că, pentru un sistem de lentile subțiri, convergența sistemului este egală cu suma convergențelor lentilelor:

$$C = C_1 + C_2.$$

Deci distanța focală a sistemului, F, va fi dată de:

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}.$$

Exemple

1. Două lentile convergente sunt așezate la o distanță de 30 cm una de alta. Dacă prima lentilă are o distanță focală de 25 cm, iar cea de-a doua de 11 cm, determinați poziția imaginii formate de un obiect situat la o distanță de 47 cm în fața primei lentile.

Rezolvare

Pentru ambele lentile se va aplica ecuația lentilelor subțiri. În cazul primei lentile se va obține imaginea la distanța:

$$\frac{1}{47} + \frac{1}{x_2} = \frac{1}{25} \Rightarrow x_2 \approx 53{,}4 \text{ cm},$$

iar mărirea este: $\beta_1 = -\frac{x_2}{x_1} \approx -1{,}14$.

Imaginea formată de prima lentilă este obiect pentru cea de-a doua lentilă. Ea se va afla față de aceasta la distanța (x_1'), unde:

$$x_1' = 30 - 53{,}4 = -23{,}4 \text{ cm}.$$

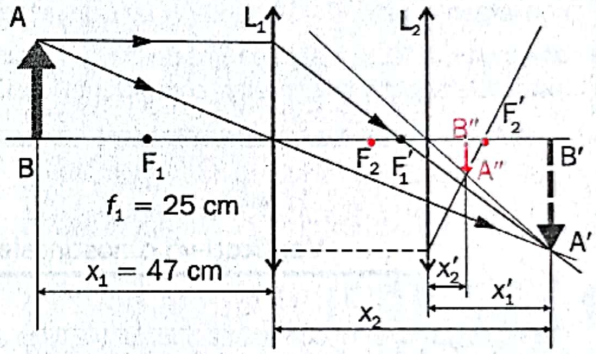
Aplicând pentru cea de-a doua lentilă ecuația lentilelor subțiri, se obține:

$$\frac{1}{-23{,}4} + \frac{1}{x_2'} = \frac{1}{11} \Rightarrow x_2' \approx 7{,}7 \text{ cm}.$$

Mărirea va fi: $\beta_2 = -\frac{x_2'}{x_1'} \approx 0{,}33$.

Semnul „–" indică faptul că imaginea este răsturnată față de obiect.

Imaginea finală este localizată la 7,7 cm în spatele celei de-a doua lentile, iar mărirea totală β este dată de produsul măririlor celor două lentile.



$$\beta = \beta_1 \cdot \beta_2 = (-1{,}14) \cdot (0{,}33) \approx -0{,}38.$$

2. Două lentile convergente au distanțele focale $f_1 = 30$ cm și $f_2 = 20$ cm. Ele sunt plasate pe același ax optic la o distanță de 50 cm una de alta. La 50 cm de prima lentilă de partea opusă celei de-a doua se așază un corp.

a) Care este poziția imaginii dată de sistemul celor două lentile?

b) Care este mărirea dată de sistemul de lentile?

Rezolvare

a) Pentru prima lentilă se dă $x_1 = 50$ cm și $f_1 = 30$ cm. Utilizând relația lentilelor subțiri $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{1}{f_1}$, se obține $x_2 = \frac{x_1 f_1}{x_1 - f_1} = 75$ cm.

Deoarece cea de a doua lentilă este așezată la o distanță față de prima de doar 60 cm, înseamnă că imaginea formată, care devine obiect pentru cea de a

Scanned with OKEN Scanner

doua lentilă se află la distanța $x_1' = -15$ cm. Aplicând relația lentilelor pentru cea de a doua lentilă cu distanța focală $f_2 = 20$ cm, se obține: $x_2' = \frac{x_1' f_2}{x_1' - f_2} = 8{,}57$ cm.

b) Mărirea dată de sistemul de lentile este egală cu produsul mărimilor date de fiecare lentilă:

$$\beta = \beta_1 \cdot \beta_2 = \left(-\frac{x_2}{x_1}\right)\left(-\frac{x_2'}{x_1'}\right) = -0{,}86.$$

Rezumat

- Imaginile se formează la intersecția razelor de lumină sau acolo de unde acestea par a proveni.
- O imagine este reală dacă este dată de intersecția razelor de lumină.
- O imagine este virtuală dacă este dată de intersecția prelungirii razelor de lumină.
- Lentilele convergente transformă fasciculul de raze paralele în convergente, iar cele divergente îl transformă în raze divergente.
- Mărirea unei lentile subțiri este: $\beta = \frac{h'}{h} = -\frac{x_2}{x_1}$, iar convergența este $C = \frac{1}{f}$, unde h este înălțimea obiectului, h' este înălțimea imaginii, x_1 și x_2 sunt distanțele obiect și imagine, iar f este distanța focală.
- Între convergența unei lentile subțiri, indicii de refracție și razele de curbură ale suprafețelor lentilei există relația: $C = (n'-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$, unde n' este indicele de refracție relativ al celor două medii.
- În cazul asociațiilor de lentile, obiectul formează o imagine prin prima lentilă din sistem, care devine obiect pentru cea de-a doua lentilă ș.a.m.d.
- Mărirea β produsă de un sistem de lentile va fi dată de produsul măririlor fiecărei lentile: $\beta = \beta_1 \cdot \beta_2 \cdot \ldots \cdot \beta_n$, iar convergența sistemului este: $C = C_1 + C_2 + \ldots + C_n$, unde C_1, ... C_n sunt convergențele lentilelor din sistem.

Verificaţi-vă cunoştinţele

1. Stabiliți legătura între denumirea unor lentile (linia a) și imaginea lor (linia b).
a) biconvexă; menisc convergent; biconcavă; plan concavă; menisc divergent; plan convexă.

b)

2. O lentilă cu distanța focală $f = 10$ cm, aflată în aer, este confecționată din sticlă cu indicele de refracție $n_0 = 1{,}53$. Care este distanța focală a lentilei, când aceasta este scufundată în apă, având $n = 4/3$.

3. O lentilă convexă are distanța focală de 15 cm. La ce distanță față de un timbru trebuie ținută, pentru ca imaginea obținută să fie de două ori mai mare ca obiectul.

4. O lentilă divergentă are o distanță focală de 20 cm. Unde se obține imaginea, dacă obiectul se află la: a) 40 cm; b) 20 cm; c) 10 cm. În fiecare caz în parte, stabiliți natura imaginii.

5. Pentru sistemul de lentile din fig. 16, se cunosc distanțele focale ale celor două lentile, $f_1 = 10$ cm și $f_2 = -5$ cm, și distanța dintre lentile, $l = 40$ cm. Unde se află poziționat obiectul față de prima lentilă din sistem, dacă imaginea se obține la distanța de 10 cm de cea de-a doua lentilă?

6. Distanța dintre un obiect luminos și un ecran este $L = 60$ cm. O lentilă așezată între ele dă pe ecran imaginea obiectului în două poziții. Dacă distanța dintre cele două poziții ale lentilei pentru care se obțin imaginile pe ecran este de 12 cm, să se găsească distanța focală a lentilei.

7. O lentilă plan-convexă, cu indice de refracție $n = 1{,}5$, se argintează pe fața plană. Dacă lumina cade pe fața neargintată, care este distanța focală dacă raza de curbură este $R = 20$ cm? Care va fi distanța focală a aceleiași lentile dacă se argintează partea concavă, iar lumina cade dinspre partea plană?

Scanned with OKEN Scanner

Una din problemele de bază ale lentilelor și ale sistemelor de lentile este calitatea imperfectă a imaginii. Aceasta îl afectează atât forma cât și culoarea. Teoria potrivit căreia razele de lumină ce fac un unghi mic cu axul optic principal sunt strânse de o lentilă convergentă într-un singur punct, cunoscută și sub numele de ***aproximația lui Gauss****, nu este valabilă în cazul razelor de lumină care fac unghiuri mari cu axul optic principal, depășind spațiul Gauss. În acest caz se produc deformări ale imaginii numite* ***aberații****. Câteva dintre acestea sunt prezentate în figura 2, coperta IV.*

În cazul ***aberației de sfericitate****, razele incidente, paralele cu axul optic, situate la o distanță mai mare de acesta, nu se mai întâlnesc într-un singur punct (fig. 1).*

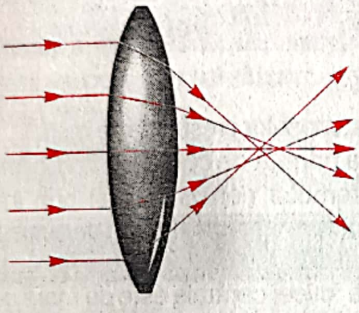


Fig. 1. *Aberație de sfericitate produsă de o lentilă convergentă.*

În acest caz, nu există o singură distanță focală pentru lentilă. Micșorarea acestui tip de aberații se poate realiza prin eliminarea razelor de lumină ce intră prin părțile laterale ale lentilei, prin intermediul unei deschideri puse în fața lentilei, de dimensiuni reglabile, numită ***diafragmă****.*

Aberația cromatică *apare din cauza dependenței indicelui de refracție de culorile componente ale luminii albe. În acest caz, distanța focală variază în funcție de culoare (fig. 2).*

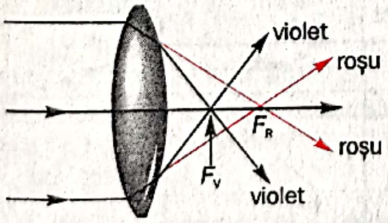


Fig. 2. *Aberația cromatică datorată fenomenului de dispersie produs de părțile laterale ale lentilei.*

Curbarea imaginii *– apare în cazul obiectelor întinse, datorită formei curbe a lentilei. În acest caz, imaginea este curbată și nu are o claritate uniformă (fig. 3).*

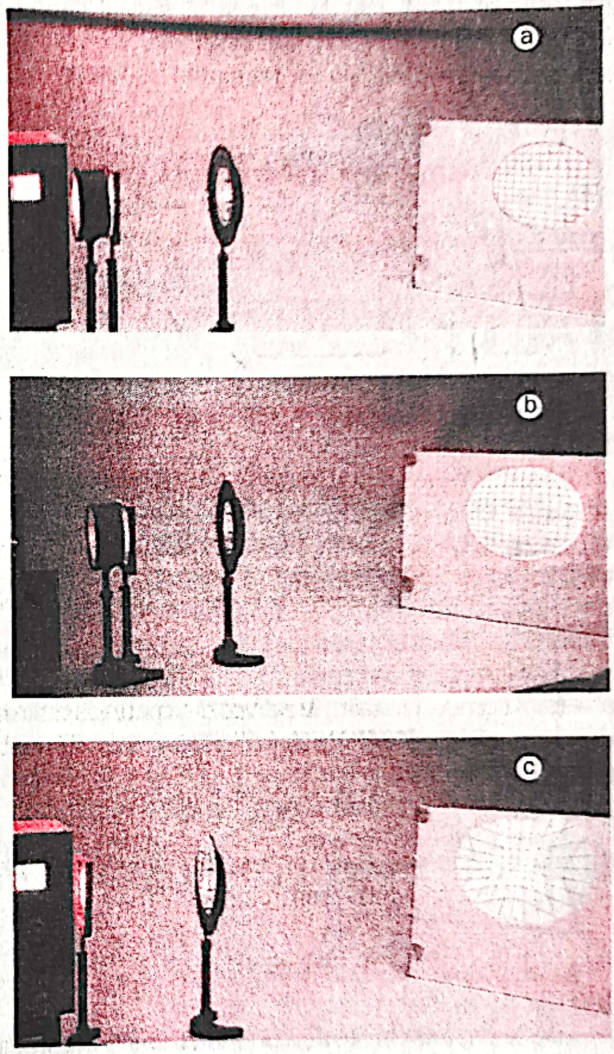


Fig. 3. Deformarea imaginii.

Reducerea aberațiilor optice se face nu numai prin utilizarea diafragmei, care nu poate fi micșorată sub o anumită valoare, din cauze ce vor fi studiate în clasa a XI-a și prin utilizarea unor asocieri de lentile. Un astfel de sistem nu va reduce însă toate tipurile de aberații, ele fiind proiectate pentru reducerea selectivă, parțială, doar a unora dintre acestea.

Scanned with OKEN Scanner

1.3. Ochiul

1.3.1. Date anatomice

Ochiul (fig. 1) este un organ anatomic complex capabil de a refracta lumina și la nivelul căruia se formează o imagine focalizată a obiectelor.

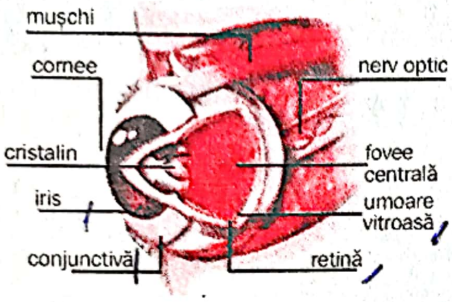


Fig. 1. Principalele părți componente ale ochiului.

În partea anterioară, ochiul prezintă o membrană transparentă, **corneea**. În interior, în spatele corneei, se găsește **umoarea apoasă**, o diafragmă variabilă (**irisul**) al cărui orificiu se numește **pupilă** și o lentilă – **cristalinul**. Irisul, partea colorată a ochiului, reglează cantitatea de lumină ce intră în ochi. Reglarea se produce prin dilatarea pupilei (la intensități scăzute ale luminii) sau contractarea ei (la intensități mari).

Lumina care pătrunde în ochi este focalizată de sistemul cornee-cristalin, în partea din spate a acestuia, unde se află retina (fig. 2) într-o zonă numită **pata galbenă**.

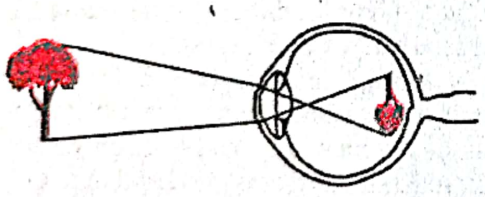


Fig. 2. Formarea imaginii pe retină.

De la cristalin la retină, lumina străbate un mediu transparent numit **umoarea vitroasă**, cu un indice de refracție identic celui al umorii apoase.

La nivelul retinei se găsesc **celulele fotoreceptoare**, care sunt de două tipuri: **conuri** (circa 6 milioane) și **bastonașe** (circa 125 milioane), sensibile la vederea diurnă și respectiv nocturnă (fig. 3).

Distribuția acestora nu este uniformă. Majoritatea celulelor cu conuri se găsesc într-o regiune sub formă de pâlnie, care poartă numele de **fovee centrală**, porțiune cu un diametru de numai 0,25 mm situată în centrul petei galbene. La periferia foveei centrale, către pata galbenă, apar și bastonașele. Densitatea conurilor scade spre părțile laterale ale foveei centrale, unde

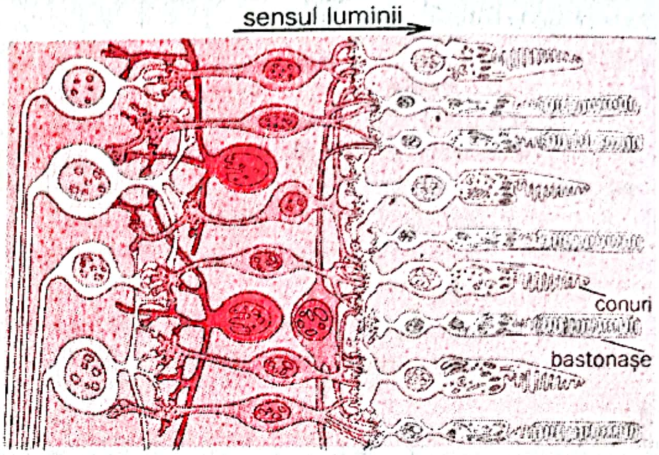


Fig. 3. Diagrama structurii retinei.

densitatea bastonașelor crește foarte mult.

Informația primită de celulele fotoreceptoare este transmisă sistemului nervos central prin intermediul **nervului optic**, format dintr-o rețea de circa 1000000 de celule nervoase.

Geometria foveei centrale este de mare importanță în ceea ce privește **acuitatea vizuală** (capacitatea retinei de a face distincție între două puncte alăturate ale unui obiect). Cu cât aceste puncte sunt mai apropiate, cu atât acuitatea este mai bună. În fig. 4 sunt prezentate comparativ foveea umană și cea a păsărilor. Datorită adâncimii mai mari a celei din urmă, celulele fotoreceptoare dau un număr mai mare de proiecții pe planul perpendicular la direcția razelor de lumină. Aceasta determină creșterea acuității vizuale.

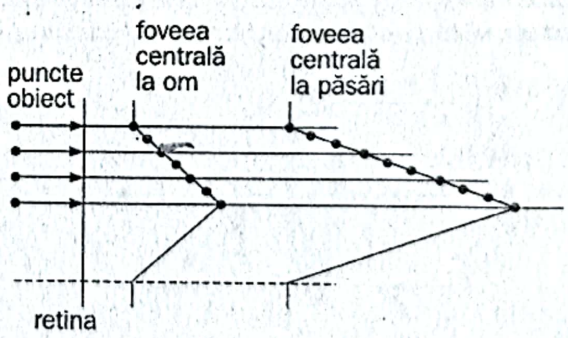


Fig. 4. O dată cu creșterea adâncimii foveei centrale, crește numărul de celule fotoreceptoare pe unitatea normală de suprafață. Aceasta determină creșterea acuității vizuale.

Pe lângă foveea centrală, păsările de pradă prezintă o fovee suplimentară, poziționată diferit, cu care își pot repera mai ușor vânatul.

Scanned with OKEN Scanner

1.3.2. Ochiul ca sistem optic

După cum se observă din tabelul 1, contribuția cea mai mare la convergența ochiului o are corneea, la care variația indicelui de refracție față de aer este $\Delta n = 0{,}377$, în timp ce variația indicelui de refracție la nivelul cristalin - umoare apoasă / umoarea vitroasă este de doar 0,088. Convergența acestui sistem optic (ochiul) este de circa 42,9 D (dioptri), convergență valabilă în cazul ochiului relaxat (privire fixată la infinit).

Tabel 1: Indicii de refracție a diferitelor părți componente ale ochiului:

părți componente	cornee	umoarea apoasă	cristalin	umoarea vitroasă
indice de refracție (n)	1,377	1,336	1,424	1,336

Odată intrată în ochi, lumina este focalizată pe retină. Pentru un ochi normal relaxat, distanța focală este de circa 1,8 ± 0,1 cm.

Pentru a vedea ce fel de imagine se formează pe retină, să considerăm următoarea situație:

Exemplu

Determinați mărimea și locul unde se formează imaginea unui om cu înălțimea $h_0 = 1{,}83$ m, care se află față de ochi la distanța:

a) 1 m; b) 3 m; c) 100 m.

Se consideră distanța focală $f = 1{,}8$ cm.

Rezolvare

Pentru determinarea distanței imagine se aplică ecuația lentilelor: $\frac{1}{f} = \frac{1}{d_o} + \frac{1}{d_i} \Rightarrow d_i = \frac{d_o f}{d_o - f}$.

Pentru determinarea înălțimii imaginii se aplică ecuația măririi: $\frac{h_i}{h_o} = -\frac{d_i}{d_o} \Rightarrow h_i = -h_o \frac{d_i}{d_o}$.

S-au notat cu d_i - distanța imagine; d_o - distanța obiect; h_i - înălțimea imagine și h_o înălțimea obiect.

Pentru cele trei situații considerate, rezultatele sunt date în tabelul următor:

	distanța obiect d_o (m)	distanța imagine d_i (cm)	înălțimea imaginii h_i (cm)
a)	1	1,83	3,35
b)	3	1,81	1,11
c)	100	1,80	0,329

Imaginea obținută este reală, răsturnată (semnul „–" de la h_i) și mai mică decât obiectul.

Concluzii

Rezultatul acestor calcule evidențiază două principii importante privind abilitatea ochiului de-a distinge obiecte în funcție de distanța la care acestea se află.

1. Distanța dintre observator și obiect influențează mult mărimea imaginii (înălțimea, lățimea imaginii pe retină), deci și calitatea acesteia. Obiectele apropiate produc imagini mari, întinse pe toată suprafața retinei și chiar dincolo de extremitățile acesteia. Este situația descrisă în problemă (cazul a), în care omul situat prea aproape de retină nu poate fi văzut integral fără rotirea ochiului în orbită. Pe de altă parte, imaginea aceluiași om la distanță mare poate fi văzută ușor, aceasta ocupând doar o mică porțiune din suprafața retinei (cazul c). Deoarece, în acest caz, imaginea stimulează un număr restrâns din celulele nervoase ale retinei, se vor pierde o serie de detalii, creierul neprimind suficienți stimuli pentru a le putea distinge.

2. Sistemele optice de lentile cu distanța focală fixă, pentru distanțe obiect variabile, dau distanța imagine variabilă. Este și cazul discutat în problemă, în care distanța imagine are o variație de 0,03 cm. În cazul ochiului distanța imagine este fixă, întrucât pentru a se produce influxul nervos care ajunge la creier, imaginea trebuie să se formeze pe retină, pe stratul celulelor fotoreceptoare, nu înaintea și nici după zona ocupată de acestea. În acest caz distanța focală trebuie să fie variabilă. Procesul de modificare a distanței focale a ochiului se numește **acomodare** și la el participă cristalinul și mușchii ciliari. Când privirea este fixată pe obiecte situate la distanță, mușchii ciliari sunt relaxați. „Focalizarea" unui obiect aflat în apropierea ochiului se face prin tensionarea mușchilor ciliari, ceea ce va determina reducerea distanței focale, prin scăderea razei de curbură a cristalinului. Procesul de acomodare are loc până la o anumită distanță față de ochi, care reprezintă **distanța limită de focalizare**. Mai aproape de acest punct (**punctul proxim**) imaginile corpurilor sunt neclare. O dată cu înaintarea în vârstă, această distanță variază, conform tabelului:

vârsta [ani]	10	20	40	60
distanța limită de focalizare [cm]	18	25	50	500 sau peste

Punctul dincolo de care nu mai este nevoie de acomodare, pentru că ochiul, prin structura sa, are capacitatea de a focaliza imaginea pe retină, este situat la aproximativ 6 m și se numește ***punctul remotum.***

Scanned with OKEN Scanner

Deoarece numărul de celule fotoreceptoare este maxim în foveea centrală, în cursul acomodării, ochii se deplasează în orbite astfel încât imaginea să se formeze în aceasta, caz în care distanța imagine este de 1,7 cm.

În tabelul alăturat sunt date distanțele focale și convergențele unui sistem optic de lentile pentru diferite distanțe obiect și distanța imagine fixă (d_i = 1,7 cm).

Un ochi sănătos care este capabil să vadă atât obiecte situate în imediata apropiere cât și la distanță, va avea o putere de acomodare cuprinsă între 62,89 – 58,82 ≃ 4 dioptrii.

distanța obiect [m]	distanța focală [cm]	convergența [dioptrii]
0,25	1,59	62,89
1	1,67	59,88
3	1,69	59,17
100	1,7	58,82
∞	1,7	58,82

1.3.3. Defecte ale ochiului

În cazul unor defecte ale ochiului, imaginea formată pe retină este neclară.

Miopia este inabilitatea ochiului de-a focaliza obiectele aflate la distanțe mari. Ea apare atunci când lumina este refractată de ochi mai mult decât este necesar. Ea rezultă dintr-o curbare mai puternică a corneei. În această situație imaginea se formează în fața retinei (fig. 5). Corecția se realizează cu ajutorul unei lentile divergente care va duce la creșterea distanței de focalizare.

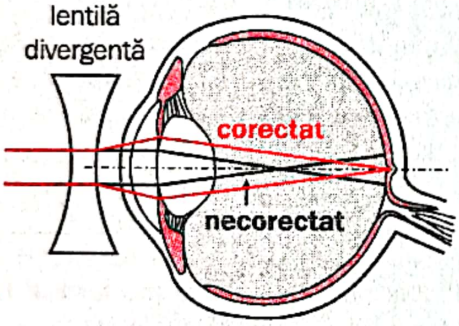


Fig. 5.

La ochiul **hipermetrop** problemele apar în cazul vederii la distanțe mici. În acest caz, cristalinul nu mai poate atinge curbarea necesară pentru acomodare, fie datorită slăbirii mușchilor ciliari, fie scăderii flexibilității proprii. Imaginea în acest caz se formează în spatele retinei (fig. 6).

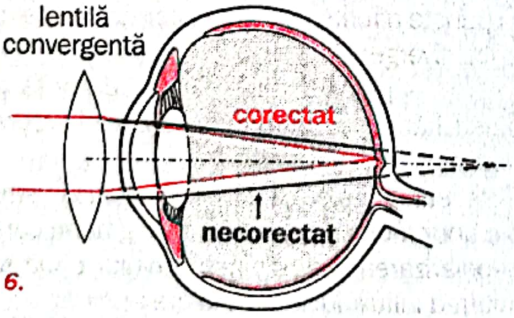


Fig. 6.

Remediul este utilizarea unei lentile convergente. Aceasta va refracta lumina înainte de intrarea în ochi micșorând distanța imagine (fig. 6).

Exemplu

Punctul proxim al unui ochi este 50 cm. Ce distanță focală trebuie să aibă o lentilă care să facă posibilă vederea clară a unui obiect situat la o distanță de 25 cm de ochi?

Rezolvare

a) Problema se poate rezolva folosind ecuația lentilelor subțiri:

$\frac{1}{f} = \frac{1}{d_o} + \frac{1}{d_i}$, unde d_o și d_i sunt distanțele obiect și imagine, iar f este distanța focală. Înlocuind, se obține:

$$f = \frac{d_i d_o}{d_i + d_o} = \frac{(25\text{ cm})(-50\text{ cm})}{25\text{ cm} - 50\text{ cm}} = 50\text{ cm}.$$

Astigmatismul este un defect de sfericitate al corneei și mai rar al cristalinului. Aceasta va duce la focalizarea în puncte diferite pe retină a imaginii obiectelor privite. Ca urmare, imaginile se vor suprapune având contururi neclare. Se corectează cu lentile cilindrice care încearcă să compenseze denivelarea.

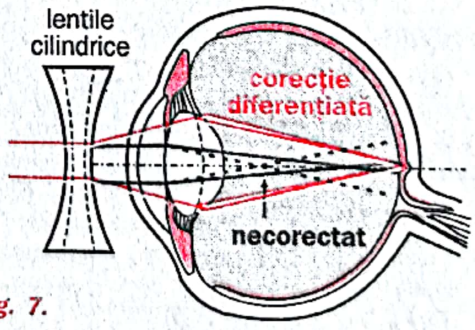


Fig. 7.

Presbitismul este un defect care apare cu vârsta, prin pierderea elasticității ligamentului cristalinului. În aceste condiții punctul proxim este îndepărtat. Se corectează cu lentile convergente care apropie punctul proxim de ochi.

Scanned with OKEN Scanner

1.3.4. Formarea imaginii şi vederea cromatică

O dată ajunsă pe retină, lumina va determina modificări structurale ale unor molecule numite **fotopigmenţi**. Aceştia se găsesc în membrana lamelară a celulelor fotoreceptoare. O singură celulă conţine circa 10 milioane de molecule de fotopigmenţi.

Fotopigmenţii sunt formaţi din două componente: o proteină şi un lipid (fig. 8). Sub influenţa luminii, fotopigmentul suferă o transformare structurală. Aceasta determină polarizarea membranei şi transmiterea unui semnal electric spre sistemul nervos central unde se va produce prelucrarea şi analiza semnalului. La majoritatea primatelor mari, fotoreceptorii conţin patru tipuri de fotopigmenţi, unul conţinut în bastonaşe şi trei în conuri. Cei din urmă sunt sensibili la o anumită culoare a luminii. Un anumit con va conţine doar unul dintre cei trei fotopigmenţi care produc senzaţia de culoare. Sistemul vizual va utiliza informaţia venită de la toate aceste trei tipuri de receptori ai conurilor pentru a produce vederea cromatică.

Teoria tricromatică a vederii are la origini lucrările lui Young (1801) şi Helmholtz (1852), care consideră retina sensibilă la trei domenii spectrale: albastru-violet – circa 39% dintre conuri; verde – circa 35% dintre conuri şi roşu – circa 26% dintre conuri.

Aceste domenii spectrale reprezintă culorile fundamentale prin a căror sinteză pot fi obţinute toate celelalte culori ale spectrului (fig. 3. coperta 4).

Prin suprapunerea celor trei culori fundamentale (fig. 3.a. coperta 4) se obţine alb. Oricare două culori care prin suprapunere în anumite proporţii dau culoarea albă se numesc **complementare**. În fig. 4. coperta 4 este prezentat cercul culorilor complementare.

Culorile obiectelor se datorează absorbţiei diferenţiate a radiaţiei din spectrul vizibil. Astfel, dacă un corp pe care este incidentă lumină albă va absorbi culoarea roşie, el va apărea ca având culoarea cyan (un amestec între albastru-indigo şi verde), deci complementara culorii absorbite. În cazul unui corp de culoare verde, partea din spectrul luminii albe absorbite este magenta (obţinută din roşu şi albastru-indigo) etc.

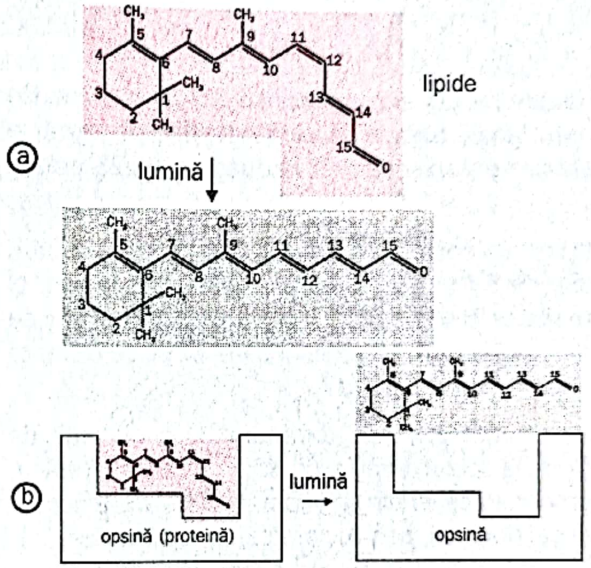


Fig. 8. Retinolul, sintetizat în organism din vitamina A, este o moleculă din clasa fotopigmenţilor, capabilă să-şi schimbe structura spaţială sub influenţa luminii (a); legarea sa de opsină (b).

Rezumat

- Părţile componente ale ochiului cu rol în formarea imaginii sunt: corneea, umoarea apoasă, cristalinul, umoarea vitroasă.
- La nivelul retinei se găsesc celulele fotoreceptoare: conuri - pentru vederea diurnă, bastonaşe - pentru vederea nocturnă.
- Acomodarea ochiului se face prin modificarea formei cristalinului cu ajutorul muşchilor ciliari.
- Pentru un ochi normal, punctul proxim (punctul cel mai apropiat la care se poate realiza focalizarea) este la 25 cm, iar punctul remotum (punctul dincolo de care nu mai este nevoie de acomodare) este la 6 m.
- Defecte ale ochiului sunt:
  – miopia - imaginea se formează în faţa retinei - corecţie cu lentilă divergentă;
  – hipermetropia - imaginea se formează în spatele retinei - corecţie cu lentilă convergentă;
  – astigmatismul - imaginea este focalizată în puncte diferite pe retină - corecţie cu lentilă cilindrică divergentă;
  – presbitismul - apare datorită pierderii elasticităţii ligamentului cristalinului - corecţie cu lentilă convergentă.
- Pe retină lumina determină modificări structurale ale unor molecule numite fotopigmenţi care duc la depolarizarea membranei nervului optic şi transmiterea influxului nervos la creier.
- Teoria tricromatică consideră existenţa a trei tipuri de fotopigmenţi pentru culoare în conuri, sensibile la roşu, verde şi albastru-violet.

Scanned with OKEN Scanner

Scanned with OKEN Scanner

Verificaţi-vă cunoştinţele

1. Care din următoarele afirmații, referitoare la ochi, sunt adevărate?
a) convergența totală a ochiului este de circa 43 de dioptrii;
b) ochiul miop focalizează lumina în spatele retinei;
c) ochiul hipermetrop, pentru a focaliza lumina corect, trebuie să utilizeze o lentilă divergentă;
d) punctul proxim este distanța sub care ochiul nu mai distinge clar obiectele;
e) punctul remotum este punctul de la care încolo ochiul nu are nevoie de acomodare.

2. Punctul proxim al unui ochi se află la 100 cm. Ce distanță focală trebuie să aibă o lentilă, pentru a se vedea clar un obiect situat la distanța de 25 cm de ochi?

3. Un copil își poate regla sistemul cornee-cristalin între limitele de 57 și 65 de dioptrii. Cu ochiul relaxat, el poate vedea clar o stea. a) La ce distanță de ochi se află punctul proxim al ochiului său? b) La ce distanță de cristalin i se află retina?

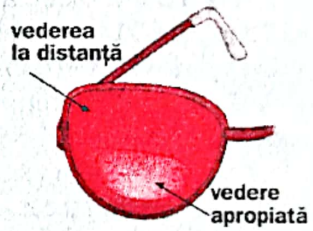
4. Un om are punctul „remotum" la o distanță de 8,44 cm, la ochiul drept, și de 12,2 cm la ochiul stâng. Recomandați ce lentile să poarte la ochelari, la fiecare dintre cei doi ochi, pentru corectarea vederii.

5. Punctul proxim al ochilor unui copil este la 10 cm, iar punctul remotum la 125 cm. Retina ochiului se află la 2 cm de cristalin. a) Între ce limite variază puterea de acomodare? b) Ce dioptrii trebuie să aibă ochelarii copilului pentru relaxarea vederii? a) Ce fel de lentilă este?

6. În urma unei operații, unui om i se implantează un cristalin artificial. Distanța dintre acesta și retină este 2,8 cm. În absența cristalinului imaginea unui obiect aflat la distanță se formează la 2,53 cm de retină. Dacă noul cristalin a fost calculat pentru a focaliza o imagine la distanță pe retină, care este convergența cristalinului implantat?

7. Un vârstnic poate vedea clar să citească dacă ține ziarul la 60 cm de ochi. Ce distanță focală trebuie să aibă ochelarii care-i vor permite să vadă clar la o distanță de 24 cm.

8. Un vârstnic are punctul proxim la 0,667 cm, iar punctul proxim la 1 m. Îi sunt prescrise lentile bifocale precum cea din imaginea alăturată. Care vor fi convergențele porțiunii superioare și inferioare a lentilei prescrise?



1.4 Instrumente optice

1.4.1. Microscopul

Instrumentele optice sunt ansambluri de lentile, oglinzi și alte elemente cu ajutorul cărora se obțin imagini ale obiectelor. Microscopul este un instrument optic care dă imagini mărite ale obiectelor vizate.

Mărimea imaginii unui obiect depinde de unghiul subîntins de razele extreme care vin în ochi de la acesta (fig. 1. b). Apropierea obiectului la o distanță față de ochi mai mică decât distanța de la acesta la punctul proxim (d) nu mai permite focalizarea imaginii. Acestei poziții îi corespunde un unghi maxim θ_0 sub care poate fi văzut obiectul (fig. 1. c), poziție care este utilizată pentru a defini **mărirea unghiulară** a unei lentile convergente.

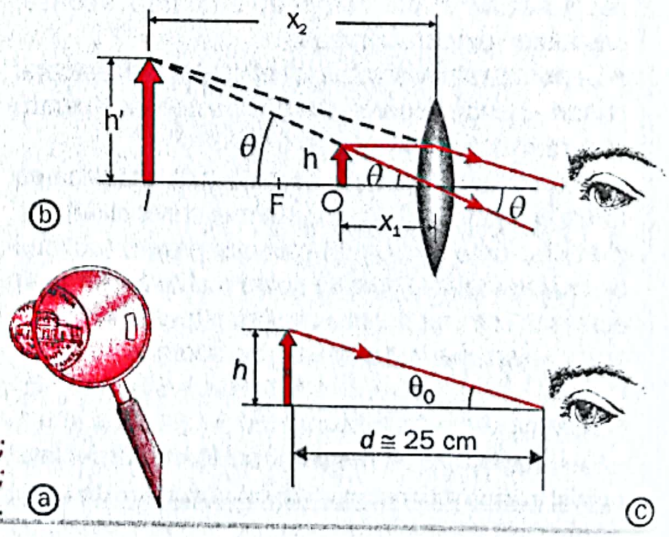


Fig. 1. Lentilă convergentă (a); diagrama formării imaginii printr-o lentilă convergentă (b); poziția punctului proxim la ochiul adult normal (c).

Dicționar

Mărirea unghiulară a unei lentile convergente (grosismentul G) = raportul dintre mărimea unghiului subîntins de obiect, când se folosește lentila convergentă (θ), și unghiul subîntins de obiect (θ_0), când acesta se află la limita de focalizare a ochiului.

$$G = \frac{\theta}{\theta_0} \qquad (1)$$

Distanța d în cazul unei persoane adulte având ochi normali (fig. 1. c), distanță pentru care unghiul θ_0 este maxim, se consideră de aproximativ 25 cm. Utilizând formula lentilelor subțiri se poate calcula distanța față de obiect x_1, pentru care mărirea este maximă:

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{-d} = \frac{1}{f} \Rightarrow x_1 = \frac{df}{d+f}. \qquad (2)$$

Cu f s-a notat distanța focală a lentilei. În aproximația fasciculului îngust de lumină se poate considera fig. 1. b și c).

$$\operatorname{tg}\theta_0 \approx \theta_0 = \frac{h}{25} \quad \text{și} \quad \operatorname{tg}\theta \approx \theta = \frac{h}{x_1}.$$

Înlocuind în (1) rezultă:

$$G = \frac{\theta}{\theta_0} = \frac{h/x_1}{h/d} = \frac{d}{x_1} = d\cdot\frac{d+f}{df} = 1 + \frac{d}{f}. \qquad (3)$$

Dacă ochiul este relaxat, imaginea obiectului se formează la infinit. Aceasta înseamnă că obiectul trebuie să fie situat în focarul lentilei convergente. În acest caz:

$\theta_0 \approx \frac{h}{25}$, iar $\theta \approx \frac{h}{f}$, de unde se obține pentru mărirea lentilei expresia:

$$G = \frac{d}{f}. \qquad (4)$$

Cu ajutorul lentilei convergente, mărirea imaginii poate fi obținută în două situații:

a) cu obiectul între focar și centrul optic al lentilei, rezultând o imagine virtuală;

b) cu obiectul situat între focar și dublul distanței focale, caz în care imaginea obținută este reală și răsturnată.

O mărire suplimentară a imaginii se obține prin utilizarea a două lentile convergente, **obiectivul** (cu o distanță focală f_{ob} sub un centimetru) și **ocularul** (cu o distanță focală f_{oc} de câțiva centimetri), (fig. 2), situate pe aceeași axă optică și separate de o distanță L, mult mai mare decât ambele distanțe focale.

Preparatul microscopic, aflat dincolo de punctul

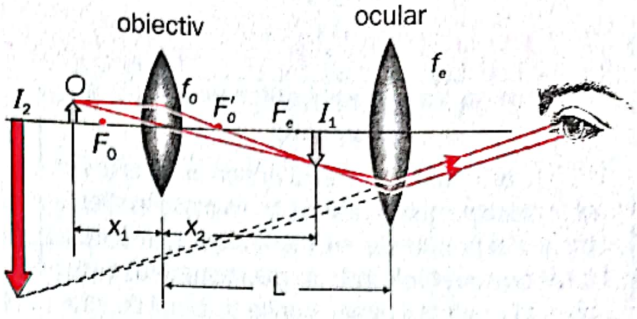


Fig. 2. Schema optică de formare a imaginii prin sisteme de două lentile convergente – microscop.

focal al lentilei obiectivului, formează o imagine reală și răsturnată, situată în imediata apropiere a punctului focal al ocularului. Imaginea obiectivului va servi drept obiect pentru ocular, acesta dând o imagine virtuală, mărită și răsturnată față de precedenta. Sistemul astfel format, reprezintă un **microscop**. Mărirea dată de obiectivul acestuia este:

$$\beta_1 = -\frac{x_1}{x_2} \approx -\frac{L}{f_{ob}}, \qquad (5)$$

iar cea dată de ocular este:

$$G = \beta_2 = \frac{d}{f_{oc}}. \qquad (6)$$

Combinând cele două relații pentru obținerea măririi totale, obținem mărirea microscopului:

$$\beta = \beta_1 \cdot \beta_2 = -\frac{L}{f_{ob}} \cdot \frac{d}{f_{oc}}. \qquad (7)$$

Exemplu

Un microscop are două obiective (unul cu distanță focală f_1 = 20 mm și celălalt cu distanța focală f_2 = 2 mm) și două oculare (cu distanțe focale de 2,5 cm și respectiv 5 cm). Dacă lungimea microscopului, L, este de 18 cm, care sunt măririle posibile?

Rezolvare

Aplicăm relațiile (5) și (6), în care se consideră d = 25 cm, pentru cele patru combinații posibile de distanțe focale. Se obține:

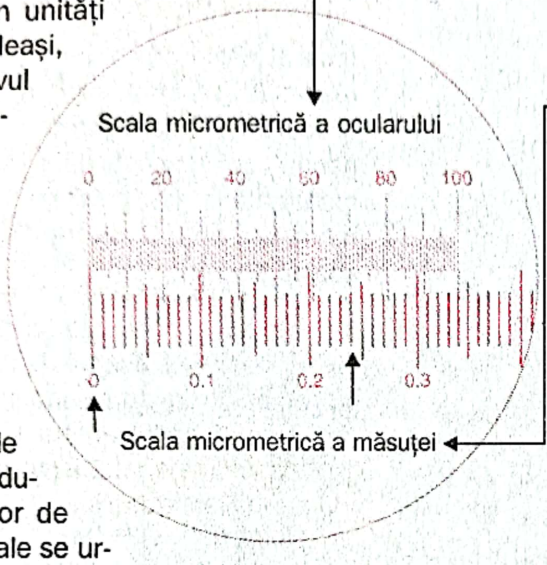
f_{ob} [cm]	f_{oc} [cm]	$\beta = \beta_1 \cdot \beta_2$
2	2,5	-90
2	5	-45
0,2	2,5	-900
0,2	5	-450

Scanned with OKEN Scanner

Laborator

Determinarea dimensiunilor unui corp la microscop

Este important de știut uneori dimensiunile obiectului pe care îl privim prin microscop. Pentru aceasta nu este suficient să știm mărirea dată de sistemul optic al microscopului ci să măsurăm efectiv dimensiunile corpului cu ajutorul scalei micrometrice a ocularului. Aceasta fiind dată în unități arbitrare, mereu aceleași, indiferent de obiectivul folosit nu poate fi utilizată decât după ce este calibrată cu ajutorul scalei micrometrice a măsuței.



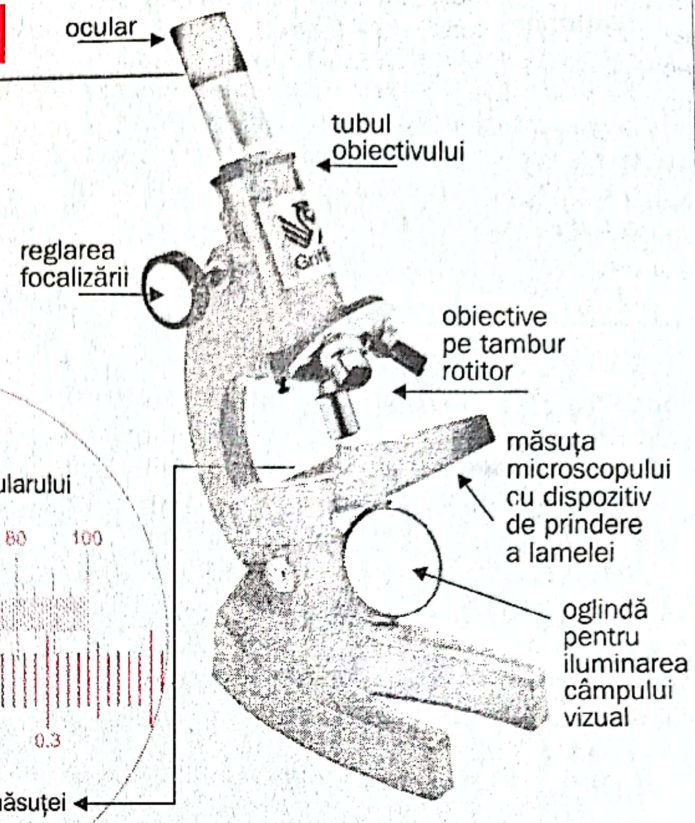


Fig. 3.

La un microscop obișnuit, scala micrometrică a ocularului are 1-3 mm și este divizată în sutimi de mm. Pentru calibrare, după alinierea punctelor de „0" ale celor două scale se urmărește determinarea următoarelor diviziuni care se suprapun. În cazul din imagine, 70 de unități pe scala ocularului se suprapun cu 0,24 mm pe scala măsuței. În acest caz o unitate ocular (u.o) va avea lungimea de: 1 u.o = 0,24 / 70 = 0,0034 mm = 3,4 μm.

Pentru măsurare cu scala ocularului se va înmulți numărul de diviziuni cu valoarea unei unități ocular calculată prin calibrare.

1.4.2. Aparatul fotografic

Părți componente

Funcționarea aparatului fotografic se bazează pe principiul camerei obscure (fig. 4). Dacă într-o cutie neagră, care are una din fețe din hârtie semitransparentă se practică o mică deschidere în peretele opus acesteia, se poate vizualiza pe ecranul semitransparent imaginea unui obiect luminos. Aceasta este mai mică decât obiectul și răsturnată. Dacă în fața deschiderii se montează o lentilă convergentă luminozitatea și claritatea imaginii va crește.

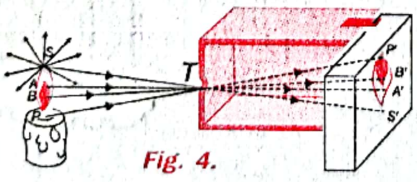


Fig. 4.

Aparatul fotografic (fig. 5) are ca principale piese

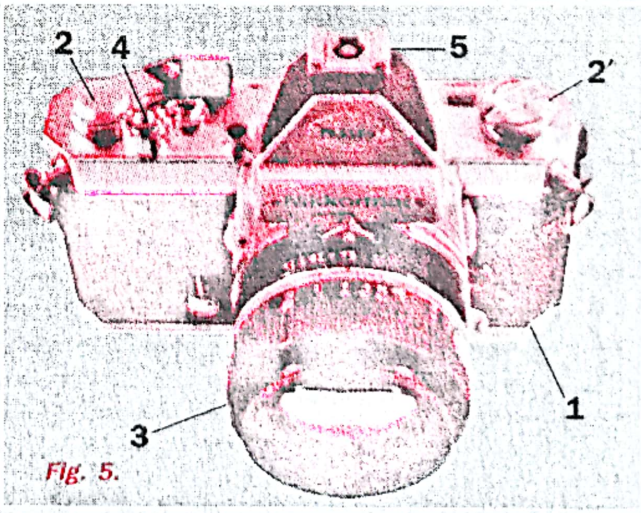
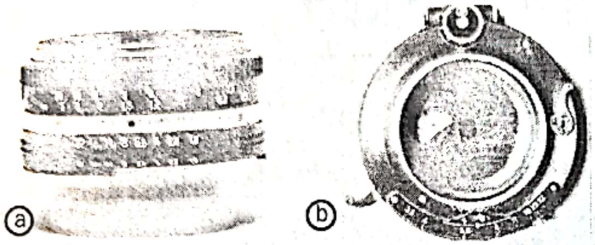


Fig. 5.

Scanned with OKEN Scanner

componente: camera obscură (1), obiectivul (3), diafragma, obturatorul, un sistem de vizualizare (5), declanșatorul (4), pelicula fotografică și sistemul de angrenare al acesteia (2, 2').

Obiectivul (fig. 6. a) cuprinde un sistem de lentile care au rolul de formare a imaginii și de eliminare a unora dintre aberațiile care apar în cazul folosirii unei lentile unice, precum și o diafragmă – o deschidere de dimensiuni variabile care reglează cantitatea de lumină ce pătrunde în aparat. Obiectivele fotografice diferă prin deschiderea maximă a diafragmei și distanța focală.



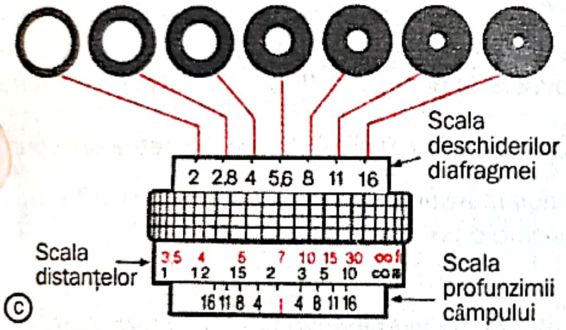


Fig. 6. Obiectiv fotografic (a), diafragmă – dispozitiv cu deschidere variabilă (b) și discuri de reglare pe obiectiv (c).

Diafragmele sunt dispozitivele a căror deschidere variază într-un mod discontinuu. Ele determină modificarea diametrului D al porțiunii de lentilă, expuse la lumină. O caracteristică a aparatului este mărimea $\frac{f}{D}$, adică raportul dintre distanța focală și diametrul deschiderii diafragmei. La aparatele obișnuite aceste rapoarte au valorile tipizate: 2,8; 4; 5,6; 8; 11; 16 (fig. 6. c.). Acestea se pot alege prin reglarea diafragmei.

Pentru un obiectiv cu distanța focală (f) de 50 mm, utilizând rapoartele $\frac{f}{D}$ înscrise se pot determina suprafețele (S) ale lentilei prin care pătrunde lumina, potrivit formulei $S = \frac{\pi D^2}{4}$ (tabel 1).

f/D	2,8	4	5,6	8	11	16	22
D (mm)	17,9	12,5	8,9	6,3	4,5	3,1	2,3
S (mm²)	250	123	63	31	46	7,7	4

Se observă că creșterea raportului $\frac{f}{D}$ cu o treaptă duce la o înjumătățire a suprafeței obiectivului prin care pătrunde lumina față de treapta anterioară.

Deci creșterea raportului $\frac{f}{D}$ cu o poziție determină o înjumătățire a iluminării. Cel mai mic dintre aceste rapoarte corespunde cazului în care diafragma este larg deschisă și se utilizează cea mai mare parte posibilă a lentilei.

Obturatorul este un dispozitiv care limitează timpul trecerii luminii prin aparat pentru impresionarea peliculei fotografice. Durata de deschidere a obturatorului variază între câteva secunde și 1/2000 s, dar valori tipice sunt: 1/30, 1/60, 1/125, 1/250 s.

Declanșatorul permite pătrunderea luminii în aparat prin deschiderea obturatorului.

Sistemul de vizare permite observarea imaginii ce urmează a fi fotografiată și încadrarea corectă a acesteia. Sistemul de vizare poate fi direct sau indirect prin intermediul unei prisme de reflexie. În primul caz imaginea vizată va fi diferită de cea fotografiată (fig. 7. a), în cel de-al doilea se fotografiază ceea ce se vede (fig. 7. b). Oglinda semitransparentă care conduce razele de lumină spre prisma de reflexie se va ridica în momentul fotografierii.

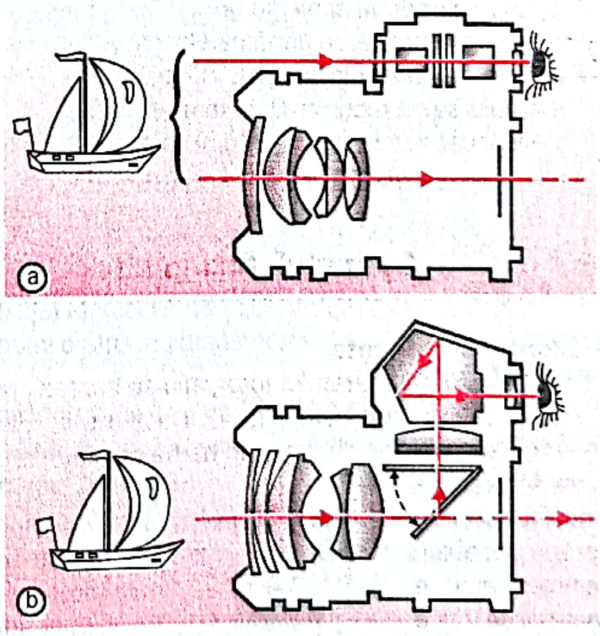


Fig. 7. Vizare directă a); vizare prin obiectiv b).

Utilizarea aparatului fotografic

Distanța focală este un parametru important în stabilirea **unghiului de câmp** și a **profunzimii câmpului** dată de obiectiv.

Scanned with OKEN Scanner

Distanța focală a obiectivului are o mare importanță asupra imaginii obținute (fig. 8).

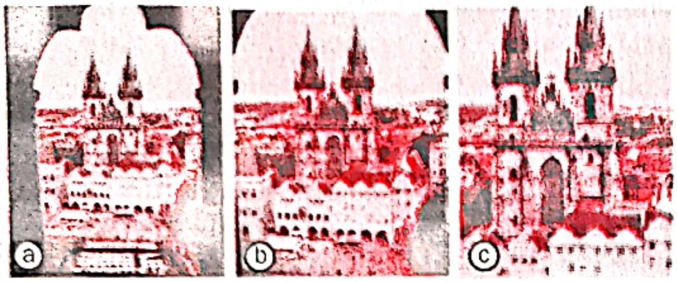


Fig. 8. Fotografii făcute de la aceeași distanță, cu aceeași deschidere a obiectivului, cu obiective cu distanța focală de a) 24 mm, b) 50 mm, c) 135 mm.

Unghiul de câmp delimitează punctele limită între care obiectivul poate forma imaginea. Mărimea sa variază invers proporțional cu distanța focală. Pentru un format normal, 24 × 36, unghiul de câmp are valoarea de 46° pentru o distanță focală de 50 mm, putând ajunge la 2° pentru obiective cu focală lungă (1 200 mm) sau 180° pentru o distanță focală $f = 7{,}5$ mm (fig. 9).

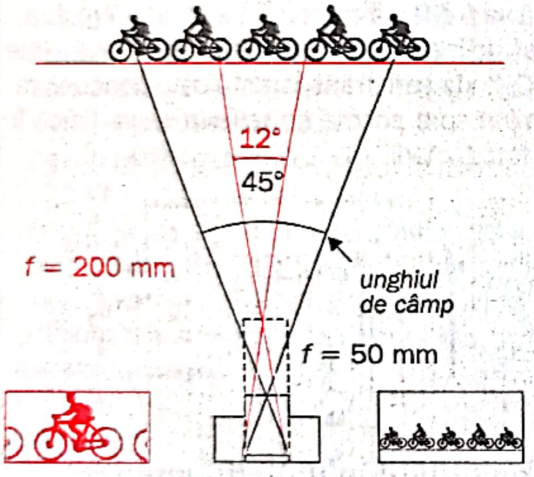


Fig. 9.

Profunzimea câmpului reprezintă distanța față de obiectiv pe care corpurile fotografiate prezintă o imagine acceptabil de clară.

Două puncte obiect (A_1, A_2) pe axul optic principal al obiectivului de o parte și alta a unui punct A_0 a cărui imagine A'_0 se obține în planul fotografic, vor da imaginile A'_1 și A'_2 în fața, respectiv spatele filmului fotografic. Dacă fasciculele luminoase venite din punctele A_1 și A_2 creează pe filmul fotografic o pată luminoasă de aceeași mărime cu cea a punctului luminos A, ele vor fi văzute de ochi ca având aceeași claritate. Distanța A_1A_2 reprezintă profunzimea câmpului.

Pentru o anumită diafragmă și o distanță de punere la punct, profunzimea câmpului variază invers proporțional cu distanța focală. De exemplu, la o diafragmă de 11, profunzimea câmpului pentru un obiectiv cu ($f = 35$ mm) este de la 1,4 m la infinit, iar pentru un obiectiv cu distanța focală $f = 135$ mm este de la 25 m la infinit.

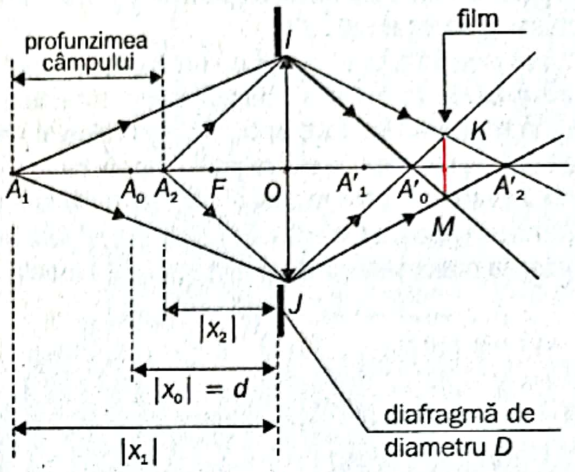


Fig. 10.

Exemplu

Să se determine profunzimea câmpului unui obiectiv cu distanța focală $f = 50$ mm, pentru o distanță de punere la punct $d = 3$ m, în cazul în care raportul $\frac{f}{D}$ are valorile: 1,9 și 16. Se dă diametrul unui punct luminos imagine pe filmul fotografic $a = 30$ µm. Se consideră $d \gg f$.

Rezolvare

Utilizând diagrama din fig. 10, determinăm $A'_0A'_1$ și $A'_0A'_2$, în funcție de datele problemei. În ipoteza $d \gg f$ se pot face aproximările:

$$OA'_0 \cong OA'_1 \cong OA'_2 \cong f.$$

Din asemănarea triunghiurilor se observă că

$$\frac{A'_1A'_0}{KM} = \frac{A'_2O}{IJ}, \quad \text{deci:} \quad \frac{A'_1A'_0}{a} = \frac{f}{D}.$$

Aplicând formula punctelor conjugate cuplurilor de puncte (A_0, A'_0) și (A_1, A'_1) se scrie:

$$\frac{1}{d'} + \frac{1}{d} = \frac{1}{f} \quad \text{și} \quad \frac{1}{x'_1} + \frac{1}{x_1} = \frac{1}{f},$$

unde $OA_0 = d$, $OA_1 = x_1$, $OA'_0 = d'$ și $OA'_1 = x'_1$, iar $OF' = f$.

Eliminând f în cele două ecuații, se obține:

$$\frac{1}{x_1} = \frac{1}{d} + \left(\frac{x'_1 - d'}{d'x'_1}\right),$$

de unde:

Scanned with OKEN Scanner

$$\frac{1}{x_1} = \frac{1}{d} + \frac{a}{fD}. \qquad (1)$$

(S-au făcut aproximările:

$$x_1' \approx d' \approx f \text{ și } d' - x_1' = A_1'A_0' \approx \frac{af}{D}.)$$

Ecuația (1) dă distanța $OA_1 = x_1$ pentru o distanță de punere la punct $d = x_0$.

$$\frac{1}{OA_1} = \frac{1}{d} + \frac{a}{fD}.$$

Analog, se obține: $\frac{1}{OA_2} = \frac{1}{d} + \frac{a}{fD}$.

Înlocuind cu valorile numerice, se obține:

f/D	OA_1	OA_2	d
1,9	3,2 m	2,8 m	40 m
16	7,1 m	1,9 m	5,2 m

Exemplul anterior arată că profunzimea câmpului depinde de:

- Distanța focală (fig. 11. a).
- Deschiderea diafragmei (fig. 11. b).
- Distanța de punere la punct.

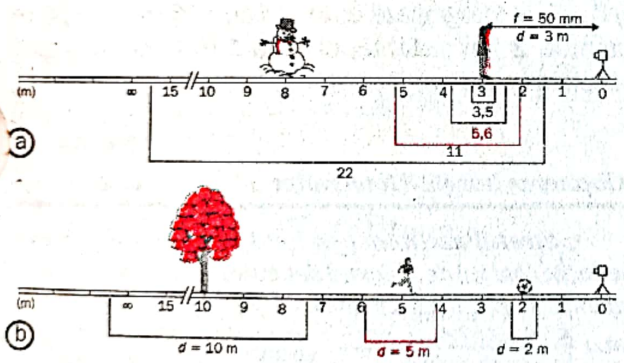


Fig. 11. *Dependența profunzimii câmpului de: distanța focală (a); deschiderea diafragmei (b).*

Pentru o impresionare convenabilă, o particulă fotografică cu o sensibilitate dată trebuie să primească o anumită cantitate de lumină. Aceasta depinde atât de deschiderea diafragmei, cât și de timpul de expunere.

Timpii de expunere uzuali sunt: 2; 4; 8; 15; 30; 60; 125; 250; 500, iar fiecare reprezintă de fapt inversul valorii afișate (de exemplu, 125 reprezintă un timp de expunere de $\frac{1}{125}$ s). Fiecare valoare afișată a scalei de timp este dublul valorii anterioare.

Alegerea vitezei de expunere este importantă mai ales în cazul fotografierii subiecților aflați în mișcare. O viteză mare de expunere (1/500 sau 1/1000 s) va da o imagine clară a corpului aflat în mișcare, în timp ce o viteză mică (1/160; 1/125) va da o fotografie „mișcată" sugerând viteza de deplasare a subiectului (fig. 12).

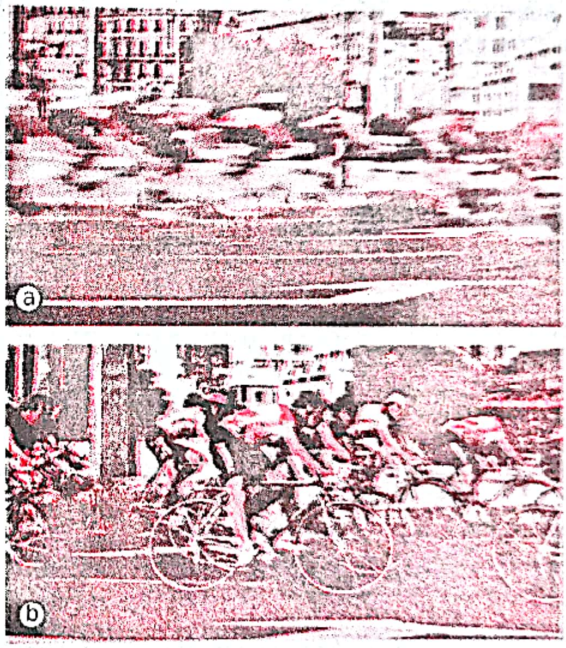


Fig. 12. *Influența timpului de expunere asupra imaginii fotografice a) 1/15 s, b) 1/500 s.*

Rezumat

- Mărirea unghiulară a unei lentile convergente (grosismentul – G) este dată de raportul dintre unghiul subîntins de obiect când se folosește lentila și unghiul subîntins de obiect la limita de focalizare a ochiului. Mărirea devine maximă când $G = d/f$, unde d este 25 cm pentru ochiul normal, iar f este distanța focală a lentilei.
- Microscopul are ca părți principale două sisteme de lentile care formează obiectivul și ocularul. Dacă distanțele focale ale acestora sunt f_{ob} și respectiv f_{oc}, iar distanța dintre ele este L, atunci mărirea microscopului este:

$$\beta = \beta_1 \cdot \beta_2 = -\frac{L}{f_{ob}} \cdot \frac{d}{f_{oc}}.$$

- Principalele părți componente ale aparatului fotografic sunt: camera obscură, obiectivul, diafragma, obturatorul, sistemul de vizare și pelicula fotografică cu sistemul de angrenare.

Scanned with OKEN Scanner

Scanned with OKEN Scanner

Verificaţi-vă cunoştinţele

1. Care este mărirea obișnuită obținută la un microscop?
a) $\beta = 10$; b) $\beta = 25$; c) $\beta = 250$.

2. Lungimea tubului unui microscop este de 15 cm. Distanța focală a obiectivului este 1 cm, iar a ocularului, 2,5 cm. Care este mărirea dată de microscop, presupunând că el este reglat pentru un ochi relaxat?

3. Un microscop de 20 cm lungime mărește de 50 de ori, iar ocularul său, de 20 de ori. a) Care este distanța focală a obiectivului? b) Dar a ocularului? c) Care este mărirea dată de obiectiv?

4. Care este rolul următoarelor părți componente ale unui aparat fotografic?
a) obiectiv; b) ocular; c) diafragmă; d) obturator.

5. Un aparat de fotografiat utilizează o apertură de f/8 și o viteză de expunere de $\frac{1}{500}$ s. Care din următoarele perechi apertură/viteză de expunere permit intrarea în aparat a aceleiași cantități de lumină:
a) f/16; 1/1000 s; b) f/11; 1/250 s;
c) f/5,6; 1/250 s; d) f/4; 1/125 s;
e) f/2,8; 1/60 s.

6. Care este efectul asupra imaginii formate într-o cameră obscură de: a) dublarea distanței obiect; b) dublarea diafragmei.

7. a) Calculați unghiul câmpului pentru obiectivele cu distanțele focale de: 28 mm, 50 mm și 105 mm. Filmul fotografic are dimensiunile de 24 × 36. b) Care obiectiv are un unghi al câmpului mai mare?

8. Obiectivul unui aparat fotografic asimilabil unei lentile subțiri convergente de 9,5 dioptrii permite o punere la punct a obiectelor situate între 1,5 m și infinit.
a) Pentru fotografierea unei statui cu înălțimea de 4,5 m, a cărei imagine să aibă înălțimea pe film de 30 mm, care sunt distanțele obiect-obiectiv și obiectiv-peliculă?
b) Se fotografiază un ciclist care rulează cu o viteză de 36 km/h, traversând perpendicular axul optic principal al lentilei obiectivului pe o distanță de 20 mm. Considerând că imaginea obținută este acceptabilă pentru un timp de expunere care înregistrează pe film o deplasare a ciclistului de sub 0,1 mm, care este timpul maxim de expunere pentru realizarea fotografiei?
c) Dacă se fotografiază un imobil cu înălțimea de 20 m situat la 2 km distanță, care va fi înălțimea imaginii acestuia pe peliculă?

Lectură

Obținerea imaginii fotografice

Istoria fotografiei a început cu Nicéphore Niepce, realizator al aparatului fotografic (1829) și cu Jacques Daguerre care în 1830 reușește să fixeze imagini negative pe suprafețele preparate cu ajutorul sărurilor de argint.

În cazul primelor filme fotografice în alb-negru, pe un suport fotografic (cum ar fi o peliculă de nitrat de celuloză) se depunea emulsia fotosensibilă (fig. 13).

- ***Stratul antiabraziv** are rol de protecție a emulsiei.*
- ***Substratul** are rol ca, prin aderarea emulsiei la suport, acesta să nu se opacizeze.*

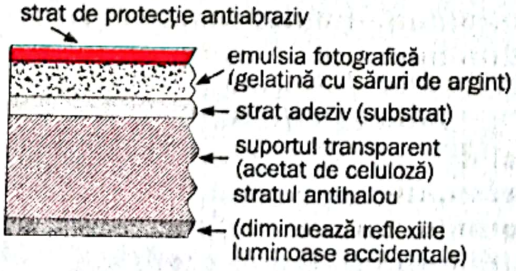


Fig. 13. Componentele materialului fotosensibil alb-negru.

- ***Stratul antihalou** are rolul îndepărtării efectelor nedorite (haloul de reflexie) datorate reflexiei pe suprafața inferioară a plăcii fotosensibile.*

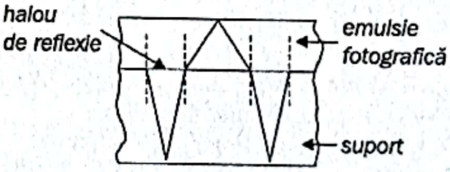


Fig. 14. Formarea haloului de reflexie

Emulsia are în componență halogenuri de argint (AgBr, AgCl), care cristalizează în sistem cubic sau cubic hexagonal. Pătrunderea în această rețea a unui atom de alt tip va determina defecte ionice care formează zone de sensibilitate la acțiunea luminii, numite centre de imagine latentă. Reacțiile de bază care au loc în emulsie sunt:

$$Br^- + \text{lumină} \rightarrow Br + e^-; \quad Ag^+ + e^- \rightarrow Ag$$

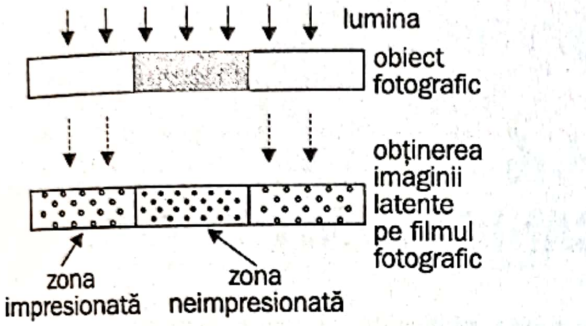
Electronul eliberat în prima reacție se va deplasa într-un centru de imagine latentă unde neutralizează nucleul de argint. În urma expunerii, se formează imaginea latentă.

*Pentru vizualizarea acestei imagini, filmul fotografic trebuie să sufere un proces de prelucrare cuprinzând ca principale etape **developarea** și **fixarea**.*

Dicționar

Developare: Reacție de reducere la argint metalic a ionilor de argint din microcristalele de halogenură de argint ale emulsiei fotografice expuse la lumină, sub acțiunea unei soluții reducătoare numite revelator.

Fixare: Operația de îndepărtare, din stratul fotografic developat, a halogenurii de argint care nu a fost afectată prin procesul de developare.



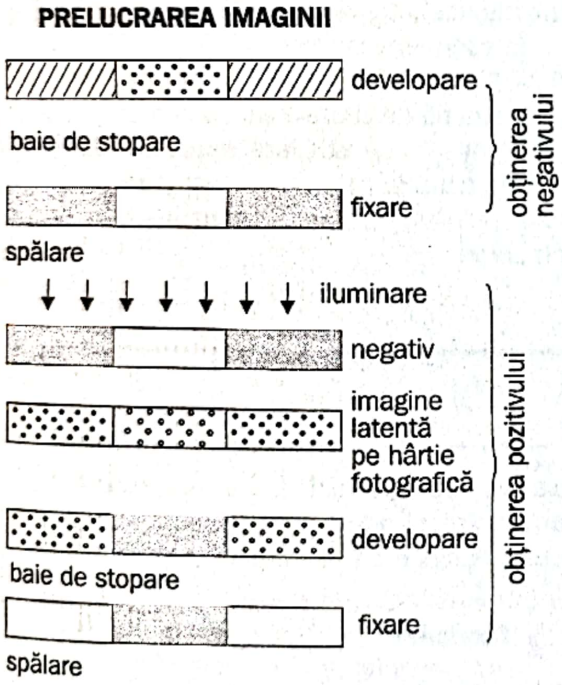


Fig. 15. Etape ale prelucrării fotografiei alb-negru procesul negativ-pozitiv.

Observații

1) Reacția de developare se inițiază în jurul fiecărui centru de imagine latentă, întinzându-se progresiv la întregul volum al cristalului impresionat. În cazul unei reduceri complete, centrul de imagine latentă poate fi multiplicat de 10^{10} ori.

2) Prin fixare, imaginea este protejată de expuneri ulterioare. Principalul element al unei băi de fixare este de obicei trisulfatul de sodiu.

3) Baia de stopare are rolul de oprire a developării stopând acțiunea revelatorului.

Spălările după fiecare dintre operații au rolul de a nu permite amestecarea soluțiilor de developare și fixare, fapt care le-ar deteriora. Spălarea finală are rolul de eliminare a soluției de fixare care în timp ar duce la alterarea imaginii fotografice.

Mult mai utilizată astăzi este fotografia color care are la bază teoria tricromatică a vederii. Filmul color utilizează trei straturi filtrante de culori, complementare culorilor fundamentale. Acestea au încorporate, în substratul fotosensibil, pe lângă halogenura de argint, niște substanțe organice numite formatori de culoare.

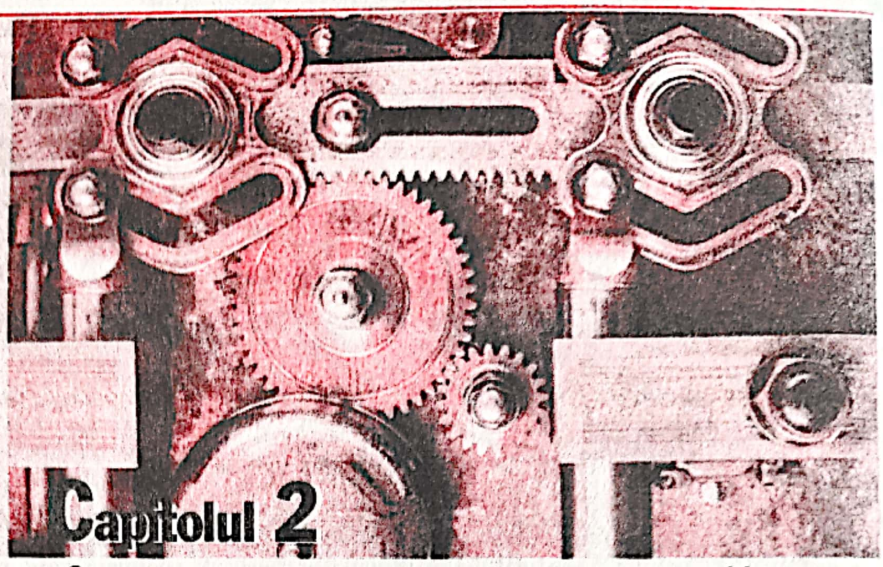
Dicționar

Formator de culoare: Substanță organică, care, în timpul developării, va forma cu revelatorul un colorant de culoare complementară radiațiilor pentru care este sensibil stratul fotografic.

În urma expunerii, emulsia superficială nesensibilizată cromatic va absorbi radiațiile albastru-violet. Radiațiile verzi și roșii trec în stratul următor, sensibil la radiațiile verzi, și-l vor impresiona (fig. 5, coperta 4). Doar radiațiile roșii vor pătrunde în cel de-al treilea strat, formând imaginea corespunzătoare radiațiilor roșii. Straturile filtrante au rolul de a reține radiațiile albastre și respectiv verzi, care n-au fost absorbite complet în stratul anterior. Prin dezvoltarea tehnicilor fotografice, structura materialelor fotosensibile a devenit tot mai complexă, păstrând însă principiile de bază enumerate mai sus.

Scanned with OKEN Scanner

2.1. Mișcare și repaus
F1. *Mișcarea rectilinie uniformă(facultativ)*
F2. *Mișcarea rectilinie uniform variată (facultativ)*
F3. *Mișcarea circulară uniformă(facultativ)*
2.2. *Principiul I*
2.3. *Principiul al II-lea*
2.4. *Principiul al III-lea*
2.5. *Legea lui Hooke. Tensiune în fire*
2.6. *Legile frecării la alunecare*
2.7. *Legea atracției universale*



Capitolul 2

PRINCIPII ȘI LEGI ÎN MECANICA NEWTONIANĂ

Mecanica reprezintă acea parte a fizicii care se ocupă cu studiul mișcării și echilibrului corpurilor. Legile de bază ale mișcării corpurilor au fost formulate de Galilei și de Newton și au căpătat denumirea de legi clasice atunci când s-a constatat valabilitatea lor în cazul corpurilor macroscopice care se deplasează cu viteze mult mai mici decât viteza luminii ($c \simeq 300000$ km/s).

Mișcarea corpurilor macroscopice ce se deplasează cu viteze apropiate vitezei luminii este studiată de teoria relativității, ale cărei baze au fost puse de Albert Einstein, iar mișcarea corpurilor microscopice (subatomice), de mecanica cuantică.

În cadrul mecanicii:

– cinematica – studiază mișcarea corpurilor fără a ține seamă de cauzele care o produc;

– dinamica – studiază mișcarea luând în considerare cauzele ce produc această mișcare;

– statica – studiază condițiile de echilibru al corpurilor.

2.1. Mișcare și repaus

2.1.1. Noțiuni introductive

Când întrebați despre un corp dacă se află în mișcare sau în repaus se poate întâmpla să primiți răspunsuri diferite. De exemplu, în cazul biciclistului din fig. 1 se pot primi ambele răspunsuri. Nici unul nu este greșit, dar nici unul nu este total corect. Omul se va afla în repaus față de scaun sau ghidonul bicicletei, dar în mișcare odată cu aceasta față de drum. Răspunsul depinde de sistemul de referință (S.R.) ales.

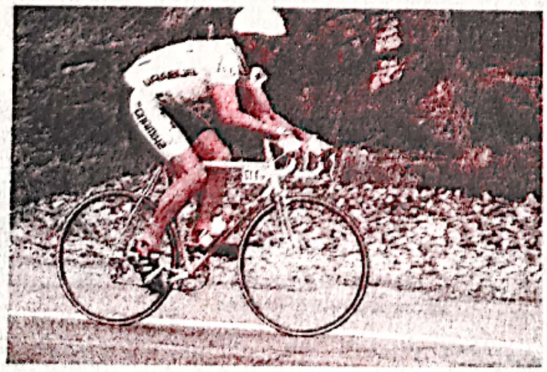


Fig. 1. Relativitatea mișcării față de un S.R.

Dicționar

Sistem de referință (referențialul): Corpul sau ansamblul de corpuri față de care se raportează poziția sau mișcarea corpurilor. Pentru caracterizarea mișcării, S.R. trebuie dotat cu o riglă (pentru determinarea poziției) și un ceas (pentru măsurarea intervalelor de timp).

Grafic, un S.R. se reprezintă printr-o linie sau un ansamblu de linii având o origine și o anumită orientare. În descrierea mișcării unui corp într-un plan se utilizează, cel mai adesea, sistemul de axe de referință rectangular.

Scanned with OKEN Scanner

Concluzie: Când vrem să aflăm dacă un corp se află în mișcare sau în repaus trebuie să precizăm sistemul de referință la care se face raportarea.

Când determinăm poziția unei localități pe o hartă, trebuie să identificăm latitudinea și longitudinea, deci coordonatele sale geografice (fig. 2).

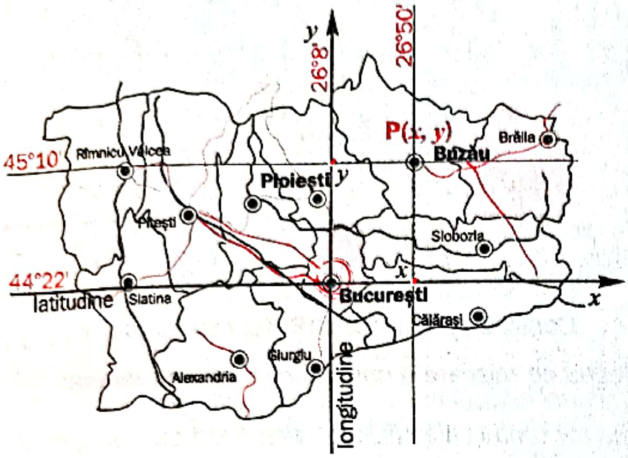


Fig. 2. Stabilirea poziției unei localități pe o hartă se face prin identificarea coordonatelor geografice: latitudinea și longitudinea.

Și în fizică, poziția unui punct pe o dreaptă (fig. 3. a), în plan (fig. 3. b) sau în spațiu (fig. 3. c), se poate stabili pe baza coordonatelor sale față de un sistem de referință (S.R.).

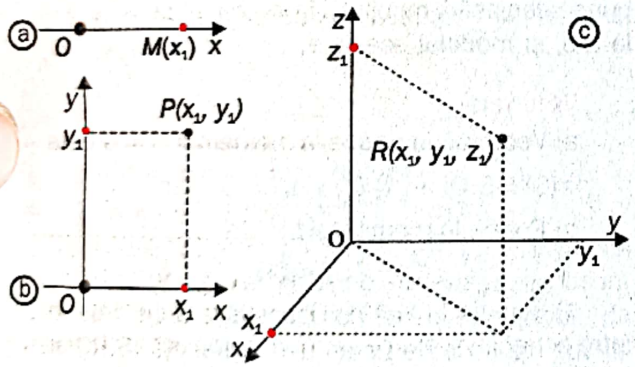


Fig. 3. Determinarea poziției unui punct pe o dreaptă (a), în plan (b) și în spațiu (c).

După cum se observă, *stabilirea poziției unui punct este unic determinată de coordonatele sale față de S.R.* considerat. Același lucru se poate obține și prin cunoașterea *vectorului de poziție* ($\vec{r}$) al punctului respectiv (fig. 4).

Dicționar

Vector de poziție: Segment de dreaptă orientat cu originea în originea S.R. și extremitatea în punctul considerat (vezi anexa V).

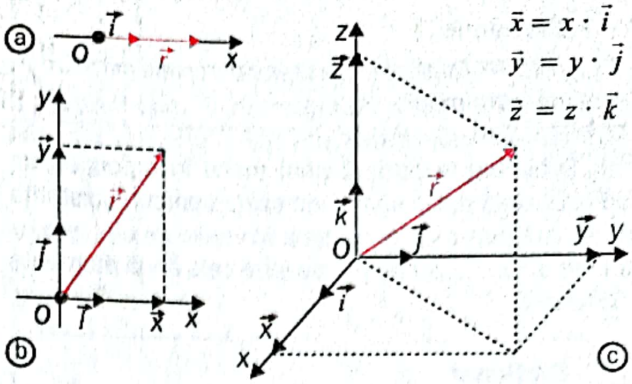


Fig. 4. Determinarea poziției pe o axă (a), în plan (b) și în spațiu (c) cu ajutorul vectorului de poziție (vezi anexa V).

Vectorul $\vec{r}$, în spațiu tridimensional (fig. 4. c) se poate scrie sub forma: $\vec{r} = \vec{x} + \vec{y} + \vec{z} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$, unde $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$ sunt componentele vectorului, iar $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ sunt versorii axelor.

Similar, în spațiul bidimensional $\vec{r}$ este dat de: $\vec{r} = \vec{x} + \vec{y} = x\vec{i} + y\vec{j}$, iar într-un spațiu unidimensional $\vec{r} = x\vec{i}$.

Studiul mișcării unui corp este foarte complex întrucât ar trebui descrise mișcările tuturor particulelor care îl compun. Dacă acestea efectuează mișcări identice, studiul sistemului se poate reduce la studiul mișcării unui punct material.

Dicționar

Punct material: Model fizic utilizat pentru studierea mișcării mecanice a corpurilor care au dimensiuni neglijabile comparativ cu referențialul. Are masa egală cu cea a corpului.

Mobil: Punct material aflat în mișcare la care nu interesează masa.

În deplasarea sa un mobil descrie o **traiectorie** (fig. 5).

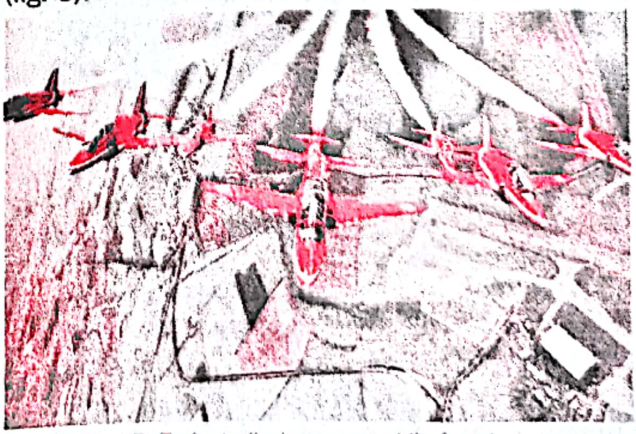


Fig. 5. Traiectorii ale unor mobile în mișcare.

Scanned with OKEN Scanner

Dicționar

Traiectorie: *Totalitatea punctelor din spațiu prin care trece un mobil.*

Schimbarea poziției unui mobil în raport cu un S.R., poate fi descrisă fie prin spațiul parcurs (distanța măsurată pe traiectorie), fie prin **vectorul deplasare** (diferența vectorilor de poziție între cele două momente de timp).

Dicționar

Vector deplasare: *Vectorul diferență a doi vectori de poziție.*

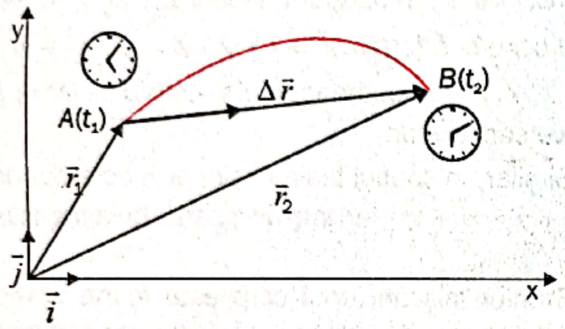


Fig. 6. *Dacă un punct material se află la mometul t_1 în A dat de vectorul de poziție $\vec{r}_1$, iar la momentul t_2 ($t_2 > t_1$) în B dat de $\vec{r}_2$, atunci vectorul deplasare este $\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$, iar s este spațiul parcurs.*

Observație

Spațiul parcurs (s) și vectorul deplasare ($\Delta\vec{r}$) nu sunt mărimi echivalente. Primul este un scalar, iar cel de-al doilea este un vector. Modulele celor două mărimi în general nu coincid. În ce situația acestea ar coincide?

A cunoaște mișcarea unui mobil înseamnă a putea preciza în fiecare moment locul în care se găsește acesta, adică a indica vectorul de poziție $\vec{r}$ sau coordonatele lui (x, y, z). Acest lucru este echivalent cu a da **legea de mișcare:**

$$\vec{r} = \vec{r}(t) \quad (1) \quad \text{sau} \quad \begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \\ z = z(t) \end{cases} \quad (2)$$

Dicționar

Lege de mișcare: *Dependență între poziția mobilului și timp. Ea se poate preciza analitic (printr-o relație matematică), printr-un grafic sau printr-un tabel de valori.*

În cazul unei reprezentări analitice, legea de mișcare poate fi în formă vectorială (1) sau scalară (2), reprezentările fiind echivalente.

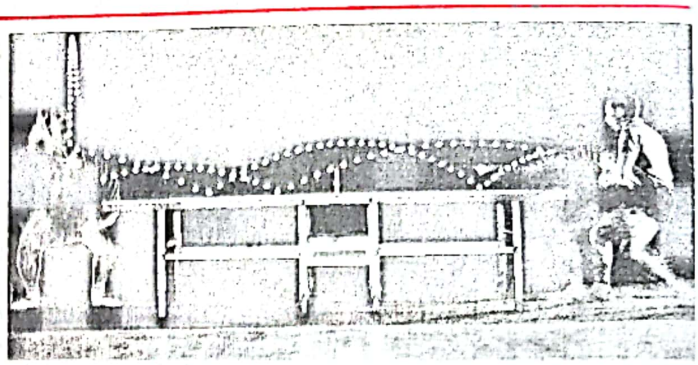


Fig. 7. *Uneori legea de mișcare poate fi destul de complicată ca în cazul traiectoriei minglei de ping-pong din imagine.*

Exemplu

Considerând într-un S.R. cu versorii axelor $\vec{i}$, $\vec{j}$, legea de mișcare a unui mobil dată de expresia:

$$\vec{r}(t) = 5t\vec{i} + (4t^2 + 3)\vec{j},$$

unde $|\vec{r}|$ se exprimă în metri (m), iar t în secunde (s), se cere:

a) să se determine vectorul de poziție la momentul $t_0 = 0$;

b) să se determine poziția la $t = 3$ s;

c) să se stabilească ecuația traiectoriei;

d) să se stabilească vectorul deplasare ce corespunde deplasării mobilului în intervalul de timp de la 0 la 3 s, și modulul acestuia.

Rezolvare

a) Vectorul de poziție la momentul $t_0 = 0$ este:

$$\vec{r}(0) = 5\cdot 0\vec{i} + (4\cdot 0^2 + 3)\vec{j} = 3\vec{j} \ \ [\text{m}].$$

b) Poziția la momentul $t = 3$ s va fi:

$$\vec{r}(3) = 15\vec{i} + 39\vec{j} \ \ [\text{m}].$$

c) Ecuația traiectoriei se obține eliminând timpul între ecuațiile scalare care determină coordonatele de poziție:

$$x = 5t \text{ și } y = 4t^2 + 3.$$

Eliminând timpul, obținem: $y = \frac{4}{25}x^2 + 3$.

d) Vectorul deplasare va fi dat de diferența vectorilor de poziție la cele două momente considerate:

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}(3) - \vec{r}(0) = 15\vec{i} + 39\vec{j} - 3\vec{j} = 15\vec{i} + 36\vec{j},$$

iar modulul vectorului deplasare se obține aplicând teorema lui Pitagora în triunghiul dreptunghic format de coordonatele mobilului la momentul respectiv:

$$\Delta r = \sqrt{(15)^2 + (36)^2} = 39 \text{ m}.$$

Scanned with OKEN Scanner

2.1.2. Viteza

O modalitate simplă de analiză a mișcării unui corp se poate face prin înregistrarea, la intervale egale de timp a poziției sale. Să presupunem că un automobil pierde ulei prin picurare la intervale egale de timp. În urma sa vor rămâne urme de ulei, la diferite distanțe. Acestea vor reprezenta o istorie a deplasării automobilului (fig. 8. a).

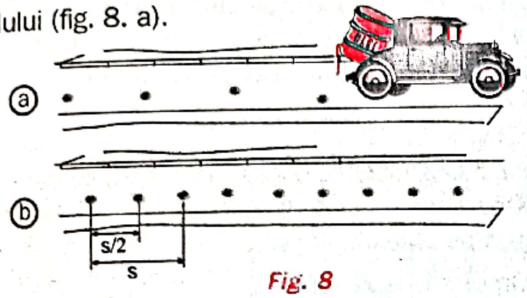


Fig. 8

Dacă același mobil se deplasează lăsând înregistrarea (b) a traiectoriei sale (fig. 8), ce se poate spune despre cele două deplasări?

Dacă intervalele de timp de picurare sunt aceleași, se observă că în cel de-al doilea caz distanța parcursă a fost mai mică.

Pentru a caracteriza mișcarea în cele două situații, în anii anteriori, s-a definit mărimea fizică numită *viteză medie* (v) ca fiind raportul dintre distanța străbătută pe traiectorie (s) într-un interval de timp și intervalul de timp respectiv:

$$v = \frac{s}{t}. \qquad (1)$$

Potrivit relației de definiție viteza se măsoară, în Sistemul Internațional de Unități, în m/s.

Se poate spune acum că viteza în (a) este dublul celei din (b). În plus, în cele două cazuri vitezele sunt constante (sunt parcurse spații egale în intervale de timp egale). Ce se poate spune despre sensul de deplasare în cele două cazuri? Dacă în (a) putem bănui că automobilul se deplasează de la stânga la dreapta și nu merge cu spatele, în cel de-al doilea caz nu se poate spune nimic.

Pentru a obține mai multe informații despre mișcare, într-o astfel de diagramă se poate utiliza o reprezentare vectorială (fig. 9). În acest caz este dată nu numai valoarea vitezei, ci și orientarea acesteia.

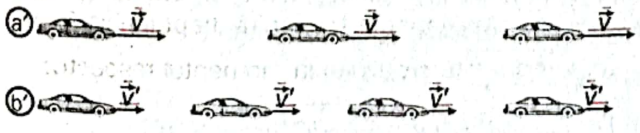


Fig. 9

Concluzie. O reprezentare vectorială pe lângă valoarea vitezei oferă și orientarea acesteia (direcția și sensul).

Vectorul viteză medie (fig. 10) este definit de raportul dintre vectorul deplasare într-un interval de timp și intervalul de timp respectiv.

$$\vec{v}_m = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{t_2 - t_1}$$

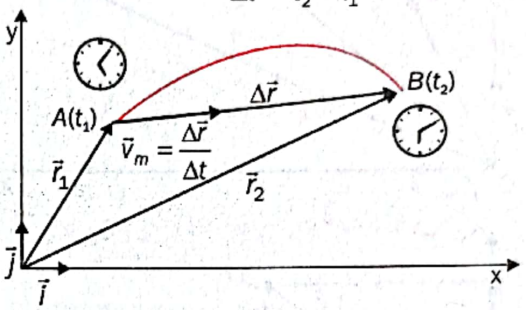
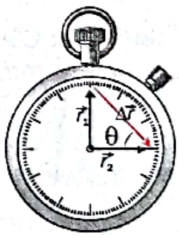


Fig. 10. Vectorul viteză medie are aceeași direcție și același sens cu vectorul deplasare $\Delta\vec{r}$ (secant la traiectorie), iar modulul egal cu produsul dintre modulul vectorului deplasare și inversul intervalului de timp în care are loc mișcarea.

Exemplu

Dacă secundarul unui cronometru are lungimea de 2 cm, care este vectorul viteză medie în care vârful acestuia parcurge primul sfert de cadran? Care este orientarea vectorului viteză medie?



Rezolvare

Vectorul viteză medie este dat de:

$$\vec{v} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{\Delta t},$$

unde

$$|\vec{r}_2 - \vec{r}_1| = \sqrt{r_2^2 + r_1^2} = \sqrt{2 \cdot 2^2} = 2\sqrt{2}\ \text{cm} = 2{,}8\ \text{cm},$$

iar $\Delta t = 15$ s.

Rezultă: $|\vec{v}| = \frac{2{,}8\ \text{cm}}{15\ \text{s}} = 0{,}18(6)\ \text{cm/s}$.

Orientarea poate fi dată de pildă de unghiul θ. În acest caz, $tg\theta = \frac{r_1}{r_2} = \frac{2}{2} = 1$, deci $\theta = 45°$.

Pentru o caracterizare mai detaliată a mișcării, nu este suficientă doar cunoașterea vitezei medii, deoarece, pe diferite intervale de timp, ea poate fi diferită. În această situație, se definește o altă mărime, numită *viteză momentană* sau *instantanee*.

Scanned with OKEN Scanner

Dacă în cazul descris în fig. 10 facem ca intervalul de măsurare a vectorului deplasare ($\Delta\vec{r}$) să scadă la limită, când intervalul de timp dintre măsurători devine foarte mic (se poate spune că tinde către zero), se obține viteza instantanee (fig. 11).

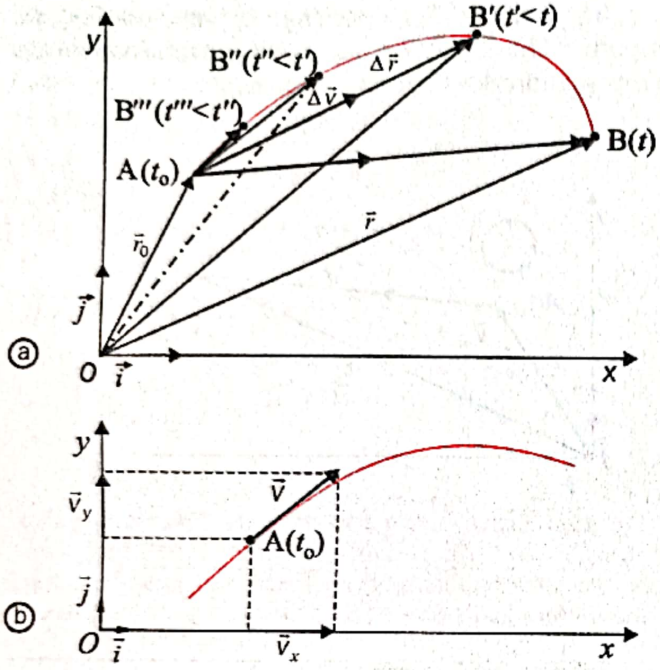


Fig. 11. Dacă măsurătorile de poziție sunt făcute la intervale de timp din ce în ce mai mici, se obțin viteze medii pe perioade din ce în ce mai mici. La limită va rezulta viteza instantanee (a); vectorul viteză instantanee este tangent la traiectorie (b).

Concluzie: Când intervalul de timp dintre măsurători tinde către zero ($\Delta t \to 0$ se citește „Δt tinde la zero", respectiv B → A), prin aplicarea relației de definiție a vectorului viteză medie se poate calcula viteza instantanee.

Dicționar

Vectorul viteză instantanee: Limita către care tinde raportul dintre vectorul deplasare, într-un interval de timp, și intervalul de timp respectiv, când cel din urmă tinde la zero.

Vectorul viteză instantanee este tangent la traiectorie (fig. 11).

Descrierea vectorială a mișcării este utilă și în cazul mișcării compuse (rezultantă a *mai multor mișcări simple simultane*).

Un caz simplu este cel al unui mobil care, pe lângă viteza proprie, în raport cu un sistem de referință (S), se deplasează împreună cu acesta față de un al doilea sistem de referință (S'). Dacă ambele deplasări se fac cu viteză constantă. Viteza rezultantă de deplasare se va calcula conform regulilor de compunere a vectorilor. Astfel de cazuri se întâlnesc frecvent în realitate.

Să urmărim două exemple.

Exemple

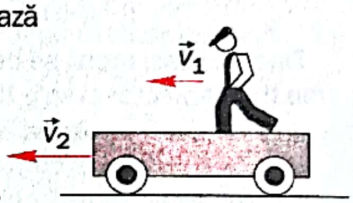
1. Un om se deplasează pe culoarul unui vagon de tren cu viteza $v_1 = 1$ m/s. Care este viteza lui față de gară, dacă trenul se deplasează prin aceasta cu viteza $v_2 = 20$ m/s.

Rezolvare

În acest caz, lucrurile sunt simple. Ambele mișcări se desfășoară pe aceeași direcție. În problemă există două cazuri posibile:

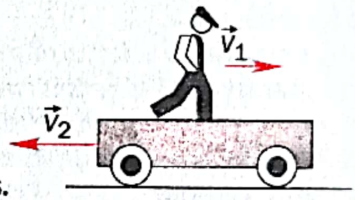
a. Omul se deplasează în același sens cu vagonul, caz în care viteza omului față de gară este:

$v = v_1 + v_2 = 21$ m/s.



b. Omul se deplasează în sens contrar deplasării vagonului, caz în care:

$v = v_2 - v_1 = 19$ m/s.

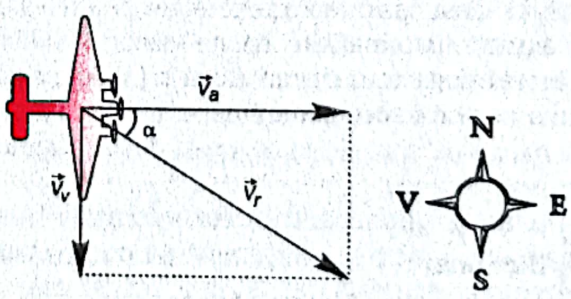


2. Un avion se deplasează spre est cu $v_a = 100$ m/s. Dacă viteza vântului ce bate dinspre nord este $v_v = 30$ m/s, să se determine:

a) viteza avionului față de Pământ;

b) deviația de la direcția inițială.

Rezolvare



a) Cele două viteze, cea a avionului și cea a vântului, sunt perpendiculare. Conform regulilor de compunere a vectorilor, modulul vitezei rezultante este:

$v_r = \sqrt{v_a^2 + v_v^2} \approx 104{,}4$ m/s.

b) Deviația este $\operatorname{tg}\alpha = \frac{v_v}{v_a} \approx 0{,}3 \Rightarrow \alpha \approx 17°$.

Scanned with OKEN Scanner

2.1.3. Accelerația

Să revenim la analiza mișcării unui automobil care pierde ulei comparând înregistrările (fig. 12. a și b). Ce se poate spune despre viteză, în cele două cazuri?

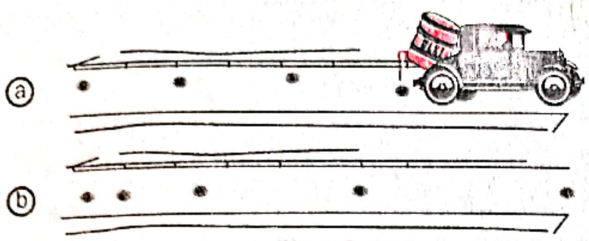


Fig. 12

Dacă în (a) viteza este constantă, în (b) aceasta nu mai este constantă. Ea variază în timp. Variația în timp a vitezei unui corp este dată de accelerație (a).

$$a = \frac{v}{t} \qquad (3)$$

Unitatea de măsură a accelerației se obține din relația (3):

$$[a]_{S.I.} = \frac{[v]_{S.I.}}{[t]_{S.I.}} = \frac{m/s}{s} = m/s^2$$

Din fig. 12 nu se poate spune nimic despre sensul de deplasare al corpului care a lăsat urma din (b). În acest caz există două variante date în fig. 13.

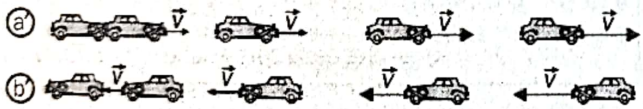


Fig. 13

În primul caz viteza mobilului crește, iar în cel de-al doilea scade.

Și în acest caz o reprezentare vectorială a vitezei dă mai multe informații în privința mișcării.

Prin analogie cu definirea vectorului viteză se poate defini și vectorul accelerație medie:

$$\vec{a}_m = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}.$$

Dicționar

Accelerația medie: Mărimea fizică vectorială egală cu raportul dintre variația vectorului viteză, într-un interval de timp, și variația corespunzătoare a timpului.

Vectorul accelerație medie nu dă decât o caracterizare globală a variației vitezei mobilului. Pe subintervale de timp, această variație poate fi diferită, ceea ce va impune definirea unei mărimi instantanee, numită *accelerație momentană*. Definirea acesteia se face ca limită către care tinde raportul dintre variația vectorului viteză într-un interval de timp și variația corespunzătoare a timpului când cel din urmă tinde la zero.

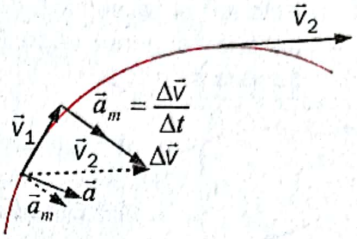


***Fig. 14.** Determinarea grafică a vectorului accelerație medie.*

Din fig. 14 se constată că:

1) Vectorul accelerație instantanee ($\vec{a}$) diferă de vectorul accelerație medie ($\vec{a}_m$).

2) Vectorul accelerație va fi paralel cu vectorul viteză doar în cazul mișcării rectilinii.

Exemplu

Dacă legea de mișcare a unui mobil este dată de ecuația:

$$\vec{r}(t) = \alpha t^2\vec{i} + \beta t\vec{j} + \vec{k},$$

unde α și β sunt două constante numerice arbitrare, să se determine expresia de calcul pentru:

a) viteza instantanee;

b) accelerație.

Rezolvare:

a) Pentru a determina viteza instantanee se pleacă de la definirea vitezei medii pe intervalul $t_2 - t_1 = \Delta t$.

$$\vec{v} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{\vec{r}_2(t_2) - \vec{r}_1(t_1)}{t_2 - t_1} = \frac{\vec{r}_2(t_1 + \Delta t) - \vec{r}_1(t_1)}{\Delta t} =$$

$$= \frac{\alpha(t_1 + \Delta t)^2\vec{i} + \beta(t_1 + \Delta t)\vec{j} + k - \alpha t_1^2\vec{i} - \beta t_1\vec{j} - k}{\Delta t} =$$

$$= 2\alpha t_1\vec{i} + \Delta t\vec{i} + \beta\vec{j}$$

Viteza instantanee se obține când $\Delta t = 0$;

$$\vec{v}_i = 2\alpha t_1\vec{i} + \beta.$$

Scanned with OKEN Scanner

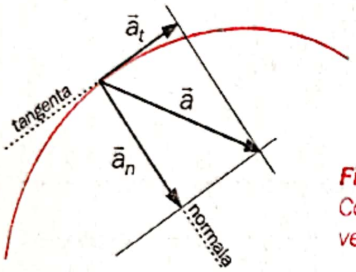
b) Accelerația corpului se obține aplicând relația de definiție:

$$\vec{a} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_2(t_2) - \vec{v}_1(t_1)}{t_2 + t_1} = \frac{\vec{v}_2(t_1 + \Delta t) - \vec{v}_1(t_1)}{\Delta t} =$$

$$= \frac{2\alpha(t_1 + \Delta t)\vec{i} + \beta - 2\alpha t_1\vec{i} - \beta}{\Delta t} = 2\alpha\vec{i}.$$

Componentele accelerației

Cum vectorul accelerație momentană este orientat spre interiorul traiectoriei, el va putea fi descompus după două direcții, una tangentă la traiectorie și cealaltă – perpendiculară pe prima.



$$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n$$

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}$$

Fig. 15. Componentele vectorului accelerație.

Se obțin componentele vectorului accelerație, accelerația tangențială $\vec{a}_t$ și accelerația normală $\vec{a}_n$.

Cea dintâi ($\vec{a}_t$) dă variația vectorului viteză în modul fig. 16.

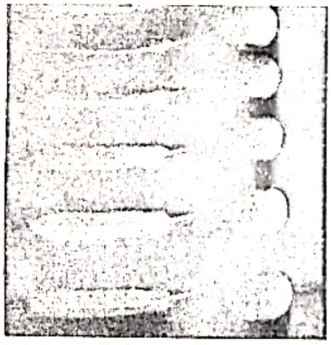


Fig. 16. Căderea corpurilor în lipsa oricăror interacțiuni cu mediul (în vid toate corpurile cad la fel).

Cea de-a doua ($\vec{a}_n$) dă variația vectorului viteză în orientare fig. 17.

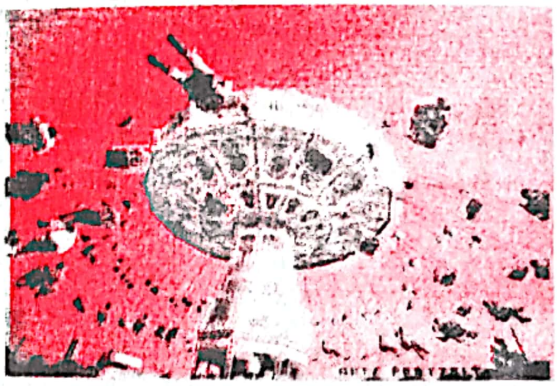


Fig. 17. Mișcarea de rotație cu viteză constantă este un exemplu de mișcare în care apare accelerație normală (a_n) orientată spre centrul mișcării.

Tabel

CLASIFICAREA MIȘCĂRILOR în funcție de componentele accelerației		
Mișcare rectilinie $a_n = 0$	uniformă ($a_t = 0$)	
	uniform variată $a_t = ct.$	accelerată ($\bar{a} > 0$)
		încetinită ($\bar{a} < 0$)
	variată $a \neq ct.$	
Mișcare circulară $a_n \neq 0$	uniformă ($a_t = 0, a_n \neq 0$)	
	uniform variată $a_t = ct.$ $a_n \neq ct.$	accelerată ($\bar{a} > 0$)
		încetinită ($\bar{a} < 0$)
	variată $a_t \neq ct.; a_n \neq ct.$	

Rezumat

- Deplasarea unui corp în spațiu este dată de vectorul deplasare $\Delta\vec{r} = \vec{r}_f - \vec{r}_i$, unde $\vec{r}_f$ și $\vec{r}_i$ sunt vectorii poziției finale și inițiale în raport cu un sistem de referință considerat.

Dacă mișcarea are loc după o singură direcție (de exemplu, x), deplasarea este $\Delta x = x_f - x_i$.

- Viteza medie (vector) este dată de:

$$\vec{v} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{\vec{r}_f - \vec{r}_i}{t_f - t_i},$$

unde cu t_f și t_i s-au notat momentele final și inițial la care s-au determinat vectorii de poziție.

- În cazul mișcării pe o direcție (x) relația anterioară se reduce la

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i}$$

- Vectorul viteză are aceeași orientare cu vectorul deplasare.
- Viteza instantanee este un vector tangent la graficul traiectoriei și se obține din expresia vectorială a vitezei medii când $\Delta t \to 0$.
- Variația vitezei într-un interval de timp determină accelerația mobilului. Vectorul accelerație este definit de expresia:

$$\vec{a} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_f - \vec{v}_i}{t_f - t_i}.$$

- Accelerația instantanee se obține din relația anterioară când $\Delta t \to 0$.
- Vectorul accelerație are două componente: tangențială (dă variația vectorului viteză în modul) și normală (dă variația vectorului viteză în orientare).

Scanned with OKEN Scanner

Verificaţi-vă cunoştinţele

1. Ecuațiile de mișcare ale unui mobil pe trei direcții ale spațiului sunt:
$x(t) = 2t^2$; $y(t) = 3t$; $z(t) = t$.
Determinați:
a) vectorul de poziție la momentul $t_1 = 2$ s și $t_2 = 4$ s;
b) modulul vectorului deplasare între cele două momente.

2. Dându-se ecuația de mișcare a unui mobil:
$\vec{r}(t) = 2t^2\vec{i} + 3t\vec{j}$, se cere:
a) să se determine traiectoria mișcării;
b) să se calculeze vectorul de poziție la momentele $t_0 = 0$ și $t = 5$ s;
c) să se determine vectorul deplasare în intervalul de timp de la punctul (b) și modulul acestuia. Coincide modulul vectorului deplasare cu drumul parcurs de mobil?

3. Un mobil parcurge consecutiv două distanțe, cu vitezele $v_1 = 10$ m/s și $v_2 = 20$ m/s. Dacă direcțiile de deplasare, în cele două cazuri, fac cu axa Ox unghiurile $\alpha_1 = 30°$ și $\alpha_2 = 135°$, determinați modulul și orientarea vectorului viteză medie.

4. Care este viteza medie a unui mobil care parcurge o cincime din drum cu viteza $v_1 = 10$ m/s, un sfert din ce a rămas cu $v_2 = 20$ m/s și restul cu 15 m/s?
Stabiliți: a) spațiul total parcurs; b) viteza de deplasare pe fiecare interval; c) viteza medie.

5. Legea de mișcare a unui mobil ce pleacă din repaus este dată de ecuația:
$$s = 10 + 2t + 5t^2.$$
Stabiliți viteza medie în primele 5 secunde ale mișcării.

6. În cadrul unei etape de alergare, un ciclist a înregistrat următorul grafic orar:

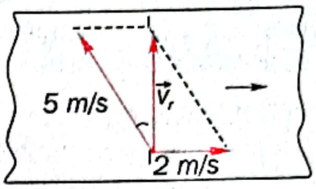
Poziție (km)	0	20	40	60	100
Timp (ore)	9	9,6	10	10,4	11,8

a) Reprezentați grafic deplasarea, știind că mișcările s-au efectuat cu viteză constantă.
b) Stabiliți viteza medie pe fiecare interval.
c) Stabiliți viteza medie totală.

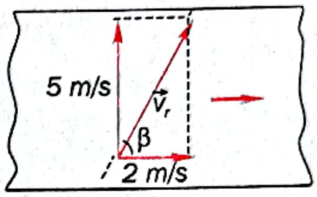
7. Determinați viteza instantanee corespunzătoare următoarelor mișcări:
a) $\vec{r} = (2 - t^2)\vec{i} + t\vec{j} + \vec{k}$
b) $\vec{r} = 10\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$
c) $\vec{r} = t^3\vec{j}$

8. Un om reușește să imprime bărcii, prin vâslit în apă stătătoare, viteza de 5 m/s.

a) Care este direcția în care trebuie să vâslească, pe un râu ce curge cu 2 m/s, pentru a-l traversa perpendicular?



b) Dacă ar vâsli perpendicular pe râu, care ar fi viteza imprimată bărcii?



9. Fie mișcările reprezentate de măsurătorile din tabelele următoare.
a) Ce se întâmplă cu viteza corpului în fiecare caz în parte?
b) Care este sensul accelerației și tipul ei ?

Cazul A

timp [s]	0	1	2	3	4
viteza [m/s]	0	2	4	6	8

Cazul B

timp [s]	0	1	2	3	4
viteza [m/s]	–8	–6	–4	–2	0

10. Urmăriți tabelele de mai jos care descriu variația în timp a vitezei unui mobil.
a) Ce se întâmplă cu viteza corpului în fiecare caz în parte?
b) Care este sensul accelerației și tipul ei?

Cazul C

timp [s]	0	1	2	3	4
viteza [m/s]	8	6	4	2	0

Cazul D

timp [s]	0	1	2	3	4
viteza [m/s]	0	–2	–4	–6	–8

Scanned with OKEN Scanner

E.1 Mișcarea rectilinie uniformă

Mișcarea unui mobil este rectilinie și uniformă când vectorul viteză $\bar{v}$ este constant.

Afirmația precedentă garantează atât faptul că mișcarea este uniformă (modulul vectorului viteză este constant) cât și caracterul rectiliniu al traiectoriei (vectorul viteză își păstrează orientarea).

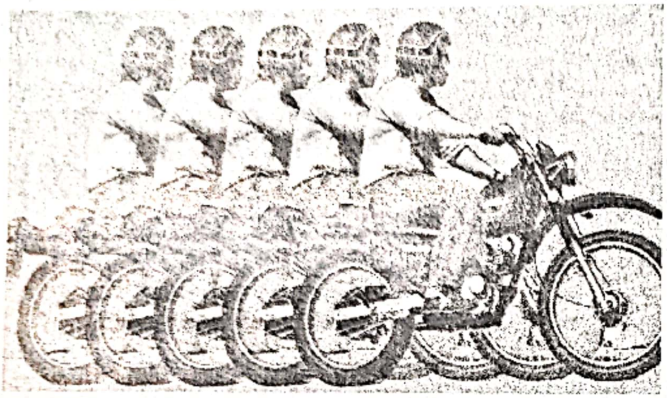


Fig. 1. *Fotografie stroboscopică a deplasării unui mobil. Fotografiile s-au făcut la intervale egale de timp. Ce se poate spune despre mișcarea mobilului?*

În cazul mișcării rectilinii uniforme, traiectoria fiind o dreaptă, putem alege ca S.R. direcția de desfășurare a mișcării (fig. 2).

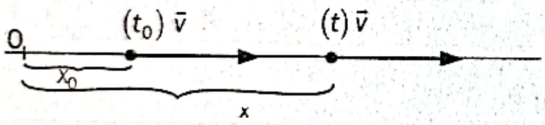


Fig. 2. *Diagrama unei mișcări rectilinii uniforme.*

În acest caz, viteza poate fi scrisă sub forma:

$$v = \frac{x - x_0}{t - t_0} \qquad (1)$$

unde x și x_0 sunt pozițiile mobilului la momentele t și t_0, măsurate față de originea sistemului de referință.

Rescriind relația (1) obținem:

$$x = x_0 + v\,(t - t_0) \qquad (2)$$

care reprezintă *legea de mișcare a mișcării rectilinii uniforme.*

Dacă mișcarea se cronometrează începând cu momentul în care mobilul se găsește la distanța x_0 de origine, atunci $t_0 = 0$ și (2) devine:

$$x = x_0 + v \cdot t, \qquad (2')$$

iar dacă $x_0 = 0$ (mobilul pornește chiar din originea S.R.):

$$x = v(t - t_0) \qquad (2'')$$

Dacă ambele condiții sunt valabile simultan rezultă:

$$x = v \cdot t \qquad (2''')$$

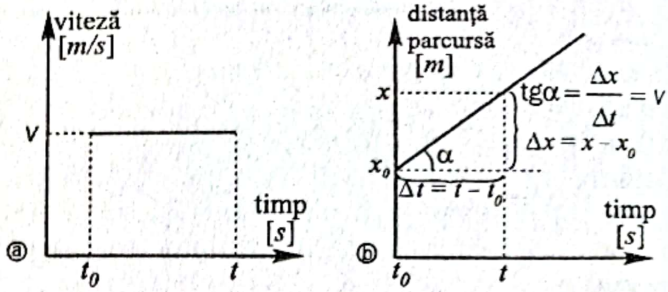


Fig. 3. *Reprezentări grafice ale vitezei (a) și legii de mișcare (b) în mișcarea rectilinie unifomă.*

Observații

1. Dacă se urmărește graficul viteză-timp al unei mișcări rectilinii uniforme (fig. 3. a), se constată că aria suprafeței delimitate de graficul vitezei, paralelele la ordonată prin punctele extreme ale acesteia și abscisă, este numeric egală cu spațiul parcurs de mobil în intervalul de timp respectiv.

2. Dacă se urmărește graficul spațiu-timp al aceleiași mișcări (fig. 3. b), se constată că panta dreptei reprezentative $\left(\operatorname{tg}\alpha = \frac{\Delta x}{\Delta t} = v\right)$ este numeric egală cu viteza de deplasare. În acest fel, dacă pe același grafic se vor reprezenta legile de mișcare pentru două sau mai multe mobile ce au mișcări rectilinii unifome, se poate stabili mobilul cu viteza mai mare, și anume cel al cărui grafic are o panta mai mare.

Exemplu

Considerând că în cazul unei mișcări au fost înregistrate datele din tabelul 1, se cere să se stabilească dacă este vorba de o mișcare rectilinie și uniformă.

Tabelul 1

Timp [s]	0	1	4	10	25
Poziție [m]	15	25	55	115	265

Rezolvare

Tabelul 2 prezintă calculul vitezei în fiecare interval de timp considerat.

Tabelul 2

Interval de timp (s)	Distanța măsurată (m)	Viteza calculată (m/s)
0 - 1	10	10/1 = 10
1 - 4	30	30/3 = 10
4 - 10	60	60/6 = 10
10 - 15	150	150/15 = 10

Dacă reprezentăm grafic se obține o dreaptă asemănătoare celei din fig. 3. b.

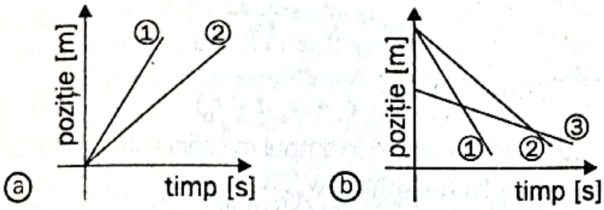
Scanned with OKEN Scanner

Rezumat

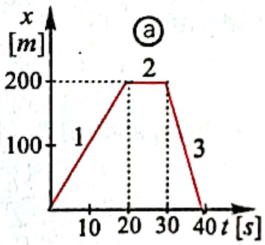
- Mișcarea rectilinie și uniformă este mișcarea pentru care vectorul viteză este constant .
- Legea de mișcare este: $x = x_0 + v(t - t_0)$.
- Reprezentarea grafică a legii de mișcare este o dreaptă a cărei pantă este egală cu viteza de deplasare.
- Din reprezentarea grafică $v = v(t)$ se poate determina distanța parcursă, care este numeric egală cu aria de sub grafic.

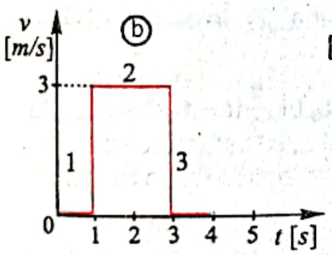
Verificați-vă cunoștințele

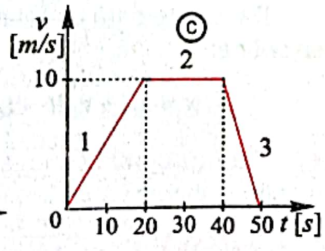
1. Caracterizați mișcările corpurilor ale căror legi de mișcare sunt date în graficele de mai jos.



2. Identificați pe ce durate mișcările mobilelor reprezentate în diagramele de mai jos sunt mișcări rectilinii uniforme.





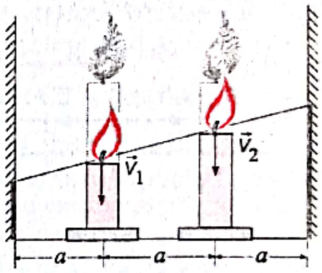


3. Două trenuri având aceeași lungime, $L = 150$ m, rulează pe două linii paralele, cu viteza de 50 km/h și respectiv 70 km/h. Care este durata trecerii lor unul pe lângă celălalt, dacă:
a) trenurile au același sens;
b) au sensuri contrare.

4. Doi înotători parcurg un bazin de lungime $l = 50$ m cu vitezele $v_1 = 3$ m/s și $v_2 = 4$ m/s. Dacă ei pleacă în același moment, iar întoarcerile de la capetele bazinului sunt considerate instantanee, să se determine:
a) după cât timp și unde (față de punctul de pornire) se vor întâlni prima dată;
b) după cât timp unul din înotători îl va devansa pe celălalt cu o lungime de bazin.

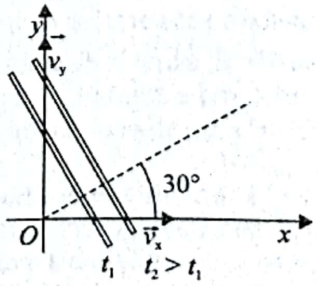
5. Dintr-un punct pornesc simultan, în mișcări rectilinii uniforme, în aceeași direcție și sens, două mobile cu vitezele de 15 m/s și 20 m/s. După 10 minute, pornește un al treilea, care va ajunge la mijlocul distanței dintre celelalte două după încă 14 minute. Să se calculeze:
a) viteza celui de-al treilea mobil;
b) distanța, față de punctul de plecare, unde a depășit primul mobil;
c) intervalul de timp în care cel de-al treilea mobil le-a depășit pe celelalte două.

6. Două lumânări, având aceeași înălțime inițială h, se află la distanța a una de alta și la aceeași distanță față de peretele cel mai apropiat. Dacă lumânările se consumă în timpul t_1, respectiv t_2, determinați vitezele cu care se deplasează umbrele celor două lumânări pe cei doi pereți.



7. Din punctele A și B, aflate la o distanță d unul de altul, pleacă simultan două mobile, cu vitezele v_1 și v_2. Simultan cu ele, pleacă din A un al treilea mobil, care se deplasează uniform între cele două mobile, până la întâlnirea acestora. Care este distanța totală străbătută de cel de-al treilea mobil până la întâlnire, dacă viteza acestuia, v_3, este mai mare decât a celorlalte două ?

8. O bară se deplasează în planul axelor ortogonale xOy astfel încât rămâne perpendiculară pe o dreaptă care face unghiul de 30° cu abscisa sistemului de referință. Care sunt vitezele de deplasare ale punctelor de intersecție ale barei cu cele două axe?



Scanned with OKEN Scanner

F.2.1. Determinarea ecuațiilor mișcării

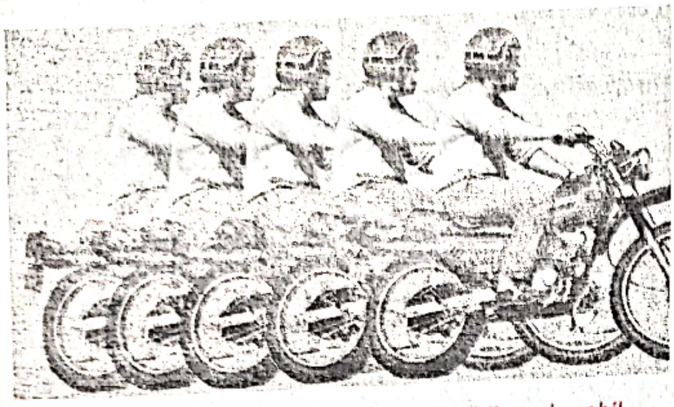


Fig. 1. Imagine stroboscopică a deplasării unui mobil. Fotografiile s-au făcut la intervale egale de timp. Ce puteți spune despre viteza mobilului?

Mișcarea rectilinie uniform variată este mișcarea a cărei accelerație prezintă doar componentă tangențială. Aceasta este constantă în modul ($a_n = 0$, a_t = const.). Ca urmare, traiectoria mobilului este o dreaptă, iar viteza variază cu valori egale în intervale de timp egale.

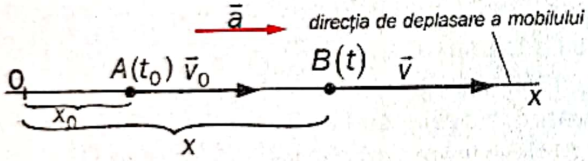


Fig. 2. Diagrama unei mișcări rectilinii unifom variate ($a > 0$, $v > v_0$).

Pentru determinarea ecuațiilor caracteristice, în cazul mișcării rectilinii unifom variate, se pleacă de la relațiile de definire a vitezei și accelerației medii. Celelalte mărimi care apar în relații sunt figurate în diagrama din fig. 2.

Să considerăm un mobil care la momentul t_0, pleacă din punctul A, situat la distanța x_0 față de originea sistemului de referință, cu viteza $\vec{v}_0$, într-o mișcare uniform accelerată și rectilinie. La momentul t mobilul va fi în B, situat la distanța x și având viteza $\vec{v}$. Se pune problema determinării legii de mișcare a mobilului [$x = x(t)$] și ecuația de variație în timp a vitezei [$v = v(t)$].

1. Legea de variație a vitezei

Din definiția accelerației medii considerate pe direcția de deplasare a mobilului:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t - t_0} \qquad (1)$$

se obține relația:

$$v = v_0 + a(t - t_0) \qquad (2)$$

care poartă numele de *ecuația vitezei*. Aceasta determină valoarea vitezei în orice moment, dacă se cunosc viteza inițială și accelerația mobilului.

2. Legea de mișcare

Din relația de definiție a vitezei medii:

$$v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x - x_0}{t - t_0} \qquad (3)$$

rezultă:

$$x = x_0 + v_m(t - t_0) \qquad (4)$$

Cum variația vitezei în timpul mișcării este uniformă, putem scrie viteza medie (v_m) ca medie aritmetică a vitezelor inițială (la momentul t_0) și finală (la un moment t arbitrar):

$$v_m = \frac{v_0 + v}{2}. \qquad (5)$$

Înlocuind (5) în (4), obținem:

$$x = x_0 + \frac{v_0}{2}(t - t_0) + \frac{v}{2}(t - t_0). \qquad (6)$$

Dar v este dată de relația (2). Înlocuind (2) în (6), se obține:

$$x = x_0 + v_0(t - t_0) + \frac{a}{2}(t - t_0)^2 \qquad (7)$$

ecuație ce reprezintă legea de mișcare în mișcarea rectilinie unifom variată.

Observații

1. Ecuațiile (2) și (7) sunt valabile atât pentru mișcarea accelerată, cât și pentru cea încetinită.

În cazul mișcării încetinite, singura modificare ce apare în scrierea celor două ecuații se referă la semnul „–" din fața termenilor ce conțin accelerația.

În acest caz, ecuațiile (2) și (7) devin:

$$v = v_0 - a(t - t_0) \qquad (2'')$$

respectiv:

$$x = x_0 + v_0(t - t_0) - \frac{a}{2}(t - t_0)^2 \qquad (7'')$$

Scrierea ecuațiilor (2) și (7) se poate simplifica în următoarele cazuri:

- Dacă mobilul pleacă din origine: $x_0 = 0$.

Scanned with OKEN Scanner

• Dacă mobilul pornește în mișcare din repaus:

$$v_0 = 0.$$

• Dacă măsurarea timpului începe la momentul:

$$t_0 = 0.$$

Cazul cel mai simplu de scriere a ecuațiilor este în cazul îndeplinirii celor trei condiții simultan. Atunci ecuația (2) devine:

$$v = at \qquad (2')$$

iar (7) devine:

$$x = \frac{at^2}{2}. \qquad (7')$$

3. Relația lui Galilei

Este o relație de legătură între viteza mobilului și spațiul parcurs. Relația se obține prin eliminarea timpului între relațiile (2) și (7). Se obține:

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0). \qquad (8)$$

Ecuația (8) poartă numele de *relația lui Galilei*.

În cazul mișcării încetinite relația lui Galilei devine

$$v^2 = v_0^2 - 2a(x - x_0).$$

Graficele accelerației, vitezei și legii de mișcare pentru mișcarea rectilinie unifom variată sunt date în fig. 3.

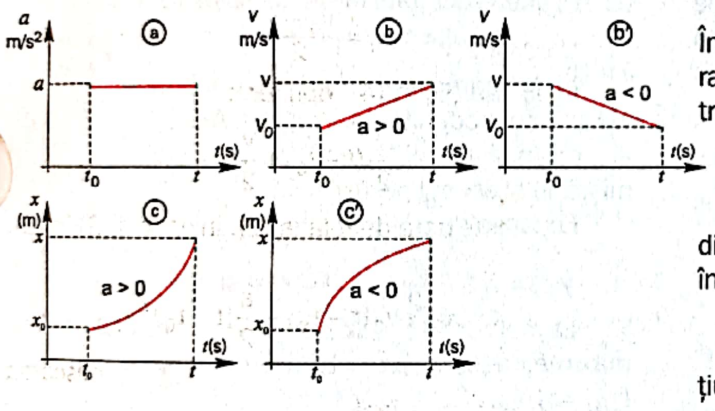


Fig. 3. Graficele accelerației (a), vitezei (b) și legii de mișcare (c) pentru mișcarea rectilinie uniform variată accelerată.

Observații

1. Dacă se urmărește graficul accelerație-timp al mișcării rectilinii unifom variate (fig. 3. a), se constată că aria suprafeței delimitate de: graficul accelerație, paralelele la ordonată, pentru două din momentele considerate, și abscisă este numeric egală cu viteza medie a mobilului în intervalul de timp respectiv.

2. Din graficul viteză-timp al mișcării rectilinii unifom variate (fig. 3. b) se constată că aria suprafeței încadrate de graficul vitezei, paralelele duse la ordonată și abscisă pentru două momente arbitrare, este numeric egală cu distanța parcursă în intervalul de timp respectiv.

3. În același grafic, panta este numeric egală cu accelerația mobilului.

4. Din graficul legii de mișcare, panta tangentei în orice punct la grafic este numeric egală cu viteza instantanee.

Exemple

1. Un tren pornește dintr-o gară, uniform accelerat, cu $a = 2$ m/s². După un minut își atinge viteza de croazieră.

a) Care este această viteză?

b) Ce spațiu a străbătut în acest interval de timp?

Rezolvare

a) Viteza trenului se stabilește din legea de variație a vitezei:

$$v = v_0 + a(t - t_0).$$

Considerând că măsurarea timpului a început chiar în momentul plecării ($t_0 = 0$) și știind că trenul a pornit de pe loc ($v_0 = 0$), obținem: $v = at = 120$ m/s.

b) În acest timp, trenul a parcurs spațiul:

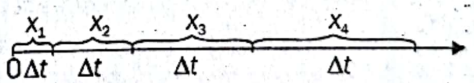
$$x = x_0 + v_0(t - t_0) + \frac{a(t - t_0)^2}{2}.$$

În condițiile: $t_0 = 0$, $v_0 = 0$ și considerând că măsurarea distanței se face chiar din locul din care pornește trenul ($x_0 = 0$), legea de mișcare devine:

$$x = \frac{at^2}{2} = 3600 \quad [\text{m}].$$

2. Să se demonstreze, pentru mișcarea accelerată din repaus, proprietatea referitoare la spațiile parcurse în intervale de timp (Δt) egale:

$\frac{x_1}{1} = \frac{x_2}{3} = \frac{x_3}{5} = \ldots \frac{x_k}{2k-1} = \ldots$, unde x_k este spațiul parcurs în intervalul Δt cu numărul k.



Rezolvare

Mișcarea este uniform accelerată fără viteză inițială, deci ecuația mișcării este: $x(t) = \frac{at^2}{2}$.

Pentru primul interval spațiul parcurs este:

$$x_1 = x(\Delta t) - x(0) = \frac{a\Delta t^2}{2} \Rightarrow \frac{x_1}{1} = \frac{a\Delta t^2}{2}$$

Pentru cel de-al doilea,

$$x_2 = x(2\Delta t) - x(\Delta t) = \frac{4a\Delta t^2}{2} - \frac{a\Delta t^2}{2} = \frac{3a\Delta t^2}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{x_2}{3} = \frac{a\Delta t^2}{2}. \quad \ldots$$

Scanned with OKEN Scanner

Pentru intervalul k,

$$x_k = x(k\Delta t) - x[(k-1)\Delta t] = \ldots = \frac{(2k-1)a\Delta t^2}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{x_k}{2k-1} = \frac{a\Delta t}{2}.$$

Rezultă proprietatea din enunț

Proprietatea poate fi folosită în probleme de mișcare accelerată a unor mobile ce pornesc din repaus, dar și în cazul mișcării decelerate până la oprire, ca în exemplul următor.

3. Dacă un mobil care pornește din repaus și care se deplasează accelerat, parcurge în secunda a treia un spațiu de 10 m, ce spațiu va parcurge în secunda a șaptea?

Rezolvare

Conform problemei anterioare,

$\frac{x_3}{2\cdot 3-1} = \frac{x_7}{2\cdot 7-1}$, rezultă $x_7 = 26$ m.

F.2.2. Cădere liberă. Aruncare pe verticală

Căderea liberă și aruncarea pe verticală sunt exemple de mișcare rectilinie unifom variată.

Căderea liberă este mișcarea accelerată a oricărui corp sub influența unui câmp gravitațional (fig. 4). Ea are loc când corpul se deplasează în vid sau se neglijează frecarea cu aerul. În timpul căderii, pe distanțe scurte, accelerația gravitațională se poate considera constantă.

Notații: spațiul parcurs $x = h$; accelerația gravitațională $a = g$.

Alegând sistemul de referință după axa Oy (direcție verticală) cu sensul spre centrul Pământului și originea în punctul din care este lăsat să cadă mobilul, legea de mișcare (7) și ecuația vitezei (2) se scriu:

$$h = \frac{gt^2}{2} \qquad (8)$$

și respectiv : $v = gt$. (9)

Fig. 4. Fotografie stroboscopică a căderii unui corp fără viteză inițială. Între imaginile consecutive s-au scurs aceleași intervale de timp.

În cazul **aruncării pe verticală** mobilul pleacă cu o viteză inițială într-o mișcare uniform încetinită până la oprire (accelerația gravitațională are sens opus deplasării). Legea de mișcare și ecuația vitezei vor fi:

$$h = v_0 t - \frac{gt^2}{2} \qquad (8')$$

și respectiv:

$$v = v_0 - gt. \qquad (9')$$

Exemplu

Un corp este lansat vertical în sus, de la nivelul solului, cu viteza $v_0 = 40$ m/s. Neglijându-se rezistența aerului și considerându-se accelerația gravitațională, $g = 10$ m/s², să se determine:

a) timpul de urcare t_u;

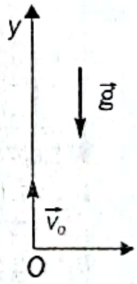
b) timpul de zbor t_z și timpul de cădere t_c;

c) înălțimea maximă la care ajunge corpul h_{max};

d) viteza corpului la nivelul solului v_s.

Rezolvare

a) Mișcarea corpului este uniform variată, cu modulul accelerației g. Axa Oy are originea la sol, direcția verticală (a mișcării) și sensul pozitiv în sus.



Ecuațiile de mișcare sunt:

$$y(t) = v_0 t - \frac{gt^2}{2};\ v(t) = v_0 - gt.$$

La momentul t_u, în care corpul atinge înălțimea sa maximă, acesta are viteza $v(t_u) = 0$ și înălțimea $h_{max} = y(t_u)$.

Din ecuația vitezei la momentul t_u se obține

$0 = v_0 - gt_u$ și deci $t_u = \frac{v_0}{g} = 4$ s.

b) Când corpul atinge din nou solul, cronometrul afișează timpul cât a durat mișcarea t_t sau timpul de zbor, iar coordonata corpului este $y(t_t) = 0$, adică

$v_0 t_t - \frac{gt_t^2}{2} = 0$. Rezultă $t_t = 0$ și $t_t = \frac{2v_0}{g}$.

Cum prima soluție este cea banală (la momentul inițial corpul era la sol) rămâne ca soluție a problemei doar cea de-a doua: $t_t = \frac{2v_0}{g} = 8$ s.

Cum timpul de cădere este diferența între timpul de zbor și timpul de urcare, se obține:

$$t_c = t_t - t_u = \frac{v_0}{g} = 4 \text{ s}.$$

Scanned with OKEN Scanner

Observație

Timpul de urcare este egal cu timpul de coborâre.

$$t_u = t_c = \frac{t_t}{2} = \frac{v_0}{g}.$$

c) Corpul se află la înălțimea maximă. La momentul t_u pentru care: $h_{max} = v_0 t_u - \frac{g t_u^2}{2}$. Înlocuind cu $t_u = \frac{v_0}{g}$ se obține $h_{max} = \frac{v_0^2}{2g}$.

Înălțimea maximă se poate afla și prin relația lui Galilei, considerând viteza finală 0 din ecuația $0 = v_0^2 - 2gh_{max}$.

De asemenea, h_{max} se poate obține și din calcularea extremului funcției $y = y(t)$: $h_{max} = -\frac{\Delta}{4a} = \frac{v_0^2}{2g}$.

d) Când corpul ajunge la sol cronometrul indică momentul t_t. Astfel poate fi folosită ecuația vitezei:

$$v_{sol} = v(t_t) = v_0 - g t_t = v_0.$$

Laborator

Determinarea experimentală a accelerației gravitaționale

Materiale necesare:

– *dispozitiv experimental de studiu a căderii libere (electromagnet, bilă de fier, întrerupătoare electronice, cronometru, baterie, comutatori, conductori de legătură)*

Montajul este format dintr-un electromagnet cu miez de fier, legat într-un circuit electric cu o baterie, un comutator și un cronometru cu declanșare automată. În momentul deschiderii circuitului, câmpul magnetic produs de trecerea curentului electric prin bobină se anulează, iar bila cade liber. Deschiderea circuitului pune în funcțiune cronometrul, care înregistrează timpul de cădere (până când bila lovește lamela de contact și deschide circuitul de oprire).

- Se măsoară timpii de cădere ai bilei de fier pentru diferite înălțimi (h). Pentru fiecare înălțime de cădere se fac mai multe determinări.
- Se completează în caiet un tabel similar celui de mai jos:

Înălțime de cădere h [m]	Timpi [s]					Timp mediu $\bar{t}$[s]	$\bar{t}$[s^2]	$g = 2h/\bar{t}^2$ [m/s^2]
	1	2	3	4	5			
2,00								
1,75								
1,50								
1,25								
1,00								

- Se calculează valorile lui g din expresia $g = \frac{2h}{\bar{t}^2}$, pentru fiecare valoare a lui t.

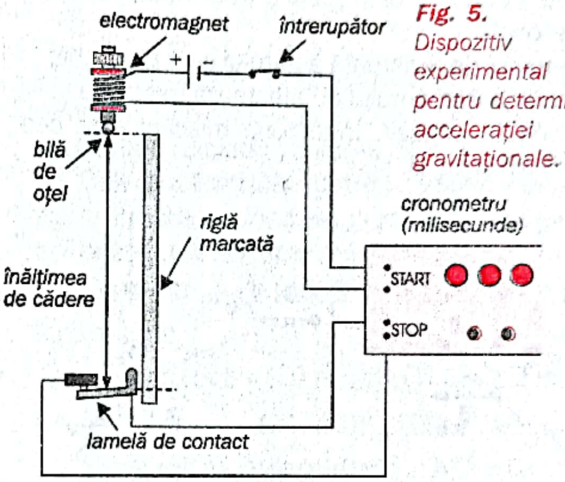
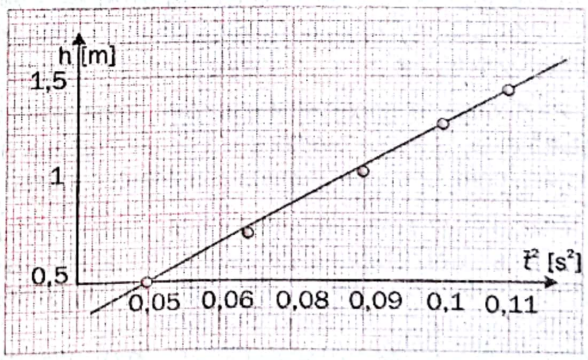


Fig. 5. Dispozitiv experimental pentru determinarea accelerației gravitaționale.

- Se determină valoarea medie $\bar{g}$ ca medie aritmetică a determinărilor.
- Se stabilesc erorile absolută și relativă ale determinărilor.
- Se trasează pe hârtie milimetrică graficul $h = h(\bar{t}^2)$, care va fi de tipul celui dat în figura de mai jos.



- Din panta graficului $h = h(\bar{t}^2)$, se determină valoarea experimentală a lui g.
- Se compară cu valoarea locală cunoscută.
- Se identifică sursele de eroare.

Scanned with OKEN Scanner

F.2.3. Mișcarea într-un plan vertical, în câmp gravitațional

În cadrul mișcării rectilinii uniform variate s-a studiat și mișcarea de-a lungul unei axe verticale – în câmp gravitațional – respectiv, aruncarea pe verticală și căderea corpurilor. Cum poate fi însă studiată mișcarea în cazul corpurilor care se deplasează în câmp gravitațional, după o direcție oarecare, ca de pildă în cazul aruncării sub un unghi. Pentru studiul mișcării se fac următoarele presupuneri:

a) accelerația căderii libere $\vec{g}$, are o valoare constantă în tot timpul mișcării și este direcționată pe verticala locală;

b) efectul de rezistență a aerului este neglijabil;

c) rotația Pământului nu afectează mișcarea.

În aceste ipoteze, traiectoria mișcării este cea reprezentată în fig. 6.

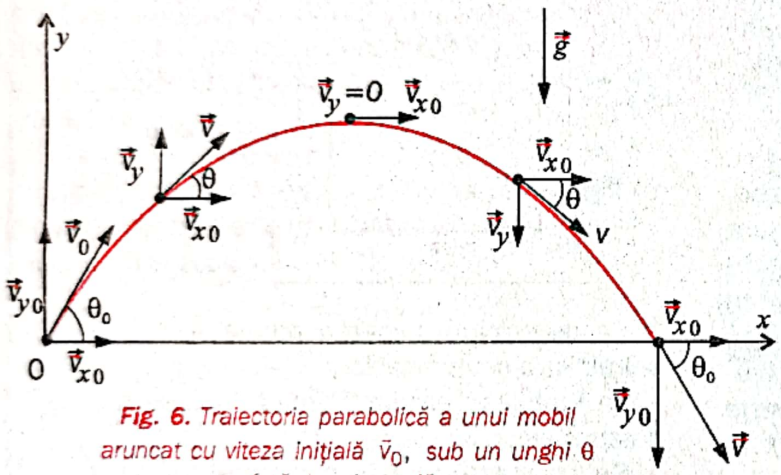


Fig. 6. Traiectoria parabolică a unui mobil aruncat cu viteza inițială $\vec{v}_0$, sub un unghi θ față de orizontală.

Alegând sistemul de coordonate față de care studiem mișcarea astfel încât direcția *Oy* să fie verticală și cu sensul pozitiv în sus, se observă că accelerația pe direcția *Oy* este „$-g$".

Pe direcția *Ox* accelerația este zero, deoarece pe această direcție nu se modifică starea de mișcare. În acest fel, componenta v_x a vitezei rămâne constantă.

Pentru studiul mișcării, viteza inițială din momentul aruncării se descompune pe cele două direcții. Se studiază independent mișcarea pe cele două axe ale S.R.

Dacă la momentul $t_0 = 0$, corpul este aruncat sub un unghi θ_0 față de orizontală, componentele vitezei inițiale vor fi:

$$v_{x0} = v_0 \cos\theta_0 \quad \text{și} \quad v_{y0} = v_0 \sin\theta_0.$$

Pe direcția *Ox*, mișcarea este rectilinie și uniformă, cu viteza

$$v_{x0} = v_0 \cos\theta_0. \qquad (1)$$

Spațiul parcurs pe această direcție este dat de relația:

$$x = v_{x0}t = (v_0\cos\theta_0)t. \qquad (2)$$

Ecuațiile (1) și (2) dau toate informațiile necesare cunoașterii deplasării corpului pe direcția *Ox*.

Pe direcția *Oy* mișcarea este uniform încetinită, cu viteza inițială $v_{y0} = v_0 \sin\theta_0$, până la atingerea înălțimii maxime posibile, urmată apoi de o cădere liberă.

Pentru această mișcare se poate scrie ecuația vitezei,

$$v_y = v_{y0}t - gt \qquad (3)$$

și ecuația de mișcare:

$$y = v_{y0}t - \frac{gt^2}{2}. \qquad (4)$$

Viteza *v* a proiectilului, în orice moment, se va calcula utilizând teorema lui Pitagora:

$$v = \sqrt{v_{x0}^2 + v_y^2}. \qquad (5)$$

În cursul mișcării, proiectilul va ajunge la o înălțime maximă y_{max}, unde viteza lui pe direcția *Oy* va fi $v_y = 0$. Momentul în care este atinsă această înălțime se obține din ecuația (3), făcând $v_y = 0$ și notând $t = t_u$:

$$0 = v_{y0} - gt_u \Rightarrow t_u = \frac{v_{y0}}{g} = \frac{v_0 \sin\theta_0}{g}.$$

Înălțimea maximă va fi obținută din ecuația (4), pentru $y = y_{max}$:

$$y_{max} = v_{y0}t_u - \frac{gt_u^2}{2} = \frac{v_{y0}^2}{g} - \frac{v_{y0}^2}{2g} = \frac{v_{y0}^2}{2g} = \frac{v_0^2 \sin^2\theta}{2g}.$$

Cum timpul de coborâre este egal cu timpul de urcare (considerând căderea liberă a proiectilului pe direcția *y* până la nivelul de la care a fost aruncat – vezi exemplul pag. 46), timpul total al mișcării va fi:

$$t' = 2t_u = \frac{2v_0 \sin\theta_0}{g}.$$

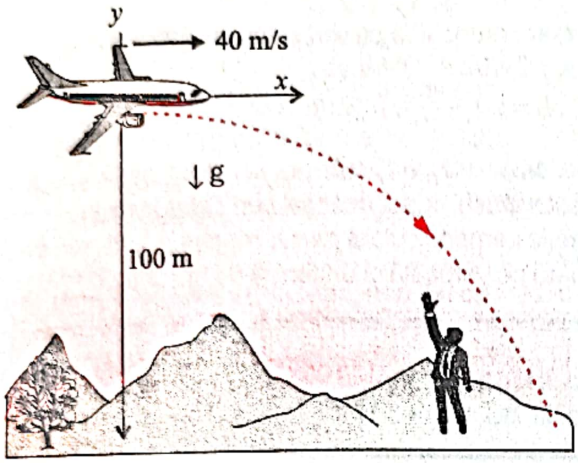
În acest interval de timp, pe direcția *Ox* corpul a străbătut distanța:

$$x = v_{x0} \cdot t' = v_{x0}2t_u = v_0\cos\theta_0 \cdot \frac{2v\sin\theta_0}{g} = \frac{2v_0^2 \sin\theta_0 \cos\theta_0}{g}.$$

Scanned with OKEN Scanner

Exemple

1. Dintr-un avion ce zboară la o înălțime de 100 m se aruncă un pachet. Unde va lovi pachetul pământul, în raport cu locul de aruncare, dacă viteza avionului, care se deplasează orizontal, este de 40 m/s? Care va fi viteza pachetului la sol și direcția sub care corpul lovește solul?



Rezolvare

Sistemul de coordonate utilizat este indicat în figură. În cazul mișcării orizontale, pachetul se va deplasa cu o viteză egală cu cea a avionului în momentul aruncării. Ecuația de mișcare va fi:

$$x = v_{x0}t. \qquad (1)$$

Pe direcția *Oy* nu există viteză inițială. Pachetul cade liber după această direcție, având o mișcare rectilinie uniform accelerată, cu accelerația gravitațională *g*.

Ecuațiile pentru deplasarea pachetului în plan vertical sunt:

$$y = \frac{gt^2}{2} \qquad (2) \qquad \text{și} \qquad v_y = gt. \qquad (3)$$

Din relația (2) aflăm timpul de coborâre:

$$t = \sqrt{\frac{2y}{g}} = 4{,}51 \text{ s}.$$

Spațiul parcurs pe direcția *Ox* va fi, deci:

$x = v_{x_0}t \approx 180$ m.

Componenta verticală a vitezei se calculează cu ecuația (3):

$v_y = gt = 44{,}1$ m/s,

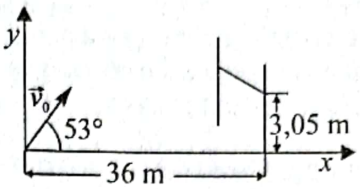
iar viteza rezultantă este:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = 59{,}53 \text{ m/s}.$$

Direcția sub care corpul lovește solul va fi:

$$\text{tg}\beta = \frac{v_y}{v_x} = 0{,}9 \Rightarrow \beta \approx 47°.$$

2. Un jucător de rugby are de executat o lovitură de pedeapsă de la 36 m de buturi, peste bara orizontală situată la înălțimea de 3,05 m de sol. Când lovește mingea, aceasta capătă o viteză de 20 m/s sub un unghi de 53°. Trece aceasta peste bara orizontală? Când trece printre buturi mingea de rugby este în urcare sau în coborâre?



Rezolvare

Mișcarea este compusă dintr-o mișcare în câmp gravitațional pe direcția *y* și o mișcare rectilinie uniformă pe direcția *x* (urcare/coborâre).

Cele două mișcări pot fi studiate independent, legătura dintre ele fiind asigurată de intervalul de timp (același) în care acestea se desfășoară. Pentru aceasta descompunem viteza inițială $\vec{v}_0$ în componente pe cele două direcții:

$$v_{0x} = v_0 \cos\theta = (20 \text{ m/s})(0{,}061) \approx 1{,}2 \text{ m/s}$$

$$v_{0y} = v_0 \sin\theta = (20 \text{ m/s})(0{,}798) \approx 16 \text{ m/s}.$$

Ecuația de mișcare pe direcția *Ox* (mișcare rectilinie uniformă) este: $x = v_{0x}t$, de unde se obține $t = \frac{x}{v_{0x}}$.

La trecerea mingii printre buturi

$$x = x_B \Rightarrow t = \frac{x_B}{v_{0x}} = \frac{36 \text{ m}}{12 \text{ m/s}} = 3 \text{ s}.$$

Știm deci că mingea trece printre buturi la 3 s de la lovire. Ce s-a întâmplat însă în acest interval de timp cu mișcarea în câmp gravitațional? Aplicând ecuația de mișcare, se obține:

$$y = v_{0y}t - \frac{gt^2}{2} =$$

$$= (16 \text{ m/s})(3 \text{ s}) - \frac{1}{2}(9{,}8 \text{ m/s}^2)(3 \text{ s})^2 = 3{,}9 \text{ m}.$$

Mingea va trece peste bara orizontală a buturilor aflată la o înălțime de doar 3,05 m.

Componenta verticală a vitezei în orice moment *t* este dată de:

$$v_y = v_{0y} - gt = 16 \text{ m/s} - 9{,}8 \text{ m/s}^2 \cdot 3 \text{ s} = -13{,}4 \text{ m/s}.$$

Deoarece semnul vitezei este „–", înseamnă că mingea se află în coborâre.

Scanned with OKEN Scanner

Rezumat:

- Mișcarea rectilinie uniform variată este mișcarea pentru care $a_n = 0$ și $a_t = \text{const.}$
- Legea de mișcare este dată de:

$x = x_0 + \frac{v_0}{2}(t - t_0) + \frac{v}{2}(t - t_0)$, unde x și x_0 sunt spațiile parcurse la momentele t și respectiv t_0, v_0 este viteza inițială, iar a este accelerația mișcării.

- Legea de variație în timp a vitezei este dată de:

$$v = v_0 + a(t - t_0).$$

- Relația lui Galilei este: $v^2 = v_0^2 + 2ax$.
- Dacă $a > 0$, mișcarea este accelerată.
- Dacă $a < 0$, mișcarea este frânată.
- Căderea liberă și aruncarea pe verticală sunt cazuri particulare ale mișcării rectilinii uniform variate. Accelerația mișcării este accelerația gravitațională g, iar spațiile parcurse sunt pe direcția verticalei terestre (h).
- Pentru căderea liberă sunt valabile relațiile:

$$h = \frac{gt^2}{2} \text{ și } v = gt.$$

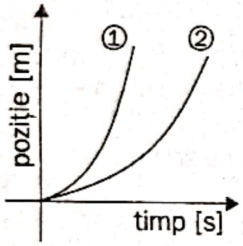
- Pentru aruncarea pe verticală sunt valabile relațiile:

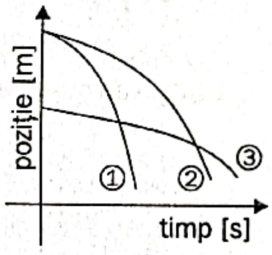
$$h = v_0 t - \frac{gt^2}{2} \text{ și respectiv } v = v_0 - gt.$$

- În cazul mișcării sub un unghi, mișcarea este descompusă după direcția verticalei terestre și o direcție perpendiculară pe ea, mișcarea fiind uniform variată pe verticală și uniformă pe orizontală.

Verificați-vă cunoștințele

1. Caracterizați mișcările reprezentate în următoarele grafice:

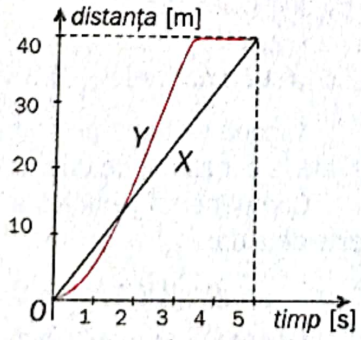




2. Un corp, aflat în mișcare rectilinie uniform variată, parcurge 5 m în timp de o secundă după ce a pornit din repaus. Care este viteza corpului după 2 s?

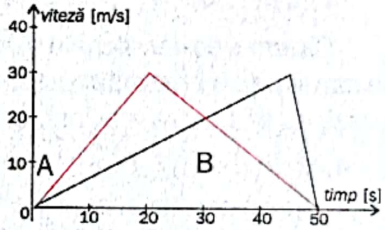
3. Un atlet (X) și un câine (Y) aleargă într-o cursă. Legile de mișcare a celor doi au reprezentările grafice din figura alăturată. Stabiliți, pe cale grafică:

a) Pe ce distanță s-a alergat cursa?
b) Cât timp i-a luat câinelui să-l întreacă pe om?
c) Ce distanță a străbătut câinele în 10 secunde?
d) Ce fel de mișcare a avut alergătorul? Dar câinele?



e) Care din ei a atins o viteză mai mare și care au fost vitezele celor doi?

4. Graficele viteză-timp, pentru două automobile ce participă la o cursă, sunt date în diagrama alăturată.



Calculați:
a) accelerația mobilului A între zero și 20 secunde;
b) accelerația lui B în același interval; c) când au A și B aceeași viteză? d) după ce interval de timp au parcurs fiecare aceeași distanță?

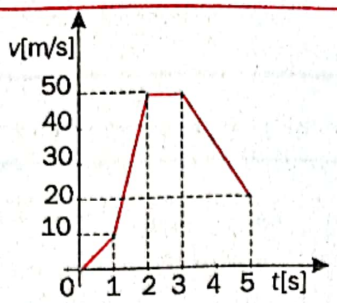
5. O mașină cu o viteză inițială de 25 m/s este frânată, până la oprire, într-un timp de 20 s.
a) Care a fost accelerația?
b) Pe ce distanță s-a deplasat mașina în timpul frânării?

6. Un automobil ce se deplasează cu 15 m/s este cu 20 m înaintea altui automobil, care se deplasează cu 20 m/s. Determinați pe cale grafică:
a) după cât timp cel de-al doilea automobil îl ajunge pe primul; b) la ce distanță față de momentul inițial are loc acest lucru?

7. Un avion care se deplasează cu 200 m/s este accelerat cu 5 m/s² timp de 4 secunde, după care zboară cu viteză constantă. Reprezentați graficul viteză-timp pentru primele 8 secunde ale mișcării și determinați, pe cale grafică:
a) cât de departe ajunge avionul în primele 4 secunde?
b) dar în primele 8 secunde?

Scanned with OKEN Scanner

8. Utilizând graficul viteză-timp al unui mobil, aflați ce distanță a străbătut mobilul între:
a) $t = 0$ și $t' = 2$ s;
b) $t = 2$ s și $t' = 5$ s.
Care este viteza medie a corpului în primele 5 secunde?



9. Un corp este aruncat în sus cu o viteză de 40 m/s. Determinați:
a) poziția și viteza corpului după o secundă;
b) înălțimea maximă atinsă și timpul cât durează urcarea;
c) viteza cu care ajunge la sol și timpul total de mișcare.

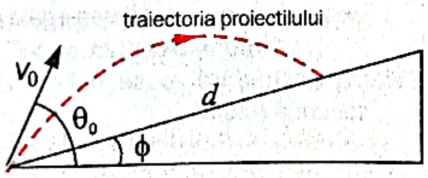
10. Un glonte tras vertical are o viteză inițială de 588 m/s.
a) Cât timp îi trebuie glontelui până la oprirea din urcare? Cât de sus a urcat, în această mișcare?

11. Un obiect cade dintr-un balon ce cobora cu 4,2 m/s și aterizează după 10 secunde. De la ce altitudine a căzut corpul?

12. În timpul celei de-a zecea secunde de la lansare, o rachetă accelerează, de la 100 m/s la 500 m/s. Pe ce distanță s-a deplasat racheta în acest timp?

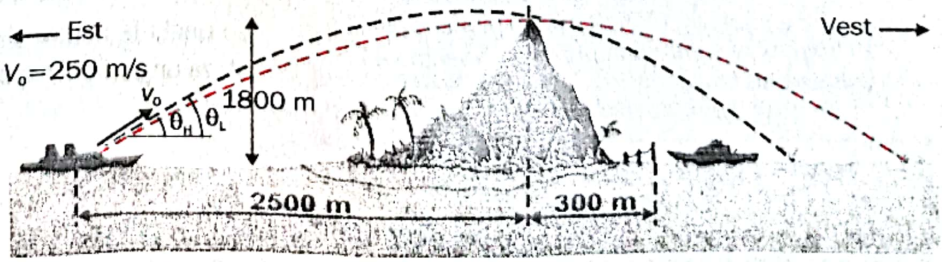
13. Dacă un mobil care este frânat până la oprire parcurge în ultima secundă de mișcare 2 m, ce spațiu a parcurs pe parcursul celei de a treia secunde înainte de oprire.

14. Un proiectil este propulsat după o direcție θ_0 față de orizontală, cu viteza v_0, pe o pantă de unghi ϕ. Arătați că proiectilul va parcurge pe planul înclinat o distanță:

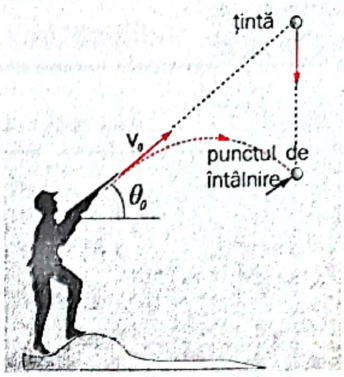


$$d = \frac{2v_0^2 \cos\theta_0 \sin(\theta_0 - \phi)}{g\cos^2\phi}.$$

15. Un vas inamic se află după versantul estic al unui munte situat pe o insulă. El poate manevra până la o distanță de 2 500 m de vârful muntelui înalt de 1 800 m și poate lansa proiectile cu o viteză de 250 m/s. Dacă coasta vestică se află la o distanță de 300 m față de vârf, până la ce distanță față de țărmul vestic un vas este protejat de bombardamentul vasului inamic?



16. Un proiectil este tras spre o țintă aflată în cădere liberă. Dacă proiectilul este propulsat în același moment în care este lăsat liber corpul țintă, presupunând că inițial arma este orientată spre țintă, arătați că proiectilul va atinge ținta în aer.



17. Un baschetbalist cu înălțimea de 2 m, aflat la 10 m de coș, aruncă balonul, sub un unghi de 45°, spre coșul aflat la o înălțime de 3,05 m. Care trebuie să fie viteza inițială a mingii pentru ca aceasta să treacă prin coș fără a atinge panoul?

18. Un pistol de jucărie ținut orizontal, la o înălțime de 1 m, va arunca o bilă la o distanță de 5 m pe direcție orizontală. Dacă pistolul este ținut sub un unghi de 45° față de orizontală, cu gura țevii în sus, cât de departe va fi aruncat proiectilul, dacă aruncările sunt făcute de la aceeași înălțime de 1 m?

19. Un cascador intenționează să sară cu mașina peste o prăpastie de 10 m lățime, utilizând un plan înclinat ce face unghiul $\alpha = 15°$ cu orizontala. Care trebuie să fie viteza minimă, pentru ca acesta să atingă marginea opusă?

20. Din același punct se aruncă simultan și cu aceeași viteză inițială $v_0 = 2\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ patru mobile astfel: două în direcție verticală și în sens contrar, iar celelalte două în direcție orizontală și în sens contrar.
a) Arătați că în orice moment mobilele se află în vârful unui pătrat și calculați latura pătratului corespunzătoare momentului în care primul din cele patru mobile se oprește la sol.
b) Ce valoare maximă are latura pătratului, dacă înălțimea punctului de unde au fost lansate mobilele este $h = 19{,}6$ m?
c) Generalizați pentru un număr mare de mobile aruncate cu aceeași viteză din același punct în toate direcțiile posibile.

Scanned with OKEN Scanner

F.3. Mișcarea circulară uniformă

F.3.1. Mărimi caracteristice

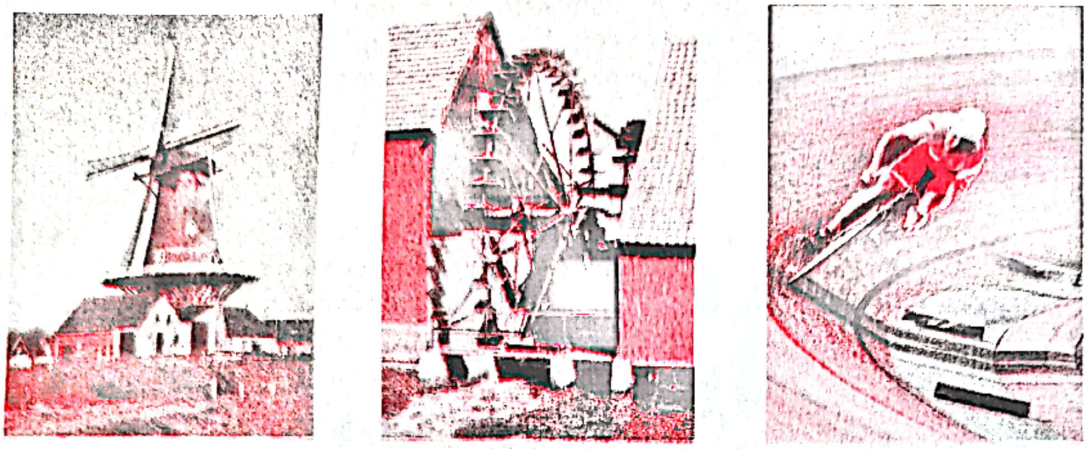


Fig. 1. Exemple de mișcări circulare.

Mișcarea unui mobil este circulară dacă traiectoria lui este un cerc și uniformă dacă viteza este constantă în modul (fig. 2).

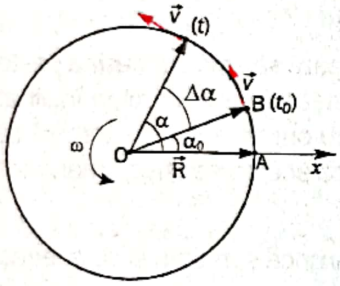


Fig. 2. Alegerea S.R. în mișcarea circulară uniformă; măsurarea unghiurilor se face luând ca reper axa Ox.

Pentru studiul mișcării circulare uniforme este necesară definirea câtorva mărimi caracteristice ale acesteia: raza vectoare, perioada de rotație, frecvența de rotație și viteza unghiulară.

Dicționar

Raza vectoare $(\vec{R})$: *Vectorul de poziție al mobilului, rază a cercului ce reprezintă traiectoria mobilului.*

Perioada de rotație (T): Intervalul de timp în care mobilul efectuează o rotație completă – se măsoară în secunde.

Frecvența de rotație (ν): Numărul de rotații efectuate în unitatea de timp $[\nu]_{SI} = s^{-1} = Hz$ (hertz).

Viteza unghiulară (ω): Mărimea fizică numeric egală cu unghiul la centru parcurs de raza vectoare în unitatea de timp.

Din relația de definiție a vitezei unghiulare:

$$\omega = \frac{\Delta\alpha}{\Delta t} = \frac{\alpha - \alpha_0}{t - t_0} \qquad (1)$$

se obține legea de mișcare a mișcării circulare uniforme:

$$\alpha = \alpha_0 + \omega(t - t_0), \qquad (2)$$

unde cu α și α_0 s-au notat unghiurile la centru parcurse de raza vectoare în intervalele de timp t și t_0.

Unitatea de măsură a unghiului la centru parcurs de raza vectoare este radianul.

Dicționar

Un radian (rad): Unghiul la centru care subîntinde un arc de cerc cu lungimea egală cu raza cercului.

$1\ rad = 360°/2\pi = 57°17'\ 44''$

Viteza unghiulară ω se măsoară în radiani pe secundă (rad/s).

Relații între mărimile caracteristice mișcării circulare uniforme

1. Din definițiile perioadei de rotație T și frecvenței de rotație ν rezultă că:

$$T \cdot \nu = 1 \qquad (3)$$

2. Într-un interval de timp egal cu o perioada T, mobilul efectuează o rotație completă, adică parcurge un unghi la centru $\Delta\alpha = 2\pi$ rad. Atunci, relația între viteza unghiulară și perioadă este:

$$\omega = \frac{\Delta\alpha}{\Delta t} = \frac{2\pi}{T} \qquad (4)$$

și folosind relația (3):

$$\omega = 2\pi\nu. \qquad (5)$$

Scanned with OKEN Scanner

F.3.2. Expresiile vitezei şi acceleraţiei în mişcarea circulară uniformă

Considerând un mobil care se deplasează pe o traiectorie circulară de rază R (fig. 3), într-un interval de timp egal cu o perioadă T, viteza sa v este dată, conform definiţiei, de raportul dintre spaţiul parcurs $s = 2\pi R$ (lungimea cercului) şi timpul în care este efectuată mişcarea:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{2\pi R}{T} \qquad (6)$$

sau, utilizând relaţiile (4) şi (5):

$$v = \omega R = 2\pi \nu R. \qquad (7)$$

După cum s-a definit această mişcare, vectorul viteză este constant în modul. În timpul mişcării, vectorul viteză îşi va modifica orientarea. Aceasta implică existenţa unei acceleraţii orientate spre centrul de mişcare (vezi componentele acceleraţiei).

Dacă în fig. 3 am translata toţi vectorii viteză instantanee din B, C, D, ... în punctul A, se constată că, la rotaţia completă a razei vectoare, vectorul viteză instantanee a mobilului suferă la rândul lui o rotaţie completă, în acelaşi interval de timp (egal cu o perioadă T), iar vârful acestui vector se va mişca pe cercul de circumferinţă $2\pi v$. Mărimea acceleraţiei va fi, în acest caz:

$$a = \frac{2\pi v}{T}. \qquad (8)$$

Combinând relaţia (8) cu (6) şi (7), obţinem:

$$a = \omega v = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R = \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot R = 4\pi^2 \nu^2 R.$$

Vectorul acceleraţie se va scrie, în acest caz, sub forma:

$$\vec{a} = -\frac{4\pi^2}{T^2} \cdot \vec{R} = \vec{a}_{cp},$$

unde semnul „–" semnifică sensul opus al acceleraţiei faţă de raza vectoare. Această acceleraţie poartă numele de *acceleraţie centripetă*.

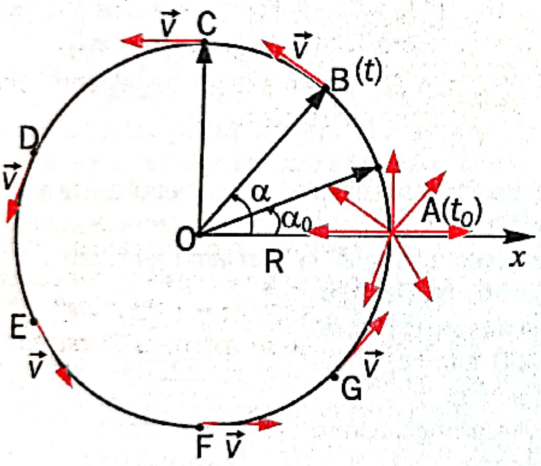


Fig. 3. Când raza vectoare parcurge întreaga circumferinţă de traiectorie a mobilului şi viteza va suferi o rotaţie completă.

Exemplu

Un disc de patefon are turaţia de 33 rot/min.

a) Să se calculeze, în [S.I.], viteza sa unghiulară.

b) Să se determine unghiul pe care îl descrie în primele 3 s de la începutul mişcării.

c) Dacă raza discului este 10 cm, să se determine viteza liniară a unui punct situat pe marginea discului.

Rezolvare

a) Cum o rotaţie corespunde la 2π radiani,

$$\omega = 33 \cdot 2\pi / 60 = 1{,}1\pi \text{ [rad/s]}.$$

b) Unghiul descris va fi determinat aplicând ecuaţia de mişcare:

$$\alpha - \alpha_0 = \omega(t - t_0) = 1{,}1\pi \cdot 3 = 3{,}3\pi \text{ [rad]}.$$

c) Viteza unui punct de pe circumferinţa discului este dată de relaţia:

$$v = \omega R = 1{,}1\pi \cdot 0{,}1 = 0{,}34 \text{ [m/s]}.$$

Rezumat

- Mişcarea circulară uniformă este mişcarea în care viteza mobilului este constantă în modul, iar traiectoria este un cerc.
- Mărimile caracteristice mişcării circulare sunt: perioada T, frecvenţa ν, viteza unghiulară ω.
- Legea de mişcare este dată de relaţia $\alpha = \alpha_0 + \omega(t - t_0)$, unde α şi α_0 sunt unghiurile la centru parcurse de raza vectoare în intervalele de timp t şi t_0.
- Relaţiile între mărimile caracteristice sunt: $\omega = \frac{2\pi}{T}$; $\omega = 2\pi\nu$; $T \cdot \nu = 1$.
- Viteza mobilului tangenţială la traiectorie este dată de expresiile: $v = \omega R = 2\pi \nu R$.
- Acceleraţia centripetă este dată de relaţiile:

$$a = \omega v = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R = \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot R = 4\pi^2 \nu^2 R.$$

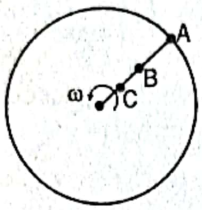
Scanned with OKEN Scanner

Verificaţi-vă cunoştinţele

1. Distanţa de la Pământ la Soare este de 150 milioane km. Determinaţi viteza Pământului şi acceleraţia lui centripetă.

2. Considerăm viteza de deplasare a unui electron pe o orbită a atomului de hidrogen de aproximativ 1 000 km/s. Să se determine frecvenţa de rotaţie, dacă raza atomului este de 10^{-10} m.

3. Care din punctele A, B, C de pe raza cercului va avea o viteză unghiulară mai mare? Dar viteza liniară?



4. Determinaţi viteza unghiulară a Pământului, în unităţi S.I., în mişcarea de rotaţie în jurul axei proprii şi în jurul Soarelui.

5. O bicicletă se deplasează cu viteza de 5 m/s, iar roata are raza de 40 cm.
a) Care este viteza unghiulară a roţii?
b) Care este unghiul la centru descris de un punct aflat pe anvelopa roţii, după 10 s?
c) Ce distanţă a parcurs bicicleta în acest timp?

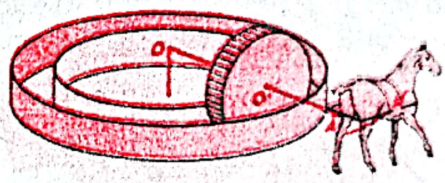
6. O particulă se deplasează pe o traiectorie circulară, având raza de 5 m, cu viteza constantă, de 15 m/s. Care este acceleraţia sa normală? Dar viteza unghiulară?

7. Doi cicliști se întrec pe un velodrom de formă circulară. Dacă primul din ei are viteza de 20 m/s, iar cel de-al doilea doar de 15 m/s, dar un avans iniţial de o jumătate de tură:
a) după câte ture îl ajunge din urmă primul ciclist pe cel de-al doilea?
b) dacă raza velodromului este de 100 m, care vor fi vitezele unghiulare ale celor doi cicliști?

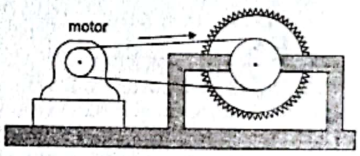
8. Dacă o elice de avion are un diametru de 1,5 m şi se roteşte cu o frecvenţă de 5 rotaţii pe secundă, să se determine:
a) viteza unghiulară a elicei;
b) viteza tangenţială a unui punct, situat într-un vârf al elicei, şi a altuia, aflat la 30 cm de acesta, în interior;
c) acceleraţia centripetă a elicei, dacă rotaţia este uniformă;
d) dacă avionul se deplasează, care va fi traiectoria descrisă de un punct situat într-un vârf al elicei.

9. O bicicletă de la sfârşitul secolului al XIX-lea arăta ca aceea din imagine şi putea transporta un om cu o viteză de până la 20 km/oră. Dacă diametrele celor două roţi erau $D = 1{,}6$ m şi $d = 30$ cm, ce viteze unghiulare aveau cele două roţi?

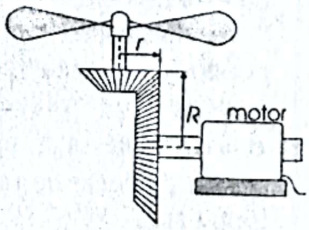
10. La începutul secolului trecut erau încă utilizate storcătoare de fructe de tipul celui reprezentat în imaginea alăturată. Dacă roata cu centrul în O' are diametrul de 80 cm, iar $OO' = 1{,}8$ m şi $OA = 3$ m, să se determine pentru o viteză a calului de 8 km/h:
a) viteza unghiulară ω a barei OA în jurul lui O.
b) viteza unghiulară ω′ a roţii în jurul lui O'.
c) numărul de ture efectuate de cal într-o oră.



11. Un fierăstrău circular are diametrul axului motorului $r_1 = 8$ cm. Roata antrenată prin intermediul unei curele are diametrul $r_2 = 20$ cm, iar lama fierăstrăului are raza $r_3 = 35$ cm. Dacă turaţia motorului este de 2 000 rot/min, să se determine:
a) viteza unghiulară a motorului;
b) viteza curelei de transmisie;
c) frecvenţa rotaţiei fierăstrăului.
d) viteza dinţilor fierăstrăului.



12. O elice cu lungimea $L = 1$ m este pusă în mişcare de un motor prin intermediul unui angrenaj de roţi conice. Dacă turaţia motorului este 1 200 rot / min, iar razele roţilor sunt $r = 5$ cm şi respectiv $R = 20$ cm.
a) Care este viteza unghiulară a motorului?
b) Care este viteza unghiulară ω′ a elicei?
c) Care este distanţa parcursă de o extremitate a elicei în interval de o oră?



Scanned with OKEN Scanner

În viața de toate zilele, se întâlnesc numeroase dispozitive de transmitere a mișcării care pot fi utilizate fie ca multiplicatoare ale forței, fie ca multiplicatoare ale distanței.

Roțile dințate sunt utilizate la transmiterea mișcării. În fig. 4, două roți dințate cu 60 și respectiv 12 dinți își transmit una alteia mișcarea. Fiecare dinte va împinge doar asupra unui dinte al celeilalte roți. În timp ce roata A va efectua o rotație, B se va roti de

$$n = \frac{60}{12} = 5 \text{ ori}.$$

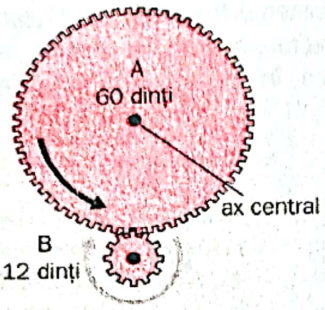


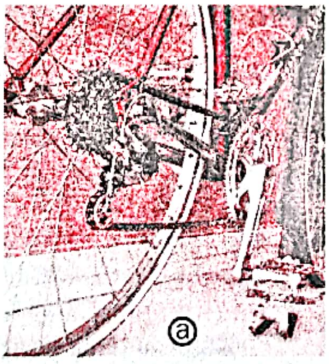
Fig. 4. Transmisia mișcării de rotație printr-un sistem de roți dințate.

În orice sistem de transmitere a mișcării de acest fel, o roată va fi conducătoare, iar cealaltă – condusă.

Raportul de transmisie al unui astfel de sistem este:

$$\text{Raport transmisie} = \frac{\text{nr. de dinți ai roții conductoare}}{\text{nr. de dinți ai roții conduse}}.$$

Roțile dințate pot să nu se pună în mișcare direct. Mișcarea acestora poate fi transmisă prin lanțuri de transmisie (la bicicletă – fig. 5), sau prin curele (motorul auto – fig. 6).



Sistemele de transmisie pot acționa ca multiplicatori ai distanței, *când discul conducător este mai mic decât cel condus, sau* ai forței, *în cazul discului conducător mai mare ca discul condus (fig. 7).*

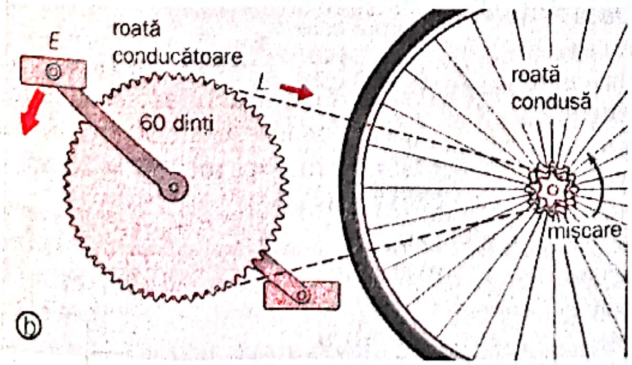


Fig. 5. Transmisie cu lanț (a). Cele trei roți conduse au 6, 10 și 12 dinți. Stabiliți rapoartele de transmisie (b).

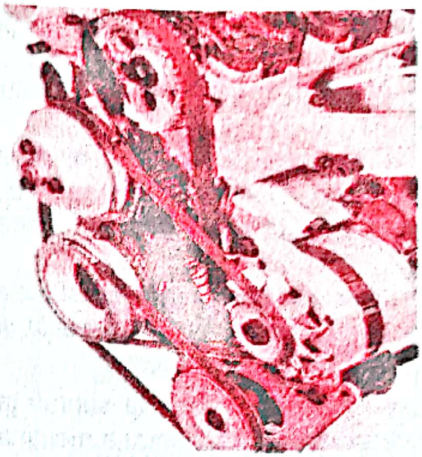


Fig. 6. Transmisii prin curele la motorul auto.

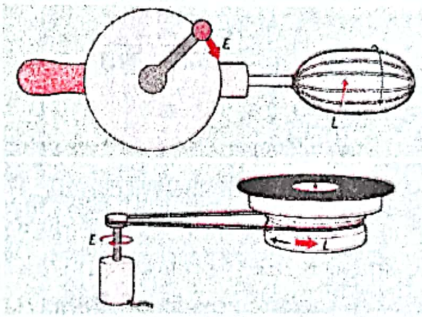


Fig. 7. Date fiind cele două dispozitive din figură, stabiliți în care caz este multiplicată forța și în care distanța parcursă.

Totodată ele pot fi utilizate în dispozitive de schimbare a sensului sau a tipului de mișcare.

Astfel de dispozitive au fost proiectate de Leonardo da Vinci în secolul al XVI-lea (fig. 8).

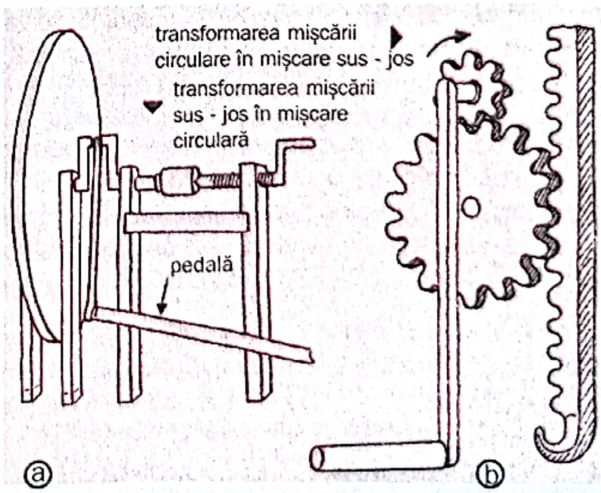


Fig. 8. Explicați funcționarea mecanismelor, figurând sensul de mișcare.

Scanned with OKEN Scanner

2.2. Principiul I

Primele întrebări cu privire la cauzele mișcării au apărut încă din antichitate. În Grecia Antică, mișcarea era considerată ca având trei cauze diferite:

– mișcarea corpurilor de la suprafața Pământului se datora interacțiunii dintre corpuri;

– căderea corpurilor avea drept cauză mișcarea naturală a tuturor corpurilor spre centrul Universului, cum era considerat atunci Pământul, în viziunea geocentristă;

– mișcarea astrelor era, potrivit grecilor, supusă altor legi fizice decât cele de pe Pământ, întrucât și natura acestora era considerată a fi diferită.

În ceea ce privește mișcarea de la suprafața Pământului, Aristotel considera că, pentru a menține un corp în mișcare, asupra acestuia trebuia să intervină acțiunea altui corp (să existe o interacțiune).

ARISTOTEL
(384-322 î.Hr.)

Fig. 1. *Aristotel – filosof și savant grec, întemeietor al logicii și al unui sistem de gândire ce-i poartă numele. Sistemul său a fost baza scolasticilor creștină și musulmană.*

Un pas înainte în stabilirea unei explicații a cauzelor mișcării și în tratarea lor unitară a fost făcut de Galileo Galilei. Pe baza unor experimente simple, el a ajuns la concluzia că un corp care nu este supus nici unei interacțiuni nu poate avea o mișcare circulară. El se va afla fie în repaus, fie în mișcare, cu o viteză constantă, pe o traiectorie rectilinie.

În acest fel, a apărut ideea că interacțiunea dintre corpuri nu determină existența unei viteze, ci o modificare a acesteia.

GALILEO GALILEI
(1564-1642)

Fig. 2. *Matematician și astronom italian; a fost primul care a formulat principiul inerției, a descris noțiunea de accelerație, a studiat, printre altele, legile pendulului, ale ciocnirii corpurilor și statica fluidelor.*

Aceste constatări au fost făcute de Galilei pe baza studiului deplasării unei bile pe plan înclinat și pe plan orizontal (fig. 3). El a observat că bila ce coboară pe planul înclinat, din punctul A, are tendința de a urca, pe alt plan înclinat, până la aceeași înălțime, indiferent de înclinarea acestuia.

Pornind de la această observație și imaginând sistemul format din bilă și planurile pe care se deplasează aceasta, complet izolat de exterior, el a tras concluzia că, în lipsa oricăror forțe de frecare, bila se va putea

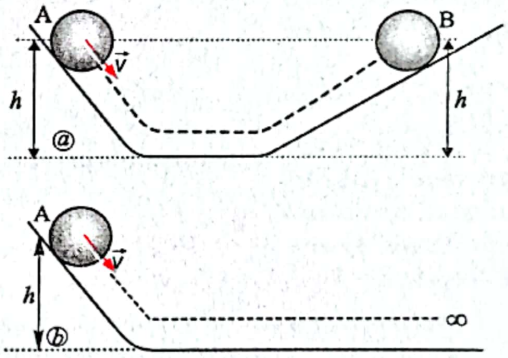


Fig. 3. *În absența oricăror interacțiuni, bila pornită din A va ajunge în B la aceeași înălțime (a) sau își va continua mișcarea rectilinie, cu viteză constantă, un timp îndefinit (b).*

urca până la o înălțime egală cu cea de la care coboară, sau își va continua mișcarea rectilinie și uniformă pe planul orizontal, un timp indefinit.

De aici a rezultat și formularea ***primului principiu al dinamicii.***

Principiul I – *Un corp punctiform își menține starea de repaus sau de mișcare uniformă și rectilinie atât timp cât asupra lui nu acționează influențe exterioare.*

Principiul anterior privește două aspecte:

Dacă nu există influențe exterioare sau rezultanta acestora este nulă asupra corpului

- corpul este în repaus ($v = 0$ m/s) → $a = 0$ m/s² → rămâne în repaus
- corpul este în mișcare uniformă rectilinie ($v \neq 0$ m/s) → $a = 0$ m/s² → rămâne în mișcare rectilinie uniformă

Modificările produse sistemului la apariția unor influențe externe pot fi ușor evidențiat cu ajutorul unui recipient plin cu apă. Oricare din următoarele acțiuni

Scanned with OKEN Scanner

asupra recipientului: pornirea bruscă, oprirea bruscă, schimbarea bruscă a direcției de deplasare, determină vărsarea unei părți a apei din recipient. Aceasta nu se întâmplă dacă mișcarea rectilinie și uniformă este menținută.

Principiul I, în formularea enunțată, a fost dat de Isaac Newton și poartă numele de *principiul inerției*. În latină, „inertia" înseamnă „incapacitate" iar aici se referă la proprietatea corpurilor de a nu putea să-și modifice singure viteza.

ISAAC NEWTON
(1642 - 1727)

Fig. 4. *Matematician, fizician și astronom englez. Este fondatorul mecanicii clasice și al calculului infinitezimal. Are lucrări privind natura luminii și gravitația universală.*

Astfel, mișcarea unui corp, în absența oricăror acțiuni din partea altor corpuri, este numită *mișcare prin inerție*.

Orice corp aflat în repaus sau în mișcare rectilinie și uniformă are tendința de a se opune schimbării stării sale. Are inerție. Unele corpuri au această tendință în mai mare măsură decât altele.

O măsură a inerției unui corp este masa corpului care, în această calitate, poartă numele de *masă inerțială* sau *inertă*. Cu cât masa unui corp este mai mare cu atât crește și inerția acestuia.

Nu în orice sistem de referință principiul inerției este adevărat.

Dicționar

Sistem de referință inerțial: Sistemul de referință față de care este valabil principiul inerției.

Orice S.R. aflat în repaus sau în mișcare rectilinie uniformă față de un S.R.I. este un S.R.I.

Iată două esemple de sisteme de referință în care principiul inerției nu se aplică. Ce au în comun aceste sisteme?

Exemple

1. Forța de atracție gravitațională a Soarelui face ca Pământul să se deplaseze în jurul acestuia, deși ea este îndreptată spre Soare. De ce nu cade Pământul pe Soare? Există vreo legătură între această comportare a sistemului Pământ-Soare și ceea ce se întâmplă cu pasagerul dintr-o mașină care intră cu viteză într-o curbă?

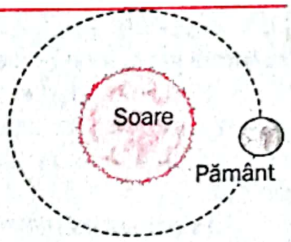
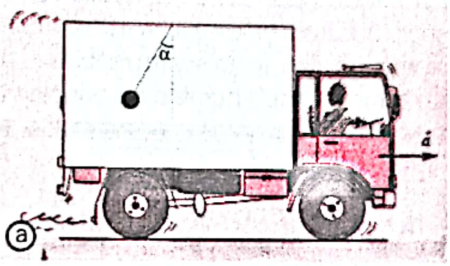


Fig. 5.

2. Un corp suspendat într-un camion se depărtează sau se apropie de cabina șoferului – când camionul accelerează (a) sau frânează (b). De ce?



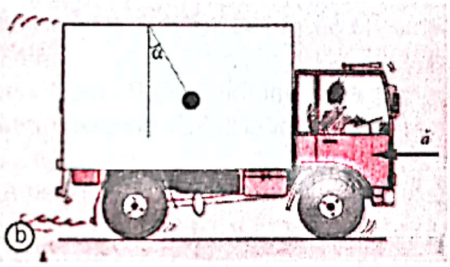


Fig. 6. *Modificarea poziției unui pendul în timpul accelerării (a) sau frânării unui mobil (b).*

Orice S.R. în care principiul inerției nu este valabil (există accelerație a sistemului) nu este un S.R.I.

Sistemele de referință prezentate în exemplele anterioare nu sunt sisteme de referință inerțiale. În primul caz considerând circulară traiectoria Pământului în jurul Soarelui, cel dintâi posedă o accelerație normală orientată spre centrul de mișcare. În cel de-al doilea caz accelerația este tangențială determinând variația modulului vitezei. Deci sistemele de referință neinerțiale sunt sistemele care se mișcă accelerat.

Explicarea comportării corpurilor în cazurile menționate este pusă pe seama comportării sistemelor de referință neinerțiale.

Observații

– În cadrul principiului inerției, nu există nici o distincție între un corp în repaus și cel aflat în mișcare cu o viteză constantă.

– Principiul nu face distincție între sistemele de referință inerțiale.

– Pentru orice observator inerțial (observator care se deplasează rectiliniu și uniform), corpul se află în mișcare rectilinie și uniformă. În particular, potrivit legii

Scanned with OKEN Scanner

de compunere a vitezelor, el este valabil și pentru sistemul inerțial față de care corpul se află în repaus.

– Principiul inerției nu face nici o distincție între absența tuturor interacțiunilor și prezența acestora, cu condiția ca efectul rezultant al acestor interacțiuni să fie nul.

– Principiul inerției se aplică ori de câte ori asupra punctului material nu acționează influențe externe care să-i modifice viteza de deplasare sau orientarea acestuia sau rezultanta acestor influențe este nulă.

– Un raționament simplu duce la concluzia că, dacă rezultanta interacțiunilor asupra unui corp ar fi diferită de zero, efectul asupra corpului ar putea fi acela de modificare a stării corpului.

Rezumat

- Primul principiu al lui Newton precizează comportarea corpurilor pentru care rezultanta forțelor care acționează asupra acestora este nulă. Aceste corpuri se vor afla în repaus sau în mișcare rectilinie și uniformă. Este cunoscut sub numele de principiul inerției.
- Masa corpului este măsura inerției acestuia. În această calitate masa poartă denumirea de masă inertă (inerțială).
- Un S.R. este inerțial dacă în cadrul lui este valabil principiul inerției.

Verificați-vă cunoștințele

1. Care dintre afirmațiile referitoare la inerție și principiul inerției este falsă?
a) principiul inerției este valabil în S.R. inerțiale;
b) principiul inerției este valabil și în S.R. care se mișcă oricum față de S.R. inerțiale;
c) corpurile aflate în mișcare sau repaus posedă inerție;
d) masa corpului este o măsură a inerției.

2. Imaginați un loc în cosmos, departe de orice influențe gravitaționale sau de frecare. Presupunând că un astronaut va arunca o piatră, ce se va întâmpla cu aceasta?

3. Un corp cu masa de 2 kg se deplasează cu viteza de 4 m/s. Ce forță este necesară pentru a păstra constantă viteza și direcția de deplasare a corpului?

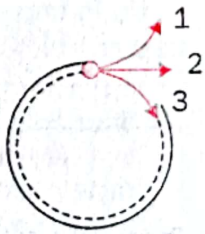
4. Un ciocan se înțepenește în mâner dacă bați cu coada acestuia într-o suprafață tare. Cum explicați aceasta?

5. Într-un lift care frânează brusc, vei simți sângele fugind în cap sau în picioare. Când și de ce se întâmplă acestea?

6. Cineva spune că, dacă ar arunca o piatră cu o viteză mai mare, inerția acesteia ar fi mai mare. Este adevărat? Argumentați.

7. O persoană sedentară care mănâncă mult constată că s-a îngrășat cu 10 kg în interval de o lună. Ce efect are aceasta asupra inerției sale?

8. În jocul de minigolf într-una dintre probe mingea este obligată de către un cerc metalic incomplet să parcurgă o traiectorie aproape circulară pentru a cădea în gaură. Când bila părăsește ghidajul metalic, ce traiectorie va avea 1, 2 sau 3? Argumentați.



2.3 Principiul al II-lea

2.3.1. Tipuri de forțe

După cum se știe principalele efecte ale unei interacțiuni mecanice sunt:

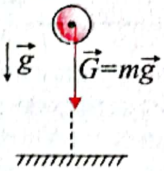
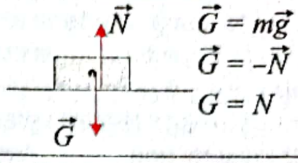
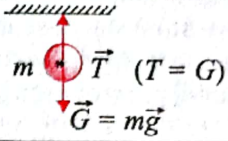
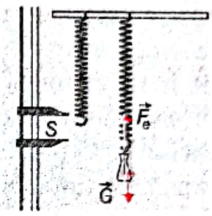
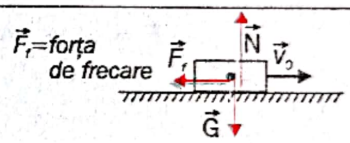
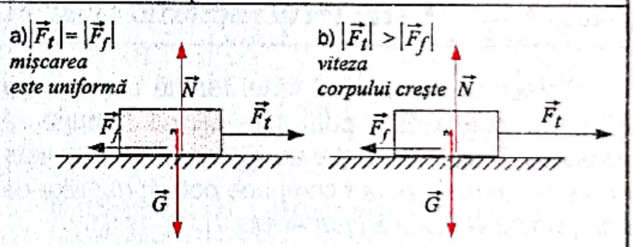
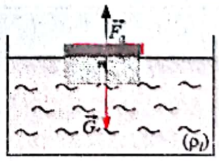
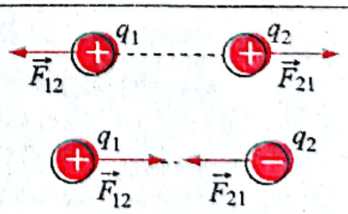
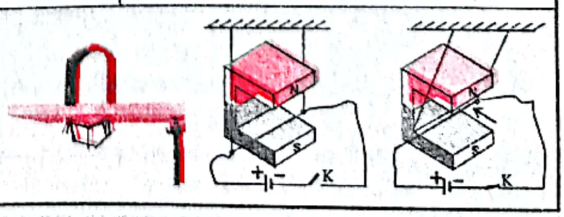
– statice – deformarea corpurilor;

– dinamice – modificarea stării de mișcare.

Pentru determinarea cantitativă a interacțiunilor, a fost introdusă noțiunea de forță.

Ce este o „forță"? Conceptul de forță este dificil de explicat, dar apare în toate ramurile fizicii. El poate fi înțeles urmărind efectele acesteia asupra corpurilor asupra cărora își exercită acțiunea. Tabelul următor prezintă câteva dintre forțele care acționează asupra corpurilor.

Scanned with OKEN Scanner

TIPURI DE FORȚE	DESCRIERE	EXEMPLU
Forță de atracție gravitațională $\vec{G}$ (greutate)	Forța cu care Pământul sau orice alt corp masiv atrage alt corp. Prin definiție, ea este greutatea corpului. Forța de atracție gravitațională exercitată de Pământ este orientată spre centrul acestuia $G = mg$ ($g = 9{,}8$ m/s^2).	
Apăsarea normală $\vec{N}$	Forța exercitată asupra unui corp aflat în contact cu o suprafață, de către suprafața respectivă. Este perpendiculară pe acea suprafață.	
Tensiunea $\vec{T}$	Forța care apare într-un fir inextensibil ca urmare a acțiunii altei forțe la capetele acestuia.	
Forța elastică $\vec{F}_e$	Forța exercitată într-un resort deformat.	
Forța de frecare $\vec{F}_f$	Forța exercitată de o suprafață asupra unui corp care se deplasează sau încearcă să se deplaseze pe ea. Se opune mișcării corpului.	
Forța aplicată $\vec{F}_t$	Este forța aplicată unui corp de către alt corp sau persoană. Poate avea ca scop, de pildă întreținerea mișcării când aceasta se produce cu frecare sau accelerarea corpului.	
Forța arhimedică $\vec{F}_A$	Forță de sens contrar greutății care apare în cazul unui corp scufundat într-un fluid. Este datorată presiunilor diferite exercitate de fluid asupra fețelor corpului.	
Forța electrică $\vec{F}_E$	Forța cu care interacționează sarcinile electrice. Acțiunea este atractivă sau repulsivă și se manifestă la distanță.	
Forța magnetică $\vec{F}_t$	Forță exercitată de câmpul magnetic asupra obiectelor din fier, asupra conductoarelor parcurse de curent electric sau a sarcinilor electrice în mișcare. Este o acțiune la distanță.	

Scanned with OKEN Scanner

2.3.2. Formularea principiului al II-lea

Din tabelul anterior se poate face o clasificare în: forțe de contact (tensiunea, forța elastică, forța de frecare etc.) și forțe cu acțiune la distanță (forța gravitațională, electrică, magnetică). Deși expresiile matematice ale acestor forțe, după cum se va vedea, sunt diferite, toate se supun principiului al II-lea numit și principiul fundamental.

Principiul este legat de efectul dinamic al acțiunii forțelor asupra unui corp. Această acțiune duce la modificarea stării de mișcare a corpului (a vitezei acestuia) adică la imprimarea unei accelerații.

Din experiență se știe că o forță aplicată diferitelor corpuri va produce variații diferite ale vitezei, fiindcă efectul depinde de inerția corpului. Cum masa (m) este o măsură a inerției, înseamnă că efectul forței este dependent de masa corpului asupra căruia aceasta acționează. Newton a stabilit o relație de proporționalitate între forță și rezultatul dinamic al acțiunii acesteia, accelerația imprimată corpului.

$$\vec{F} = \text{const.} \cdot m \cdot \vec{a} \qquad (1)$$

Relația (1) exprimă ***principiul fundamental al dinamicii***, care spune că:

Principiul II – *Vectorul forță este proporțional cu produsul dintre masă și vectorul accelerație.*

Dacă se alege ca unitate de măsură pentru masă kilogramul, iar unitatea de măsură a accelerației m/s², se poate alege unitatea de măsură pentru forță în așa fel încât constanta din expresia (1) să fie egală cu unitatea. Atunci relația (1) devine:

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}, \qquad (2)$$

iar unitatea de măsură a forței o vom numi newton (N).

$$[F]_{SI} = [m]_{SI} \cdot [a]_{SI} = \text{kg} \cdot \text{m/s}^2 = \text{N}. \qquad (3)$$

Dicționar

Un newton: Mărimea forței care, aplicată unui corp cu masa de un kilogram, îi imprimă o accelerație de un metru pe secundă la pătrat.

2.3.3. Caracterul vectorial al forței

Caracterul vectorial al forței rezultă din definiția acesteia (relația (2)), potrivit regulii care spune că rezultatul produsului dintre un vector și un scalar este un vector. Forțele se vor compune potrivit regulilor de compunere vectorială (vezi Anexa V).

Exemple

1. Forțele de tracțiune aplicate de cele două remorchere (fig. 1), la deplasarea vasului în port, au drept rezultat deplasarea acestuia pe direcția rezultantei acestor forțe. Rezultanta se obține potrivit regulii paralelogramului, după cum evidențiază și fig. 2.

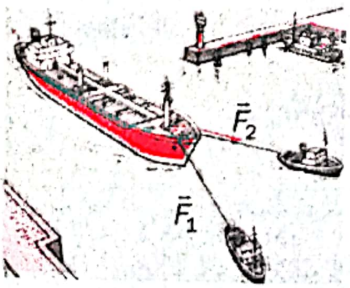


Fig. 1. Manevrarea unui vas la intrarea în port.

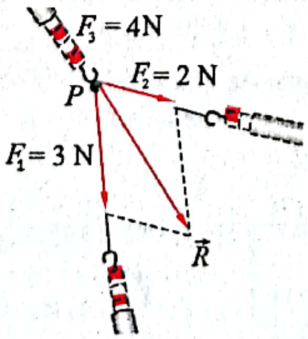


Fig. 2. Acțiunea simultană a trei forțe prin intermediul unor dinamometre.

2. Pe un cântar, un corp cu masa de 500 g ajunge, sub acțiunea a două forțe aplicate prin intermediul celor două dinamometre, să cântărească 0 g (fig. 3. a). Diagrama forțelor care au determinat acest rezultat indică faptul că forțele s-au compus potrivit regulii de compunere vectoriale.

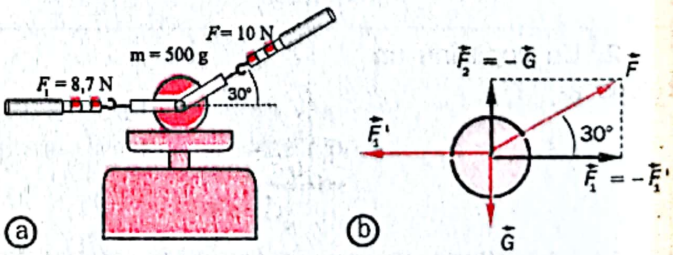


Fig. 3. Compunerea forțelor. Rezultanta este zero, după cum apare și din diagrama (b).

Potrivit exemplelor anterioare, principiul fundamental se scrie sub forma dată de relația (2) indiferent de numărul forțelor care acționează asupra corpului. Forța

Scanned with OKEN Scanner

$\vec{F}$ va reprezenta rezultanta tuturor forțelor. Ea este dată de: $\vec{F} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i$, unde $\sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i$ se citește sumă din $\vec{F}_i$ cu i de la 1 la n și reprezintă suma vectorială a forțelor.

Principiul al II-lea se va scrie:

$$m\vec{a} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i .$$

Rezultatul acțiunii rezultantei tuturor forțelor este accelerarea corpului orientată pe direcția și în sensul forței rezultante.

2.3.4. Diagrama corpului liber

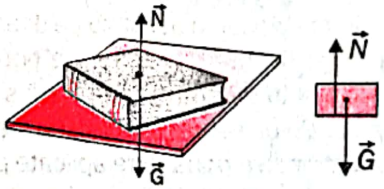
Diagrama corpului liber (D.C.L.) este o reprezentare schematică a forțelor care acționează asupra unui corp într-o situație dată. Este un exemplu de diagramă vectorială larg utilizată în fizică și are următoarele caracteristici:

- lungimea vectorilor forță în D.C.L. este proporțională cu modulul forței respective;
- direcția vectorului este direcția de acțiune a forței;
- sensul săgeții este sensul de acțiune al forței;
- se reprezintă doar corpul nu și corpurile cu care acesta este în contact. În locul acestor corpuri este luat de forțele cu care acestea acționează (ex. forțe elastice, tensiuni, frecări etc.).

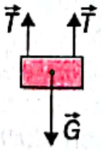
Iată câteva exemple de construcție a diagramei corpului liber.

Exemple

1. O carte aflată în repaus pe o suprafață orizontală

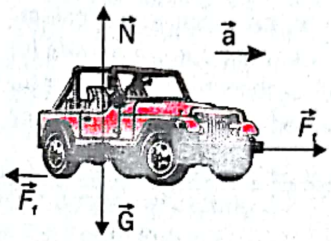


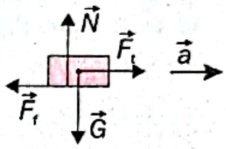
2. Un copil într-un balansoar.



3. Un măr în cădere.

4. Un automobil se deplasează accelerat spre dreapta în contra forțelor de frecare cu asfaltul.

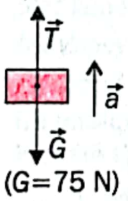




Prin respectarea regulilor de construcție a diagramei corpului liber poate fi ușor pus în evidență ce se va întâmpla cu corpul respectiv?

Exemple:

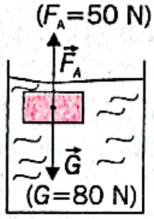
(T=100 N)



(G=75 N)

ⓐ

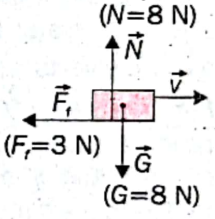
(F_A=50 N)



(G=80 N)

ⓑ

(N=8 N)



(G=8 N)

ⓒ

În fiecare din situațiile descrise în desenele de mai sus există o forță care nu este echilibrată.

În situația (a) corpul este deplasat accelerat în sus de rezultanta forțelor de tensiune și greutate ($\vec{R} = \vec{T} + \vec{G}$ cu $|R| = T - G = 100\ \text{N} - 75\ \text{N} = 25\ \text{N}$).

În situația (b) corpul, aflat într-un lichid în care apare forța arhimedică, se scufundă ($\vec{R} = \vec{G} + \vec{F}_A$ cu $|R| = G - F_A = 80\ \text{N} - 50\ \text{N} = 30\ \text{N}$).

În cazul (c) pe direcție verticală rezultanta forțelor este nulă ($\vec{R} = \vec{G} + \vec{N} = 0$; $G = N$), în timp ce pe direcția orizontală asupra corpului acționează forța de frecare ($R = F_t = 3\text{N}$). Corpul aflat în mișcare sub acțiunea acestei forțe își va micșora viteza.

În multe situații forțele nu acționează doar pe două direcții perpendiculare între ele ca în situațiile descrise anterior. În acest caz pentru determinarea rezultantei

Scanned with OKEN Scanner

se poate utiliza metoda analitică de compunere a vectorilor (Anexa V).

Diagrama corpului liber este un instrument util în rezolvarea problemelor ce implică forțe.

Rezumat

- Forțele sunt o manifestare a interacțiunii corpurilor. Când forțele încetează corpurile nu mai interacționează. Forțele pot fi clasificate în: forțe de contact (exemplu: forță de frecare, forță elastică, apăsare normală etc.) și forțe rezultate din acțiunea la distanță (exemplu: gravitațională, electrică, magnetică).
- Potrivit lui Newton, un corp se deplasează accelerat dacă rezultanta forțelor care acționează asupra lui nu este nulă. Principiul stabilește că accelerația corpului depinde de două variabile: rezultanta forțelor care acționează asupra corpului și masa acestuia.

$$\vec{F} = m\vec{a} \qquad (1)$$

- În cazul în care asupra corpului acționează mai multe forțe, principiul al II-lea se scrie:

$$m\vec{a} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i.$$

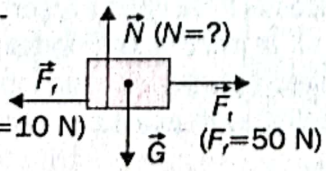
Acest principiu este valabil indiferent de tipul forțelor care acționează asupra corpului.

Verificați-vă cunoștințele

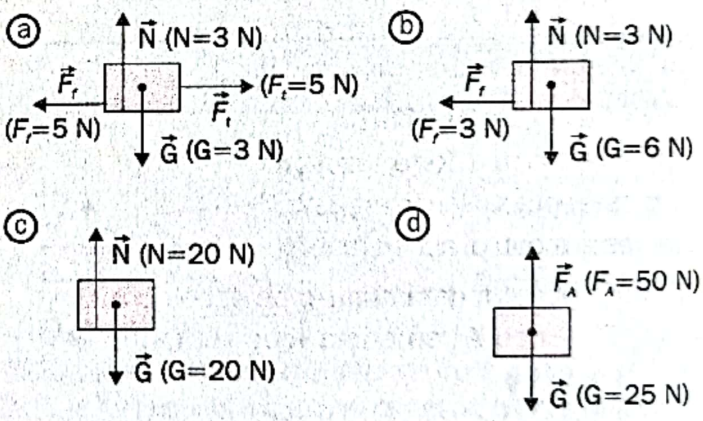
1. Care dintre afirmațiile referitoare la principiul fundamental este adevărată:
a) expresia matematică a principiului fundamental este o ecuație vectorială; b) forța $\vec{F}$ din ecuația vectorială $\vec{F} = m\vec{a}$ nu este determinată, putând exprima orice tip de interacțiune; c) principiul fundamental explicitează natura forței; d) o forță constantă pe direcția mișcării va determina o mișcare rectilinie și uniformă.

2. Realizați diagrama corpului liber în următoarele situații:
a) un parașutist coboară cu viteza constantă datorită rezistenței aerului;
b) un corp este ridicat pe o schelă cu ajutorul unui scripete fix;
c) un automobil se deplasează cu viteză constantă pe un drum (există frecare cu drumul);
d) un lift se deplasează accelerat în sus imediat după pornire;
e) un tren frânează pentru a opri în gară;
f) o minge scufundată în apă se ridică la suprafață (se ține cont și de frecarea cu apa).

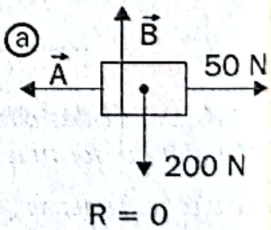
3. Unui corp de masă $m = 3$ kg i se aplică o forță de tracțiune $F_t = 50$ N. Urmărind diagrama corpului liber din figura alăturată, determinați: a) reacțiunea planului (N);
b) accelerația corpului (a). Se dă $g = 10$ m/s².



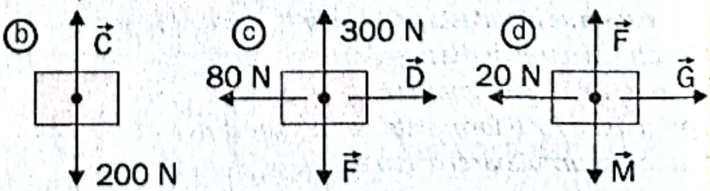
4. Pentru diagramele corpului liber din următoarele situații determinați forța rezultantă și direcția de deplasare.



5. Analizați situațiile următoare din diagramele corpului liber și stabiliți valoarea forțelor necunoscute. În fiecare din cazuri, sub diagramă este dată rezultanta forțelor care acționează asupra corpului liber respectiv și sensul de acțiune.



$R = 0$



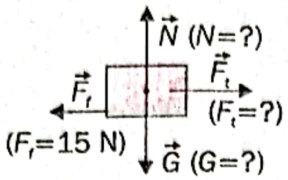
$R = 500$ N (în sus)

$R = 60$ N (spre stânga)

$R = 30$ N (spre dreapta)

Scanned with OKEN Scanner

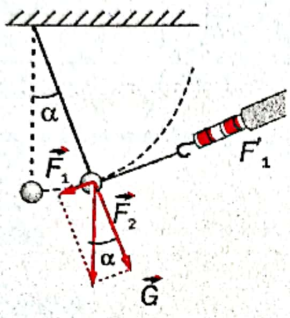
6. O forță de tracțiune spre dreapta este aplicată corpului cu masa $m = 6$ kg. Dacă acesta se deplasează cu viteză constantă, stabiliți din diagrama corpului liber din figura alăturată:



a) care este apăsarea normală (N);
b) care este rezultanta forțelor.

7. Un corp cu masa de 100 kg, ce se găsește inițial în repaus pe un plan orizontal, este acționat de o forță $F = 100$ N timp de 5 secunde, iar după 10 secunde de când aceasta și-a încetat activitatea se aplică o forță de sens contrar celei dintâi, de 200 N, până la oprirea corpului. Trasați graficele $F(t)$, $a(t)$ și $v(t)$.

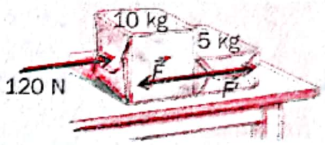
8. Cunoscând indicația dinamometrului, $F'_1 = 9$ N, să se determine greutatea corpului din figură, dacă unghiul α, format de fir cu direcția verticală, este: $\alpha = 30°$.



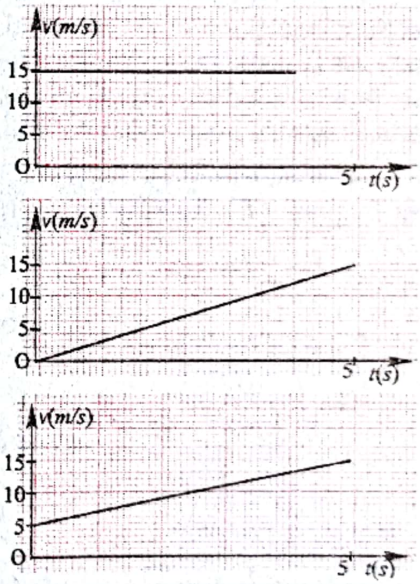
9. Trei forțe: $\vec{F}_1 = 2\vec{i} - 5\vec{j} + 2\vec{k}$, $\vec{F}_2 = -4\vec{i} + 8\vec{j} + \vec{k}$ și $\vec{F}_3 = 5\vec{i} + 2\vec{j} - 5\vec{k}$ acționează asupra unui corp cu masa de 6 kg.
a) Care este forța rezultantă?
b) Care este modulul forței rezultante?
c) Care este vectorul accelerație?
d) Care este modulul accelerației?

10. O forță poate fi dată printr-o pereche de numere $F = (A, B)$, unde A reprezintă modulul forței, iar B unghiul pe care aceasta îl face cu abscisa. Fiind făcută această observație, se dau forțele: $F_1 = (25\text{N}; 42{,}5°)$; $F_2 = (15{,}5\text{N}; 215°)$; $F_3 = (20{,}5\text{N}; 155°)$. Acestea accelerează un corp cu masa $m = 8{,}75$ kg.
a) Care este forța rezultantă care acționează asupra corpului?
b) Care este valoarea și direcția accelerației care acționează asupra masei m?
c) Care ar trebui să fie direcția și modulul forței F_4 astfel încât accelerația corpului să fie nulă?

11. Considerând două corpuri, cu masele de 5 kg și 10 kg, în contact unul cu celălalt, asupra cărora se exercită forța de 120 N, să se determine: (a) accelerația sistemului, dacă nu se iau în considerare forțele de frecare; (b) forțele care acționează asupra fiecărui corp în parte.



12. Un corp de 5 kg a efectuat mișcările descrise de următoarele grafice. Să se determine forța la care a fost supus corpul în fiecare din cele trei cazuri.



Lectură

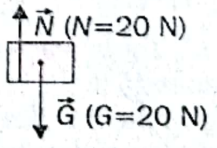
Atenție, elevi!

Mulți elevi, deși cunosc principiul inerției încă din clasa a VI-a și îl pot formula cuvânt cu cuvânt sau pot utiliza principiul fundamental ($\vec{F} = m\vec{a}$), au probleme în înțelegerea implicațiilor lor.

Aceasta se manifestă prin credința, existentă din timpuri străvechi, că întreținerea mișcării unui corp implică existența unei forțe. Reflectați asupra acestei idei și a compatibilității ei cu principiile I și II formulate de Newton și dați un răspuns argumentat următoarei dispute.

Doi elevi discută despre o problemă în care asupra unui corp acționează două forțe, ambele pe direcție verticală.

Diagrama corpului liber este dată alăturat.



În timpul discuției, primul sugerează că obiectul s-ar putea deplasa pe direcție orizontală, dacă sunt ignorate forțele de frecare implicate de deplasarea acestuia.

Cel de-al doilea nu este de acord, spunând că neavând nici o forță pe direcție orizontală corpul trebuie să fie în repaus, probabil pe o suprafață orizontală. „Un corp pentru care rezultanta forțelor care acționează asupra lui este zero trebuie să fie în respaus", spune el. Cu cine sunteți de acord?

Scanned with OKEN Scanner

2.4. Principiul al III-lea

Fig. 1. Două dinamometre acționează unul asupra celuilalt. Ambele vor indica aceeași valoare a forței. Cele două forțe sunt deci egale și de sens contrar.

După cum a reieșit și din exemplele anterioare, interacțiunea dintre două corpuri se realizează prin intermediul perechilor de forțe care acționează pe bază de reciprocitate, fiecare asupra câte unuia din corpurile care sunt în interacțiune. Aceste forțe se numesc *acțiune* și *reacțiune* (fig. 1).

Principiul III al acțiunii și reacțiunii spune că:

În interacțiunea dintre două corpuri punctiforme, dacă primul corp acționează asupra celui de al doilea cu o forță (acțiune), cel de-al doilea va acționa asupra primului cu o forță egală și de sens contrar (reacțiune).

Iată încă un exemplu care arată că perechea acțiune-reacțiune este valabilă și în cazul forțelor cu acțiune la distanță (fig. 2). Respingerea a doi magneți va determina contracararea efectului câmpului gravitațional asupra magnetului A. În acest caz rezultanta forțelor magnetică $\vec{F}_{MA}$ și gravitațională $\vec{G}_A$ este nulă, iar magnetul A este în echilibru (fig. 2.a).

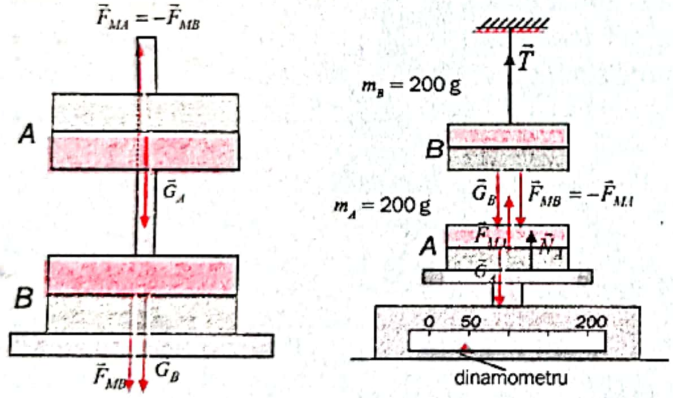


Fig. 2. Respingerea (a) și atracția (b) dintre doi magneți determină, în primul caz, ca magnetul A să poată sta suspendat, în pofida atracției gravitaționale, iar în cel de-al doilea, indicația dinamometrului să fie mai mică decât în lipsa interacțiunii magnetice.

Tot interacțiunea magnetică, de atracție de data aceasta (fig. 2.b), va determina „micșorarea" forței de greutate indicate de dinamometru. Forța indicată de dinamometru nu mai este greutatea corpului A, ci rezultanta dintre aceasta și forța de atracție magnetică cu care A este atras de B.

Se poate trage concluzia că:

La interacțiunea dintre corpuri apar perechi de forțe egale și de sens contrar (acțiune - reacțiune) (fig. 3).

Observație

Cele două forțe, acționând asupra unor corpuri diferite, nu determină o rezultantă nulă.

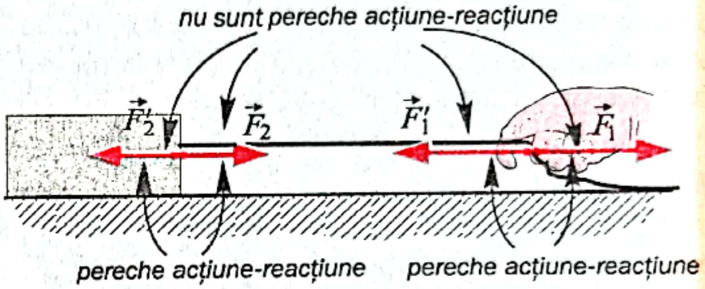
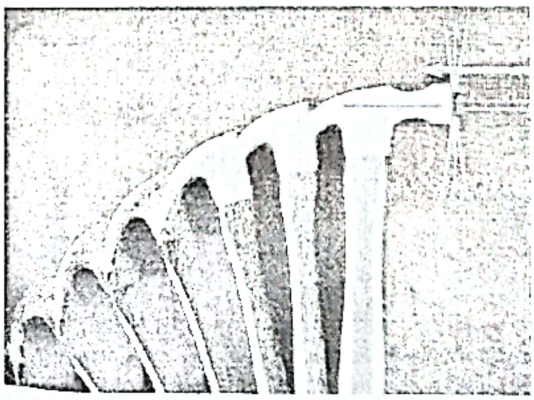
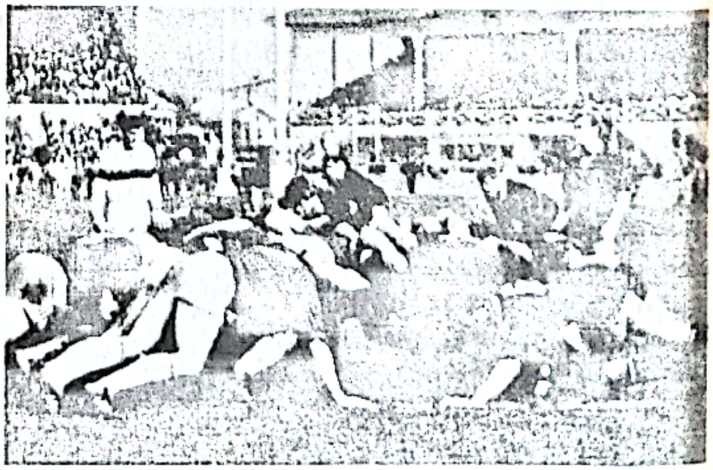


*Fig. 3. Forțele $\vec{F}_1$ și $\vec{F}_1'$ formează o pereche acțiune-reacțiune, iar forțele $\vec{F}_2$ și $\vec{F}_2'$ o altă pereche. $\vec{F}_1 = -\vec{F}_1'$ și $\vec{F}_2 = -\vec{F}_2'$ doar dacă frânghia este în echilibru. $\vec{F}_2'$ **nu** este reacțiunea lui $\vec{F}_1$.*

În imaginile de mai jos urmăriți alte exemple de aplicare a principiului al III-lea. Indentificați perechile de forțe și corpurile asupra cărora acționează.





Scanned with OKEN Scanner

Rezumat

• Principiul al III-lea afirmă că în interacțiunea dintre două corpuri cele două vor acționa unul asupra celuilalt cu forțe egale și de sens contrar.

• Acționând asupra unor corpuri diferite cele două forțe pereche deși sunt egale nu se anulează.

Verificaţi-vă cunoştinţele

1. Care dintre afirmațiile următoare, referitoare la principiul al III-lea, este falsă:
a) acțiunea și reacțiunea apar simultan;
b) acțiunea și reacțiunea se aplică aceluiași corp;
c) acțiunea este totdeauna mai mare față de reacțiune;
d) acțiunea și reacțiunea au același modul, dar sensuri opuse;
e) acțiunea și reacțiunea produc întotdeauna același efect.

2. Explicați, pe baza principiului III:
a) deplasarea unui pește în apă;
b) zborul unei păsări;
c) deplasarea roților unui automobil.

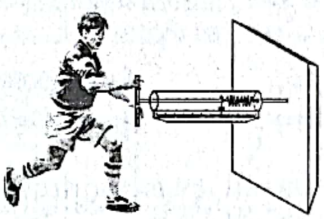
3. Deplasându-vă cu automobilul părinților, observați pe parbriz urma lăsată de impactul unei gâze cu acesta. Puteți interpreta incidentul prin prisma principiului al III-lea al lui Newton? Gâza lovește parbrizul și parbrizul lovește gâza. Care dintre cele două forțe a fost mai mare (în modul)?

4. Rachetele nu pot accelera în spațiu cosmic, deoarece:
a) în spațiu nu este aer;
b) în spațiu nu există gravitație;
c) în spațiu nu există o rezistență a aerului;
d) nu este adevărat. Rachetele accelerează în spațiu.

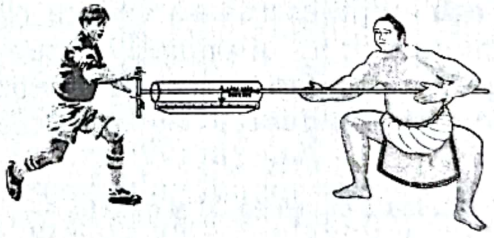
5. O pușcă are recul în momentul tragerii. Acesta este rezultatul unei perechi de forțe acțiune-reacțiune. Explicați cum se produce recul. Accelerația imprimată puștii în recul este:
a) mai mare decât accelerația glontelui;
b) mai mică decât accelerația glontelui;
c) egală cu accelerația glontelui.

6. În cele două situații de mai jos, scala dinamometrului arată 500 N.
Care dintre următoarele afirmații este adevărată:
a) forța cu care trage copilul este mai mare în primul caz;
b) forța cu care trage copilul este mai mare în cel de-al doilea caz;
c) forța este aceeași în ambele cazuri.

ⓐ



ⓑ



7. În următoarele situații identificați perechea acțiune-reacțiune.

Scanned with OKEN Scanner

2.5. Legea lui Hooke. Tensiune în fire

2.5.1. Forțe elastice. Legea lui Hooke

Rezultatul contactului dintre corpuri este deformarea acestora (efect static). Aceste deformări pot fi plastice, când corpul nu-și mai revine la forma inițială, sau elastice, când deformarea nu este permanentă. În acest caz, corpul va reveni la forma inițială, după încetarea acțiunii deformatoare, sub acțiunea unei forțe numită forță elastică.

Laborator

Determinarea relației dintre forța aplicată și alungire, în cazul unui corp elastic

Materiale necesare:

– resorturi elastice din diferite materiale, de diferite lungimi și secțiuni;
– greutăți marcate;

Experimental, se utilizează montajul din fig. 1.

- Se măsoară:
  – pentru diferite forțe deformatoare, $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ etc.
  – lungimea resortului elastic indicată de acul indicator.
- Se atârnă de resortul elastic suspendat greutăți marcate.
- Cu rigla gradată se măsoară lungimea inițială a resortului elastic (l_0) și lungimile acestuia după alungire prin acțiunea diferitelor mase marcate (m).
- Se completează în caiet un tabel de tipul celui de mai jos.
- Se calculează alungirea Δl și raportul $\frac{F}{\Delta l}$.

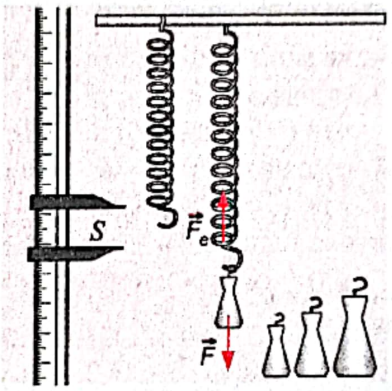
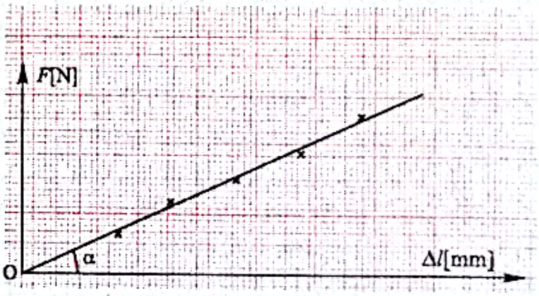


Fig. 1. Montaj experimental.

Tabelul 1.

Nr. crt.	l_0	m[g]	F[N] $F = mg$	l	$\Delta l = l - l_0$	$k = F/\Delta l$

- Se reprezintă grafic $F = f(\Delta l)$.
- Se obține un grafic de tipul celui de mai jos. Printre punctele experimentale se construiește la distanțe egale dreapta $F = f(\Delta l)$.
- Se calculează panta graficului: $tg\alpha = \frac{F}{\Delta l}$.



Panta graficului este numeric egală cu constanta elastică (k).

Utilizând Anexa III stabiliți erorile absolută și relativă cu care a fost determinată constanta elastică.

Concluzie

Raportul $F/\Delta l$ este constant. Notăm această constantă cu k și o numim *constantă elastică*. Constanta elastică k, este o mărime care depinde de geometria și de natura materialului din care este făcut corpul elastic.

Unitatea de măsură este: $[k]_{S.I.} = N \cdot m^{-1}$.

Forța elastică este forța care ia naștere în corpul elastic în timpul deformării. La echilibru, această forță este egală cu forța deformatoare. Ea este dată de expresia $\vec{F}_e = -k\Delta\vec{l}$, unde semnul „–" apare datorită faptului că forța elastică se opune alungirii ($\Delta\vec{l}$) corpului elastic.

Scanned with OKEN Scanner

Laborator

Determinarea mărimilor de care depinde constanta elastică

Materiale necesare:

– resorturi elastice din diferite materiale, de diferite lungimi și secțiuni;

– greutăți marcate.

Pentru determinarea mărimilor de care depinde constanta elastică, se utilizează o serie de resorturi elastice, de diferite lungimi și grosimi (fig. 2 – 5).

A. Se consideră o serie de resorturi elastice din același material, cu aceeași secțiune și de lungimi diferite. Se aplică aceeași forță (fig. 2).

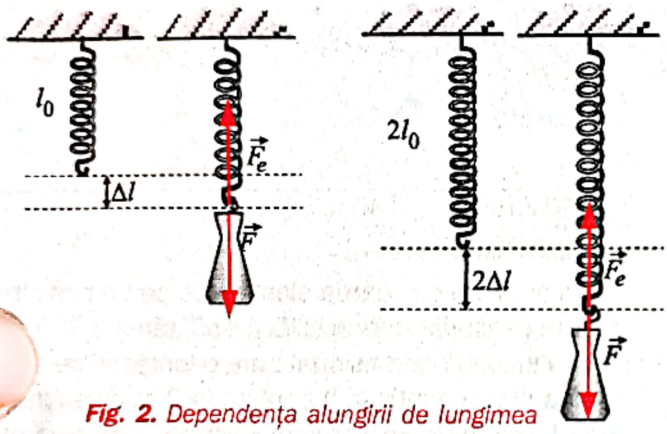


Fig. 2. Dependența alungirii de lungimea inițială a resortului elastic.

Realizați în caiete un tabel de tipul celui de mai jos și completați-l cu datele experimentale obținute.

***Tabelul 2.** Dependența alungirii de lungimea inițială.*

Lungimea inițială					
Alungirea corpului elastic					

Concluzie: $\Delta l \sim l_0$

B. Se consideră resorturi elastice făcute din același material și având aceeași lungime inițială, dar de secțiuni diferite. Se aplică fiecăruia aceeași forță externă (fig. 3).

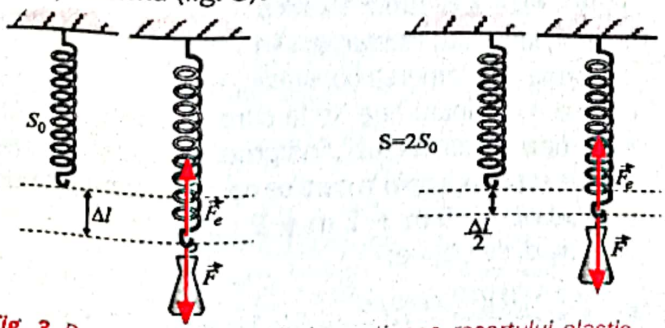


Fig. 3. Dependența alungirii de secțiunea resortului elastic.

Realizați în caiete un tabel de tipul celui de mai jos și completați-l cu datele experimentale obținute.

***Tabelul 3.** Dependența alungirii de secțiunea resortului.*

Secțiunea inițială					
Alungirea corpului elastic					

Concluzie: $\Delta l \sim 1/S$

C. Se consideră resorturi elastice, cu geometrii identice, dar făcute din materiale diferite. Se aplică aceeași forță (fig.4).

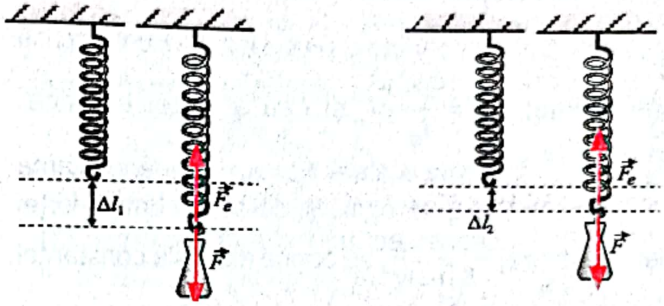


Fig. 4. Dependența alungirii de tipul de material.

Concluzie: Δl depinde de material.

D. Se consideră resorturi elastice identice, dar acționăm cu forțe deformatoare diferite (fig. 5).

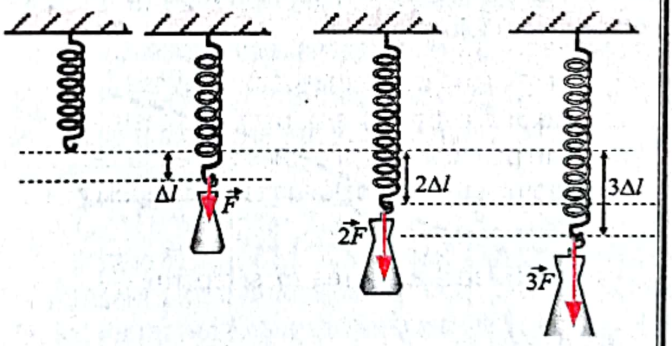


Fig. 5. Dependența alungirii de forța externă aplicată.

Realizați în caiete un tabel de tipul celui de mai jos și completați-l cu datele experimentale obținute.

***Tabelul 4.** Dependența alungirii de forța externă aplicată.*

Forța [N]					
Alungirea corpului elastic					

Concluzie: $\Delta l \sim F$

Din experimentele A, B, D, obținem că alungirea Δl depinde de:

$$\Delta l \sim \frac{l_0}{S} F .$$

Scanned with OKEN Scanner

Dacă se ține seama de natura materialului folosit – prin introducerea mărimii numite *modul de elasticitate* (modulul lui Young) și notată cu E – putem scrie că:

$$\frac{\Delta l}{l_0} = \frac{1}{E} \cdot \frac{F}{S} \qquad (1)$$

relație cunoscută sub numele de *legea lui Hooke*.

În relația (1) mărimea ε dată de relația: $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$, se numește *alungire relativă*, iar σ, dat de relația: $\sigma = \frac{F}{S}$, se numește *efort unitar*. Modulul lui Young E are ca unitate de măsură în S.I.: $[E]_{S.I.} = N \cdot m^{-2}$.

Atenție! Comparând expresia legii lui Hooke scrisă sub forma: $F = \frac{ES}{l_0}\Delta l$ și cea a forței elastice: $\vec{F}_e = -k\Delta\vec{l}$ în formă scalară $F_e = k\Delta l$ și ținând seama că forța elastică este egală și de sens contrar forței deformatoare, $\vec{F}_e = -\vec{F}$, se obține expresia constantei elastice: $k = \frac{E \cdot S}{l_0}$.

Legea lui Hooke nu este valabilă pentru orice forță aplicată corpului elastic. La valori prea mari ale acesteia, deformația corpului devine permanentă, corpul pierzându-și proprietățile de elasticitate. În cazul unei bare metalice tensiunea elastică variază cu alungirea conform graficului din fig. 6.

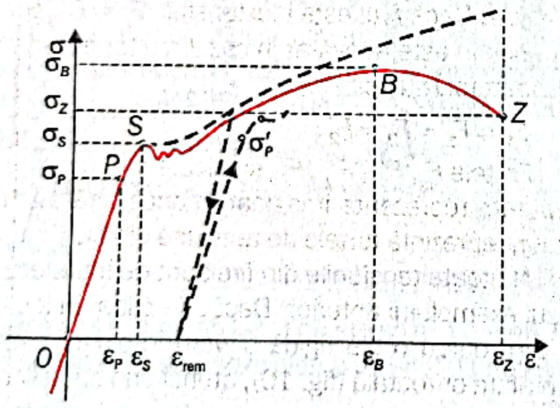


Fig. 6. Variația efortului unitar σ, în funcție de alungirea relativă ε, pentru o bară metalică – curbă experimentală.

OP = domeniul de elasticitate (este valabilă legea Hooke). Dincolo de punctul P (limita de proporționalitate a domeniului de elasticitate), deși corpul rămâne elastic (până la limita de elasticitate punctul S), deformația nu mai este proporțională. Dincolo de această limită deformațiile cresc neregulat fără vreo solicitare suplimentară – zona de curgere. Peste limita de curgere efortul unitar crește din nou până la gâtuirea barei (B) la limita de rezistență și ruperea ei (Z).

O înlăturare a forței de întindere într-un punct din zona deformațiilor plastice va determina corpului o deformație remanentă (ε_{rem}) care determină creșterea limitei de proporționalitate.

Printre cele mai cunoscute aplicații ale forței elastice sunt funcționarea dinamometrelor și utilizarea acțiunii forțelor elastice la suspensia automobilelor (fig. 7).

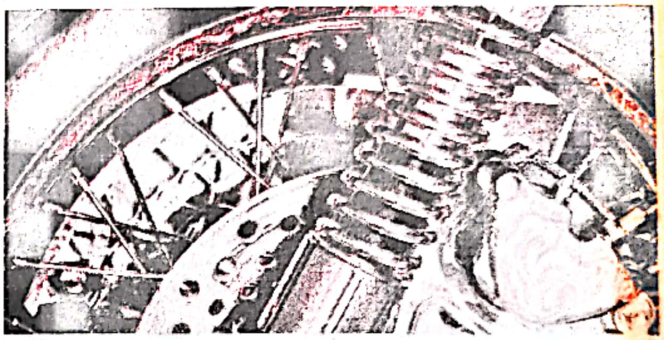
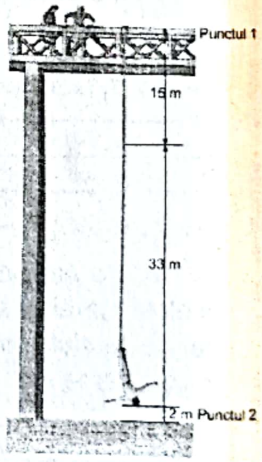


Fig. 7. Suspensie auto.

Exemplu

Un om sare cu coarda elastică de pe un pod situat la 50 m deasupra unei ape. Omul cântărește 70 kg, iar coarda elastică netensionată are o lungime de 15 m. Coarda elastică întinsă îl oprește la 2 m de suprafața apei. Dacă înălțimea omului este de 2 m, care este constanta elastică k a corzii elastice?

Rezolvare



În problemă coarda elastică suferă o alungire datorată greutății omului, $G = mg$. Aceasta este echilibrată în momentul când coarda atinge alungirea maximă de forță elastică $F = -kx$.

Deci: $G + F = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow mg - kx = 0 \Leftrightarrow k = \frac{mg}{x}$,

unde k este constantă elastică a corzii, iar x este alungirea. Din diagrama problemei se constată că, dacă din înălțimea de la care sare omul, scăzând lungimea inițială a corzii, înălțimea omului și înălțimea față de suprafața apei la care se oprește acesta, obținem: $x = 50\ m - (15\ m + 2\ m + 2\ m) = 31\ m$.

Înlocuind, se obține:

$$k = \frac{70\,kg \cdot 9{,}8\ m/s^2}{31\ m} = 22{,}13\ N/m.$$

Scanned with OKEN Scanner

2.5.2. Cuplarea resorturilor elastice

În cazul unor resorturi, de constante elastice k_1, k_2, ..., k_n, se pot realiza cuplări ale acestora, în serie (fig. 8.a), în paralel (fig. 8.b) sau mixt.

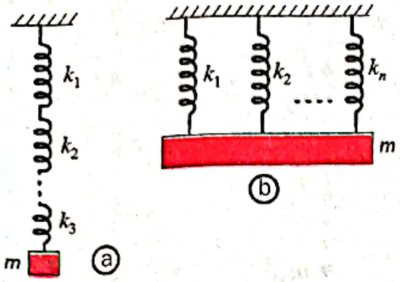


Fig. 8. Cuplarea resorturilor în serie (a) și în paralel (b).

În cazul cuplării în serie, asupra fiecărui resort acționează aceeași forță deformatoare, care însă va produce fiecărui resort deformări diferite, în funcție de constanta elastică a fiecăruia. Deformarea totală va fi dată de suma deformărilor individuale:

$$\Delta l = \Delta l_1 + \Delta l_2 + \ldots + \Delta l_n. \qquad (1)$$

Dacă forța care acționează asupra întregului sistem este $F = k_s \cdot \Delta l$, unde cu k_s am notat constanta elastică echivalentă a cuplajului în serie al resorturilor, vom obține relația:

$$\frac{F}{k_s} = \frac{F}{k_1} + \frac{F}{k_2} + \ldots + \frac{F}{k_n}, \qquad (2)$$

deci:
$$\frac{1}{k_s} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \ldots + \frac{1}{k_n} \qquad (3)$$

sau:
$$\frac{1}{k_s} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{k_i}. \qquad (4)$$

În cazul cuplării în paralel, deformarea produsă asupra resorturilor este aceeași, în schimb forțele care vor acționa asupra fiecărui resort din cuplaj vor fi diferite, în funcție de constantele lor elastice. În acest caz:

$$F = F_1 + F_2 + \ldots + F_n, \qquad (5)$$

unde $F = k_p \Delta l$; k_p reprezintă constanta elastică echivalentă a resorturilor cuplate în paralel. Înlocuind în (5) expresiile forțelor elastice, rezultă:

$$k_p \Delta l = k_1 \Delta l + k_2 \Delta l + \ldots + k_n \Delta l,$$

deci: $k_p = k_1 + k_2 + \ldots + k_n$

sau:
$$k_p = \sum_{i=1}^{n} k_i.$$

2.5.3. Tensiunea în fire

Să presupunem că, prin intermediul unui fir de masă m punem în mișcare un corp pe o suprafață orizontală (fig.9).

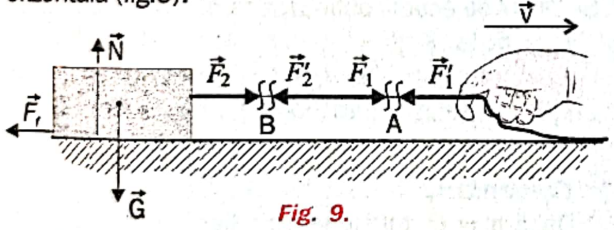


Fig. 9.

Se poate considera că firul transmite corpului forța exercitată asupra lui din exterior. Dacă practicăm două tăieturi imaginare (A) și (B) și figurăm perechile de forțe ce apar potrivit principiului al III-lea ($\vec{F}_1$; $\vec{F}_1'$) și respectiv ($\vec{F}_2$; $\vec{F}_2'$) primele forțe din fiecare pereche ($\vec{F}_1$ și $\vec{F}_2$) vor reprezenta acțiunile datorate tracțiunii exercitate de mână, iar cea de-a doua ($\vec{F}_1'$ și $\vec{F}_2'$) reacțiunile. În cazul celor două perechi sunt valabile relațiile $\vec{F}_1 = -\vec{F}_1'$ și $\vec{F}_2 = -\vec{F}_2'$.

Pentru porțiunea AB a firului, principiului al II-lea se scrie:

$\vec{F}_1 + \vec{F}_2' + \vec{F}_e = m\vec{a}$ sau scalar $F_1 - F_2' - k\Delta l = ma$,

unde cu m s-a notat masa porțiunii AB a firului, iar cu $\vec{F}_e$ forța elastică ce ia naștere în fir, forță dată de: $F_e = k\Delta l$. Dacă firul este inextensibil ($F_e = 0$), ceea ce în principiu este adevărat în cazul multor experimente de laborator, atunci:

$$F_1 = F_1' = F_2 = F_2'.$$

Forțele F_1, F'_1, F'_2, F'_2 și oricare alte forțe pe care le putem reprezenta imaginar în orice altă tăietură a firului, reprezintă forțele de tensiune din fir.

Nu toate tensiunile din fire sunt de întindere ca în cazul exemplului anterior. Dacă, de pildă, în loc de un fir vom utiliza o tijă rigidă și vom împinge corpul pe suprafața orizontală (fig. 10), atunci prin orice secțiune imaginară C a firului vom avea de-a face cu forțe de compresie ($\vec{F}_1$ și $\vec{F}_1'$). După cum se observă în acest caz tensiunile au sensuri opuse față de cele din exemplul anterior.

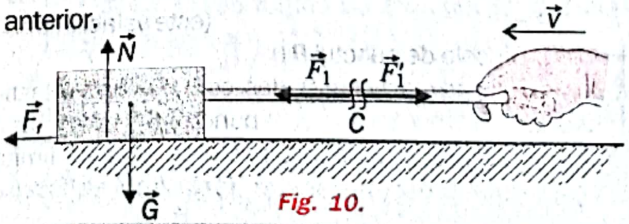


Fig. 10.

Scanned with OKEN Scanner

Exemplu

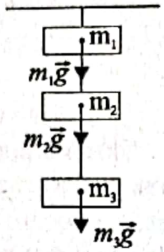
Trei corpuri de mase m_1, m_2, m_3 sunt legate prin frânghii scurte între ele și de tavanul unui ascensor. Ascensorul are accelerația orientată în sus. Determinați tensiunile T_1, T_2 și T_3 din cele trei frânghii.

Rezolvare cu evidențierea etapelor

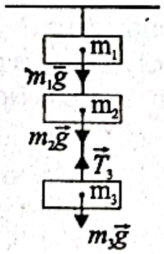
1. Se desenează diagrama corpului liber pentru fiecare din cele 3 corpuri.

2. Se identifică forțele care acționează asupra corpurilor și se trec pe diagramă.

• Asupra celor 3 corpuri acționează forțele de atracție gravitațională $m_1\vec{g}$, $m_2\vec{g}$ și respectiv $m_3\vec{g}$.



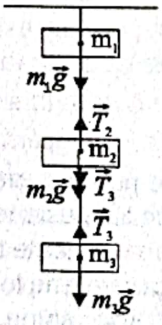
• Asupra corpului de masă m_3, care are o singură legătură cu corpul de masă m_2 acționează forța de tensiune $\vec{T}_3$ (în sus).



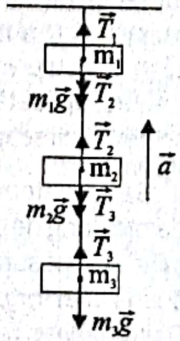
Observație

Punctul de aplicație al greutății este în centrul de greutate al corpului. Pentru claritatea diagramei pentru corpurile de mase m_1 și m_2 am deplasat acest punct.

• Asupra corpului de masă m_2 acționează, pe lângă forța de atracție gravitațională $m_2\vec{g}$, tensiunile datorate legăturii cu corpul de masă m_3 (în jos) și $\vec{T}_2$ datorită legăturii cu corpul de masă m_1 (în sus).



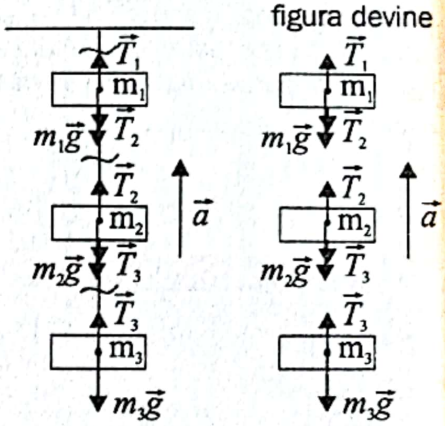
• Asupra corpului de masă m_1 acționează, pe lângă forța de atracție gravitațională $m_1\vec{g}$ și tensiunile din cele două fire de legătură cu corpul de masă m_2, $\vec{T}_2$ în jos și cu tavanul $\vec{T}_1$ (în sus).



3. Se trece direcția accelerației.

4. Toate forțele sunt pe direcția accelerației, deci nu este necesară descompunerea nici unei forțe.

5. Se taie legăturile dintre corpuri.



Observație

Nu este necesară decât o singură diagramă; diagramele intermediare au fost făcute doar pentru a arăta etapele de completare.

6. Se scrie pentru fiecare dintre corpuri principiul fundamental al dinamicii: $m_i\vec{a} = \sum_{j=1}^{n} \vec{F}_j$.

- Pentru corpul de masă m_3
  $m_3a = T_3 - m_3g$.
- Pentru corpul de masă m_2
  $m_2a = T_2 - m_2g - T_3$.
- Pentru corpul de masă m_1
  $m_1a = T_1 - m_1g - T_2$.

7. Sistemul de ecuații obținut se rezolvă prin substituție.

$T_3 = m_3(a + g)$
$T_2 = (m_2 + m_3)(a + g)$
$T_1 = (m_1 + m_2 + m_3)(a + g)$.

Comentariu

Dacă $a = 0$, tensiunea din fiecare frânghie va fi dată de greutatea totală a corpurilor atârnate sub aceasta. Acest lucru are sens deoarece fiecare frânghie va „simți" doar greutatea de dedesubt și nu va „ști" dacă aceasta este datorată unei singure mase sau mai multora.

Dacă accelerația este $a \neq 0$ și este orientată:

i) în sus – tensiunea va fi mai mare decât greutatea totală care acționează asupra fiecărei frânghii. Acest lucru are sens, este ca și cum accelerația gravitațională crește de la „g" la „$g + a$";

ii) în jos – tensiunea va fi mai mică decât greutatea totală care acționează asupra fiecărei frânghii. Acest lucru are sens, este ca și cum accelerația gravitațională scade de la „g" la „$g - a$".

Scanned with OKEN Scanner

Rezumat

• Legea lui Hooke dă expresia forței elastice care acționează asupra unui corp.

$$\frac{\Delta l}{l_0} = \frac{1}{E} \cdot \frac{F}{S},$$

unde $\frac{\Delta l}{l_0} = \varepsilon$ este alungirea relativă, iar $\frac{F}{S} = \sigma$ este efortul unitar. Mărimea E reprezintă modulul lui Young.

• Comparând cu expresia forței elastice $F = k\Delta l$ rezultă expresia constantei elastice: $k = \frac{ES}{l_0}$, unde S este secțiunea corpului elastic, iar l_0 este lungimea inițială a acesteia.

• Constanta elastică a unei grupări serie de resorturi elastice este dată de expresia: $\frac{1}{k_s} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{k_i}$.

• Constanta elastică a unei grupări paralele de resorturi elastice este dată de expresia: $k_p = \sum_{i=1}^{n} k_i$.

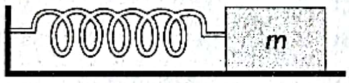
• Tensiunea în fire apare potrivit principiului al III-lea în orice secțiune a acesteia.

Verificați-vă cunoștințele

1. Un corp se supune legii lui Hooke. Ce forță este necesară pentru a alungii corpul pe distanța x, dacă constanta elastică a acestuia este k?

a) k; b) kx; c) kx^2m d) $kx^2/2$.

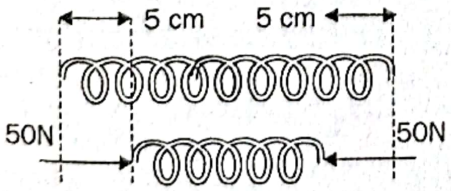
2. O masă de 2 kg este împinsă într-un resort cu constanta elastică $k = 400$ N/m, comprimându-l cu 5 cm. Dacă masa se află pe o suprafață fără frecare, care este descrierea adevărată a ceea ce se întâmplă cu corpul după eliberarea sistemului ?



a) viteza și accelerația masei nu vor scădea continuu;
b) viteza și accelerația masei nu vor crește continuu;
c) viteza masei nu va crește continuu, dar accelerația va descrește continuu;
d) viteza masei m va descrește continuu, dar accelerația va crește.

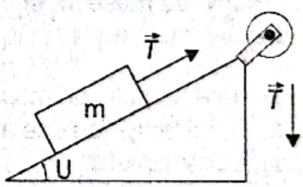
3. Un corp cu masa de 2 kg este așezat pe un resort ($k = 400$ N/m). Câți centimetri va comprima resortul?

4. Care este constanta elastică a resortului din imagine?



5. Un ascensor de 1 t este tractat de un cablu de 25 m. Accelerația de pornire este 2 m/s², iar efortul unitar maxim la care rezistă cablul este $\sigma_M = 2 \cdot 10^8$ N/m². Cablul este confecționat din $N = 1000$ fire de sârmă cu secțiunea $s = 0{,}4$ mm². Modulul de elasticitate al oțelului din care este fabricat cablul este $E = 1{,}96 \cdot 10^{11}$ N/m². Se neglijează masa cablului. Să se determine: a) forța de tracțiune suportată de cablu la pornire; b) secțiunea cablului necesară pentru a nu se depăși efortul unitar maxim admis; c) forța elastică ce apare în cablu, pentru secțiunea cablului determinată la punctul (b); d) alungirea cablului la pornire.

6. Planul înclinat dat în imagine face un unghi $\theta = 30°$ cu orizontala. Un corp cu masa $m = 6$ kg se află pe acest plan. Dacă forțele de frecare se consideră nule:



a) care este tensiunea T din frânghie pentru ca masa m să se deplaseze în jos cu viteza constantă?
b) care este tensiunea T pentru care corpul se deplasează accelerat în sus cu 2 m/s²?
c) care este tensiunea minimă din frânghie pentru care corpul alunecă pe plan cu accelerația de 2 m/s² ($m_d = 0{,}1$)?
d) Pentru problema anterioară, dacă corpul se deplasează în sus cu o viteză constantă $v = 2$ m/s, ce tensiune trebuie aplicată în frânghie pentru ca acesta să-și schimbe direcția în interval de 1 s?

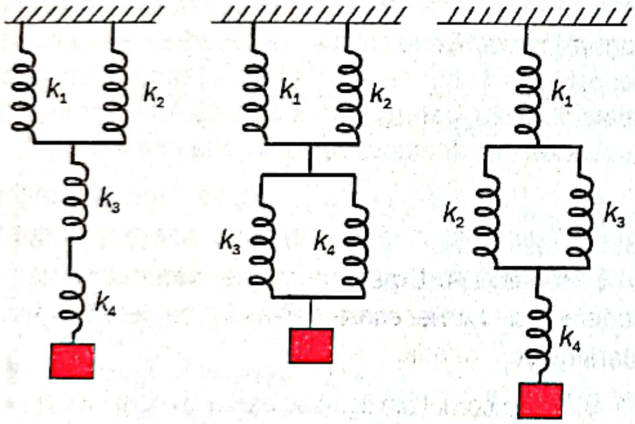
7. Să se determine modulul de elasticitate al unui fir de oțel lung de 1 m, cu secțiunea de 0,05 cm², pentru care s-a măsurat o alungire $\Delta l = 0{,}2$ cm, când a fost supus unei forțe de 5 000 N. Care a fost efortul unitar? Dar alungirea relativă?

Scanned with OKEN Scanner

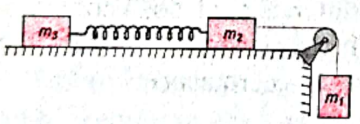
8. În diagrama de mai jos vaporul A remorchează vapoarele B și C. Dacă ele se deplasează cu viteză constantă, ce afirmație este adevărată privind tensiunile din frânghiile dintre ele:

a) tensiunea din frânghii este zero;
b) tensiunea din frânghii nu este zero, iar cea dintre A și B este egală cu cea dintre B și C;
c) tensiunea din frânghia dintre A și B este mai mare decât tensiunea din frânghia dintre B și C;
d) tensiunea din frânghia dintre A și B este mai mică decât tensiunea din frânghia dintre B și C.

9. Stabiliți constanta elastică echivalentă a următoarelor cuplaje de resorturi, pentru cazul în care constantele elastice ale celor patru resorturi sunt: k_1, k_2, k_3 și k_4. Ce devine expresia constantei elastice echivalente dacă cele patru resorturi au constante elastice egale? Stabiliți în ce tip de grupare constanta elastică echivalentă este maximă.

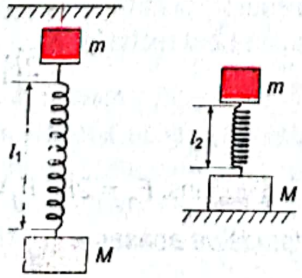


10. Pentru sistemul de corpuri cuplate din imagine, de mase $m_1 = 3$ kg, $m_2 = 1$ kg și $m_3 = 2$ kg, să se stabilească:

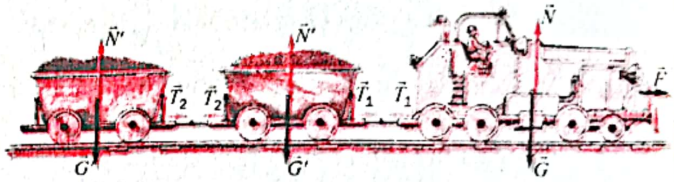


a) accelerația sistemului; b) alungirea resortului.
Se dau $k = 4$ N/m și $g = 9{,}8$ m/s². Pe plan, corpurile se deplasează fără frecare, masa cablului și a resortului se neglijează. În scripete nu se iau în considerare frecările.

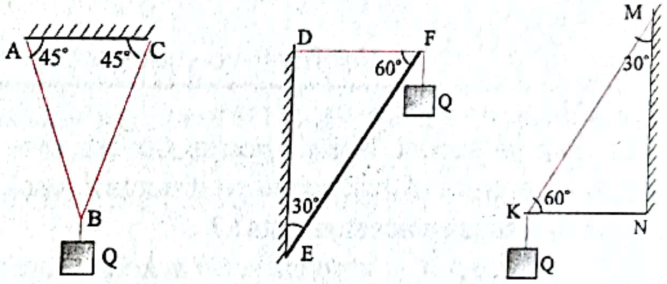
11. Care este lungimea resortului, nedeformat, dacă în stările figurate în imagine lungimile sunt l_1 și l_2.



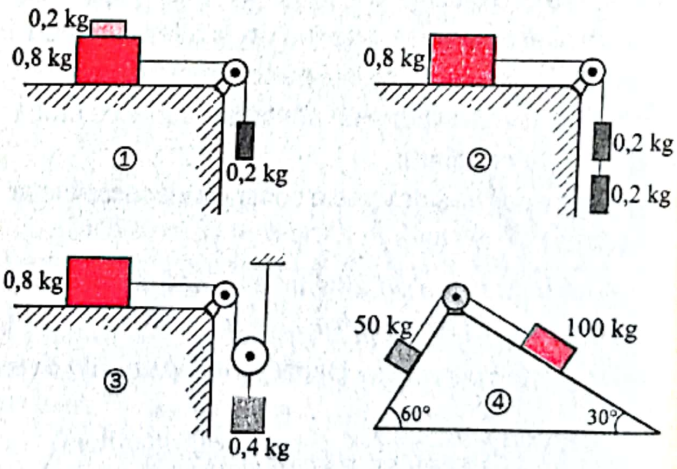
12. Un tren este format dintr-o locomotivă de 10 tone și două vagoane de câte 5 tone fiecare. Dacă trenul are o accelerație de 1 m/s², să se determine forța necesară locomotivei pentru a impune trenului această accelerație, și tensiunile $\vec{T}_1$ și $\vec{T}_2$ dintre tampoane. Se consideră nule forțele de frecare cu șina.

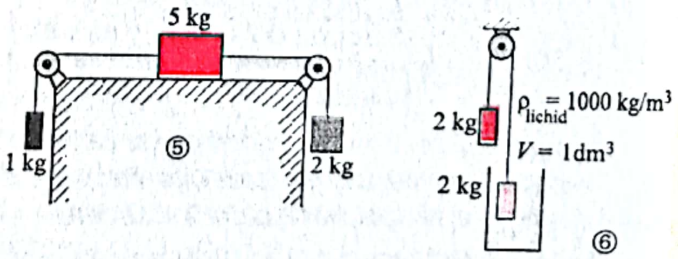


13. În cazul sistemelor de bare articulate din figurile următoare, determinați tensiunile din bare, dacă greutatea corpului Q este $G = 100$ N.



14. Considerându-se sistemele mecanice de mai jos, în absența forțelor de frecare, se cere:
a) să se construiască diagrama corpului liber pentru corpurile din fiecare sistem; b) să se stabilească sensul mișcării și accelerațiile corpurilor;
c) să se determine tensiunile din fire.





Scanned with OKEN Scanner

2.6. Legile frecării la alunecare

La lansarea unui corp cu viteza inițială $\vec{v}$ pe un plan orizontal, se constată că mișcarea acestuia va fi încetinită până la oprire. Cauza acestei comportări este existența unei forțe paralele cu planul, forță de sens opus deplasării. Această forță este *forța de frecare*.

Laborator

Stabilirea legilor frecării

Materiale necesare:
- corpuri paralelipipedice cu fețe din diferite materiale și diferite mărimi
- tribometru
- mase marcate

Descrierea tribometrului:

Tribometrul (fig. 1) este construit dintr-o scândură care poate fi fixată orizontal sau sub diferite unghiuri. La unul din capete are un scripete ușor care se poate roti fără o frecare semnificativă.

Dinamometrul (fig. 2) are rolul ca, intercalat pe fir, să indice când mișcarea corpului este uniformă (indicația lui trebuie să fie egală cu greutatea totală a talerului și maselor marcate de pe acesta: $T = mg$).

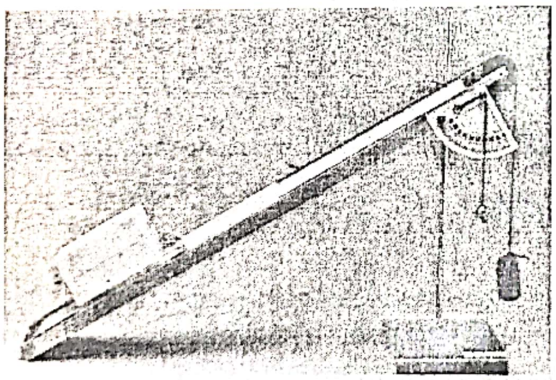


Fig. 1.

- Se așază corpul paralelipipedic pe placa orizontală a tribometrului.
- Se leagă talerul și se pun mase marcate până când mișcarea corpului este uniformă.

A. Se deplasează corpul pe planul orizontal, pe rând, pe cele trei fețe diferite ale sale.

Depinde forța de tracțiune necesară deplasării corpului de mărimea suprafețelor în contact (fig. 2)?

Răspuns: NU. Experimental, se evidențiază că forța $\vec{F}$ necesară deplasării corpului cu viteză constantă nu se modifică.

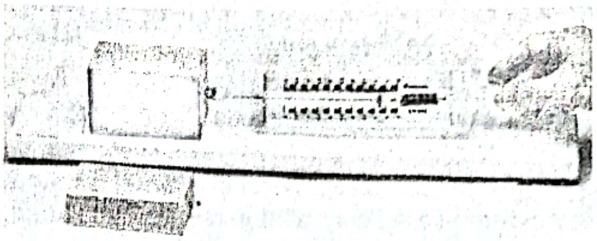


Fig. 2. Verificarea dependenței forței de frecare de mărimea suprafețelor în contact.

B. Se modifică natura suprafeței de sprijin (cu una mai rugoasă sau mai netedă).

Se modifică forța de tracțiune?

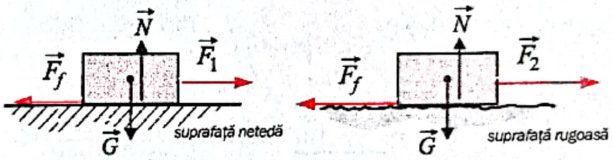


Fig. 3. Verificarea dependenței forței de frecare de natura suprafețelor în contact.

Răspuns: DA. Experimental, se evidențiază că forțele $\vec{F}_1$ și $\vec{F}_2$ necesare deplasării pe cele două suprafețe sunt diferite.

C. Peste corpul din fig. 4 se așază un corp identic cu primul, apoi, două corpuri identice cu primul. Cât va deveni forța de tracțiune necesară deplasării uniforme a corpurilor?

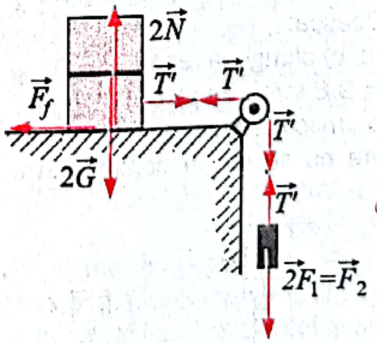


Fig. 4. Verificarea dependenței forței de frecare de apăsarea normală.

Răspuns: $F_2 = 2F_1$, $F_3 = 3F_1$ etc. Forța de frecare depinde de apăsarea normală $\vec{N}$.

Scanned with OKEN Scanner

Concluzii

Forța de frecare:

a) Nu depinde de *mărimea* suprafețelor în contact.

b) Depinde de *natura* suprafețelor în contact. Mărimea care caracterizează natura acestor suprafețe se numește *coeficient de frecare* (μ).

c) Depinde proporțional de apăsarea normală $\vec{N}$.

Deci: $\vec{F}_f = \mu \vec{N}$.

Afirmațiile de mai sus reprezintă **legile frecării**.

După cum se observă din practică, atunci când de pildă ne ajutăm părinții să mute mobila în casă, este mai ușor să deplasezi un corp aflat în mișcare decât să pui în mișcare același corp aflat în repaus. Acest fapt nu este datorat inerției, masa corpului fiind constantă, ci forței de frecare. După cum s-a evidențiat și în experimentul anterior, forța de frecare depinde de natura suprafețelor în contact. Din cauza faptului că suprafețele nu sunt perfect șlefuite contactul se face doar punctual, pe suprafețe mici, după cum apare și în figura mărită.

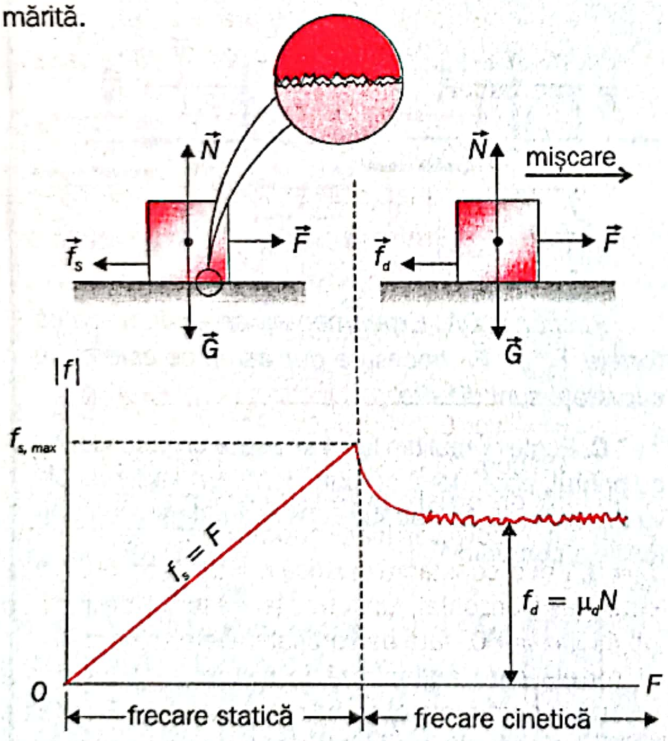


Fig. 5. Direcția forței de frecare statice f_s (a) și dinamice f_d (b) și graficul de variație a forței de frecare la punerea în mișcare a corpului.

Comportarea forței de frecare este mai complicată decât apare în cele discutate anterior deoarece sunt implicate forțe care apar între atomii și moleculele suprafețelor în contact (forțe de natură electrică). Aceasta este și cauza pentru care frecarea nu poate fi înlăturată indiferent de gradul de șlefuire al suprafețelor aflate în contact.

Urmărind graficul din fig. 5, dacă mărim forța de tracțiune F, care acționează asupra corpului acesta se va pune la un moment dat în mișcare. Forța de frecare statică este maximă la limita de punere în mișcare ($F = f_{smax}$). Când forța de tracțiune depășește această valoare, corpul se pune în mișcare accelerând spre dreapta, iar forța de frecare scade sub valoarea lui f_{smax}. Această forță este forța de frecare dinamică (f_d). Diferența $F - f_d$ determină accelerarea corpului. Dacă după punerea în mișcare, forța de tracțiune este egală cu forța de frecare dinamică, $F' = f_d$, atunci mișcarea se desfășoară cu viteză constantă.

Atât forța de frecare statică f_s, cât și cea dinamică f_d, depind de apăsarea normală.

Pentru forța de frecare statică,

$$f_s \leqslant \mu_s N,$$

unde N este apăsarea normală. Egalitatea are loc la limita de punere în mișcare a corpului

$$f_s = f_{smax} = \mu_s N.$$

Forța de frecare statică acționează în sens opus tendinței de mișcare a corpului.

Forța de frecare dinamică este dată de:

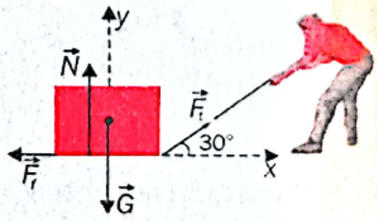
$$f_d = \mu_d N.$$

Valorile coeficienților de frecare μ_s și μ_d depind de natura suprafețelor și în general, $\mu_d < \mu_s$.

Exemple

1. Pentru a deplasa un pachet greu, un om trage de acesta prin intermediul unei frânghii, cu o forță de 90 N, sub un unghi de 30°. Pachetul are masa de 10 kg, iar coeficientul de frecare cu solul este $\mu = 0{,}5$. Să se determine accelerația corpului.

Rezolvare



Forțele care acționează asupra corpului sunt: forța de tracțiune $\vec{F}_t$, care face un unghi de 30° cu direcția de deplasare, greutatea $\vec{G}$, normala $\vec{N}$ și forța de frecare $\vec{F}_f$.

Descompunând forța de tracțiune după cele două direcții alese, x și y, se obțin componentele acesteia:

$$F_x = F_t \cos 30° = 78 \text{ N} \quad (1)$$

și

$$F_y = F_t \sin 30° = 45 \text{ N}. \quad (2)$$

Pentru a determina accelerația, se aplică principiul al II-lea al dinamicii forțelor care acționează pe direcția de mișcare:

$$m \cdot a = F_x - F_f = F_x - \mu N. \quad (3)$$

Scanned with OKEN Scanner

Apăsarea normală N se determină aplicând principiul acțiunii și al reacțiunii între corp și planul orizontal. Astfel, forța de reacțiune $\vec{N}$ din partea planului este egală cu rezultanta forțelor care acționează asupra acestuia: greutatea corpului, $\vec{G}$, și componenta perpendiculară a forței de tracțiune, $\vec{F}_y$.

$$N = G - F_y = 55\ \text{N}. \qquad (4)$$

Înlocuind în (3) obținem: $a = 5{,}05\ \text{m/s}^2$.

2. Un corp cu masa de 4 kg se află pe un plan înclinat cu unghiul $\alpha = 30°$. Coeficientul de frecare dintre corp și plan este $\mu = 0{,}3$. Să se determine:

a) forța ce trebuie aplicată paralel cu planul pentru ca accelerația corpului pe plan în sus să fie de $1\ \text{m/s}^2$;

b) același lucru, pentru a se obține coborârea corpului, cu aceeași accelerație;

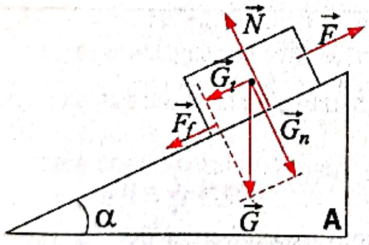
c) același lucru, dar mișcarea corpului să fie cu viteză constantă.

d) cât devine forța de la punctul (a) dacă aceasta va face unghiul $\beta = 60°$ cu direcția planului (se ia $g = 9{,}8\ \text{m/s}^2$).

Rezolvare

a) Forțele care acționează asupra corpului sunt date în fig. A. Descompunem greutatea $\vec{G}$ după direcția planului și o direcție perpendiculară pe plan și vom nota componentele cu $\vec{G}_t$ și $\vec{G}_n$ cu modulele:

$$G_t = G\sin 30° = mg\sin 30° = 19{,}6\ \text{N}.$$
$$G_n = G\cos 30° = mg\cos 30° = 33{,}95\ \text{N}$$

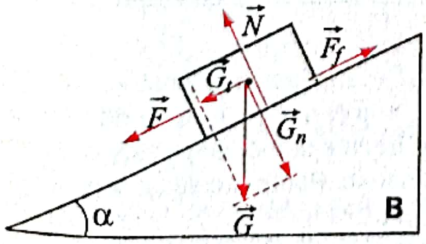


Forța de frecare este:

$$F_f = \mu N = \mu G_n = \mu mg\cos 30° = 10{,}18\ \text{N}.$$

Aplicăm principiul al II-lea forțelor paralele cu planul înclinat. Ținând cont de sensul acestora relativ la sensul de mișcare, putem scrie ecuația:

$$ma = F - G_t - F_f \Rightarrow$$
$$F = ma + mg\sin 30° + \mu mg\cos 30° = 33{,}78\ \text{N}.$$



b) În acest caz: $ma = F + G_t - F_t \Rightarrow$

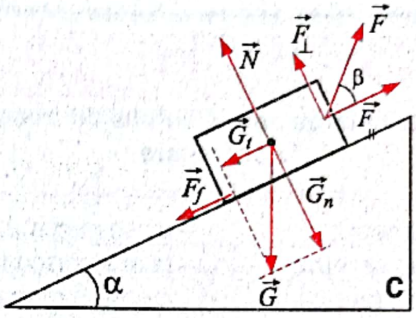
$$F = ma + mg\sin 30° - \mu mg\cos 30° = 13{,}42\ \text{N}.$$

c) Pentru ca viteza să fie constantă, accelerația trebuie să fie zero. În cazul punctului (a) se obține:

$$F = G_t + F_f = 29{,}78\ \text{N}.$$

d) În acest caz, forța de tracțiune aplicată corpului se descompune după direcțiile considerate și în cazul forței de greutate, în $\vec{F}_\parallel$ și $\vec{F}_\perp$ cu modulele:

$$F_\parallel = F\cos 60° \quad \text{și} \quad F_\perp = F\sin 60°.$$



Componenta perpendiculară va determina o micșorare a forței de apăsare normală, deci și a forței de frecare, astfel:

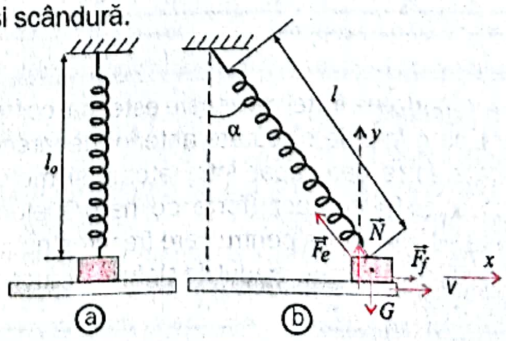
$$N = G_n - F_\perp, \text{ iar } F_f = \mu N = \mu(G_n - F_\perp) =$$
$$= \mu(mg\cos 30° - F\sin 60°)$$

Principiul al II-lea aplicat forțelor de pe direcția paralelă cu planul va fi:

$$ma = F_\parallel - G_t - F_f \Rightarrow ma = F\cos 60° - mg\sin 30° -$$
$$- \mu(mg\cos 30° - F\sin 60°) \Rightarrow$$
$$\Rightarrow F = \frac{ma + mg(\sin 30° + \mu\cos 30°)}{\cos 60° + \mu\sin 60°} = 44{,}44\ \text{N}.$$

3. Un corp de masă $m = 0{,}5$ kg este așezat pe o scândură orizontală și în același timp, suspendat printr-un resort vertical, nedeformat, de lungime $l_0 = 0{,}1$ m și constantă elastică $k = 10$ N/m. Scândura este trasă orizontal, uniform, iar resortul deviază cu unghiul $\alpha = 60°$ față de verticală. Determinați:

a) forțele care acționează în sistem; b) lungimea resortului deformat; c) alungirea resortului; d) forța de reacțiune normală a scândurii; e) forța de frecare dintre corp și scândură.



Scanned with OKEN Scanner

Rezolvare

a) Forțele care acționează asupra corpului sunt reprezentate în figura (b). Acestea sunt greutatea $\vec{G}$, apăsarea normală $\vec{N}$, forța de frecare $\vec{F}_f$ și forța elastică $\vec{F}_e$. Forța de frecare este orientată în sensul mișcării scândurii, deoarece corpul alunecă pe ea în sens opus.

b) Lungimea resortului deformat va fi, conform figurii (b): $l = \frac{l_0}{\cos\alpha} = 0{,}2$ m.

c) Alungirea resortului va fi dată de expresia: $\Delta l = l - l_0 = 0{,}1$ m.

d) Condițiile de echilibru impuse, pe cele două direcții, se scriu:

Pe direcția axei x: $F_f = F_e \sin\alpha$, (1)

iar pe direcția y: $G = N + F_e \cos\alpha$. (2)

Cum $F_e = k\Delta l$, obținem din relația (2):

$N = G - F_e \cos\alpha = mg - k\Delta l \cos\alpha = 4{,}4$ N.

e) Din relația (1) rezultă: $F_f = k\Delta l \cdot \sin\alpha = 0{,}87$ N.

Laborator

Determinarea coeficientului de frecare la alunecare

Materiale necesare:

– tribometru;
– dinamometru;
– fir inextensibil;
– mase marcate;
– taler cu discuri de mase marcate;
– corp paralelipipedic cu locașuri pentru mase marcate, cu suprafețele laterale din diferite materiale (lemn, cauciuc, metal etc.)

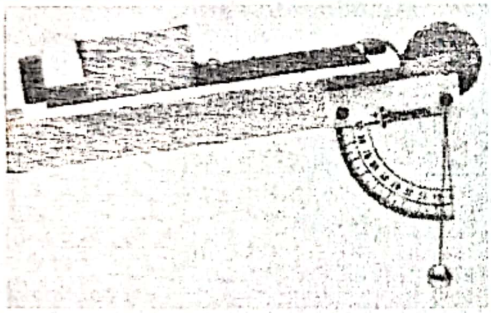


Fig. 6.

• Se așază corpul paralelipipedic pe placa orizontală a tribometrului, realizându-se montajul din fig. 6.

• Identificați forțele care acționează asupra corpului.

• Completați în caiete tabelul următor:

Nr. crt.	M (corp)	$G = Mg = N$	m	$F_f = T = mg$

unde: – M este masa paralelipipedului;
– m este masa totală a discurilor marcate și talerului care pune în mișcare sistemul.

• Se pun diferite greutăți marcate în locașurile din paralelipiped și se pune sistemul în mișcare uniformă prin completarea cu discuri marcate pe taler.

• Se face graficul $F_f = f(N)$ de tipul celui din fig. 7.

• Se duce graficul funcției $F_f = f(N)$ printre punctele experimentale.

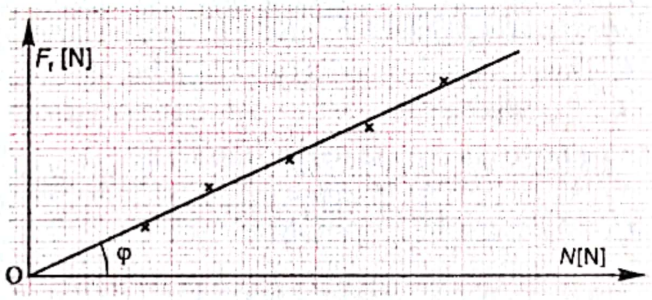


Fig. 7

Panta graficului este numeric egală cu coeficientul de frecare μ

$$tg\varphi = \frac{F_f}{N} = \mu.$$

• Se repetă experimentul pentru alte materiale aflate pe fețele paralelipipedului (lemn, cauciuc, metal).

• Se determină coeficienții de frecare ai diferitelor materiale.

• Utilizând Anexa III stabiliți eroarea absolută și relativă în determinarea coeficientului de frecare.

Rezumat

Legile frecării afirmă că:

• Forța de frecare nu depinde de mărimea suprafețelor în contact.

• Forța de frecare depinde de apăsarea normală a corpurilor în contact (N).

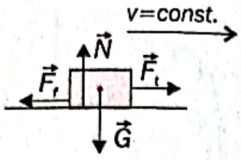
• Forța de frecare depinde de natura suprafețelor în contact $f_s \leqslant \mu_s N$ și $f_d = \mu_d N$, unde μ_s este coeficientul de frecare static, iar μ_d este coeficientul de frecare dinamic. Pentru aceleași suprafețe în general $\mu_d < \mu_s$.

Scanned with OKEN Scanner

Verificaţi-vă cunoştinţele

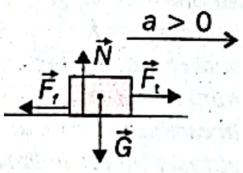
1. Dacă asupra unui corp masa de 10 kg acţionează o forţă de tracţiune ce determină deplasarea cu o viteză constantă a acestuia pe o suprafaţă cu un coeficient de frecare μ=0,2, determinaţi din diagrama corpului liber dată în figura alăturată:

a) forţa normală N;
b) forţa de tracţiune F_t;
c) forţa de frecare F_f;
d) forţa rezultantă R.



2. Dacă asupra unui corp cu masa de 5 kg acţionează o forţă de tracţiune care-i imprimă o acceleraţie $a = 2$ m/s², iar coeficientul de frecare dintre corp şi planul orizontal pe care au loc deplasarea este 0,1, determinaţi din diagrama corpului liber din figura alăturată:

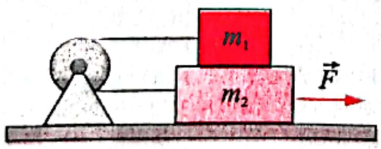
a) greutatea corpului G;
b) forţa de apsăsare normală N;
c) forţa de tracţiune F_e;
d) forţa de frecare F_f;
e) forţa rezultantă R.



3. Un obiect aflat în cădere sub influenţa forţei de atracţie gravitaţionale este frânat de frecarea cu aerul. Intensitatea acestei forţe este proporţională cu viteza corpului, $F_f = B \cdot v$, unde B este un coeficient de proporţionalitate. Dacă $B = 15$ kg/s, iar $m = 50$ kg, să se determine: a) care este viteza maximă atinsă de obiect; b) depinde răspunsul de la punctul (a) de viteza iniţială a obiectului?

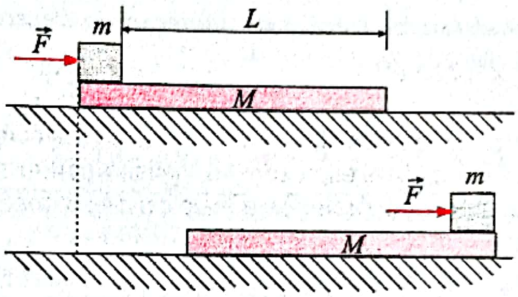
4. În cazul în care coeficientul de frecare dintre scândurile din figură este $\mu = 0{,}663$, iar greutatea scândurii din mijloc este 95,5 N, care este apăsarea normală exercitată pe ambele feţe ale scândurii – pentru ca aceasta să nu alunece?

5. Un cablu uşor ce trece peste un scripete, fără frecare, este legat de două corpuri, ca în figură. Dacă masele celor două corpuri sunt m_1 şi respectiv m_2, iar forţa de tracţiune este $\vec{F}$, să se determine valoarea coeficientului μ de frecare, acelaşi între corpuri şi între corpul de masă m_2 şi suprafaţa orizontală, astfel încât corpurile să se deplaseze cu viteză constantă.

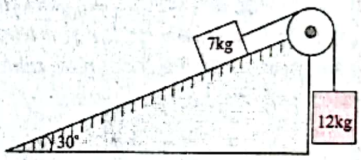


6. Un bloc de masă $m = 2$ kg este în repaus, pe partea stângă a unui bloc de masă $M = 8$ kg şi lungime $L = 3$ m. Coeficientul de frecare între cele două blocuri este $\mu = 0{,}3$, iar pe suprafaţa pe care se deplasează blocul de masă M este $\mu = 0$. Dacă blocului de masă m i se aplică o forţă orizontală $F = 10$ N:

a) în cât timp va ajunge acest bloc în partea dreaptă a blocului M, dacă ambele blocuri vor fi puse în mişcare de aplicarea forţei F?
b) pe ce distanţă s-a deplasat M în cursul mişcării?

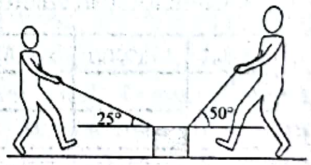


7. Determinaţi acceleraţia celor două corpuri din figură, în cazul în care coeficientul de frecare dintre masa de 7 kg şi plan este $\mu = 0{,}25$.



8. Doi copii au ca joc favorit deplasarea unei cutii cu masa de 65 kg pe o suprafaţă orizontală. Copiii trag de cutie prin intermediul a două sfori cu forţele $F_1 = 300$ N şi respectiv $F_2 = 520$ N, forţe care acţionează sub unghiurile $\theta_1 = 25°$ şi $\theta_2 = 50°$. După ce se dă startul, cutia se deplasează uniform spre copilul din dreapta.

a) Care este greutatea aparentă a cutiei?
b) Care este coeficientul de frecare dinamic dintre cutie şi podea?



9. Un cărucior de bagaje la aeroport are o rampă înclinată cu $\theta = 15°$ faţă de orizontală. Dacă pe rampă este un pachet, iar coeficientul de frecare dintre pachet şi rampă este $\mu_s = 0{,}5$, să se determine:

a) în ce parte acţionează forţa de frecare?
b) care este acceleraţia maximă pe care o poate avea căruciorul pentru ca pachetul să nu alunece pe rampă?

Scanned with OKEN Scanner

Încă din cele mai vechi timpuri, pentru a ușura deplasarea corpurilor, omul a încercat să găsească soluții pentru învingerea forțelor de frecare sau micșorarea acestora. Două din căile posibile sunt lubrifierea suprafețelor în contact (fig. 8)

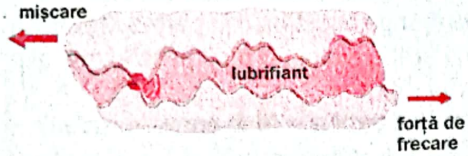


Fig. 8. Lubrefierea suprafețelor micșorează frecarea.

și transformarea frecării de alunecare în frecare de rostogolire (fig. 9).

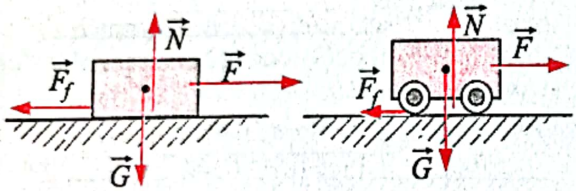


Fig. 9. În cazul rostogolirii, frecarea este mai mică.

Astfel de soluții au fost practicate de egipteni la construirea piramidelor și a templelor (fig. 10). Astfel, la transportul marilor blocuri de piatră ei foloseau sănii de lemn pe care le tractau pe bușteni.

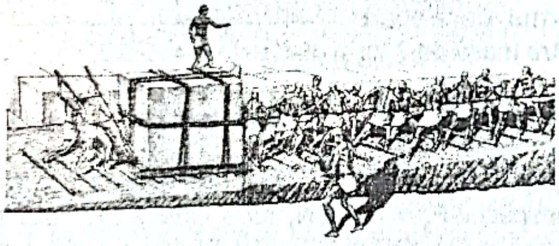


Fig. 10. Egiptenii foloseau mișcarea de rostogolire la transportul marilor pietre utilizate la construirea templelor și a piramidelor.

Și în Grecia antică s-au proiectat sisteme care să transforme mișcarea de alunecare în mișcare de rostogolire. Două exemple sunt date în fig. 11.

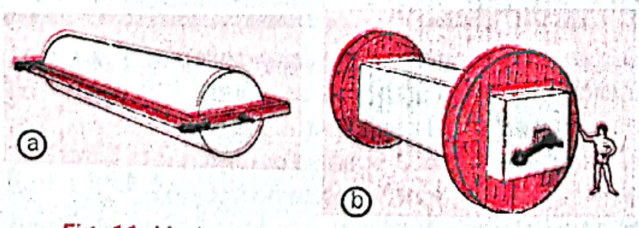


Fig. 11. Mașina lui Chersiphron (a) și mașina lui Metagene (b) (după Vitruviu), erau utilizate la transportul coloanelor cilindrice sau al blocurilor de piatră paralelipipedice.

În zilele noastre, transformarea mișcării de translație (alunecare) în mișcare de rotație (rostogolire), în vederea micșorării frecărilor, este realizată cu ajutorul rulmenților fig. 12.

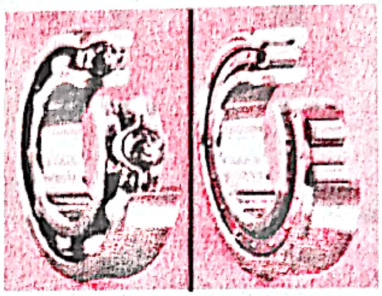
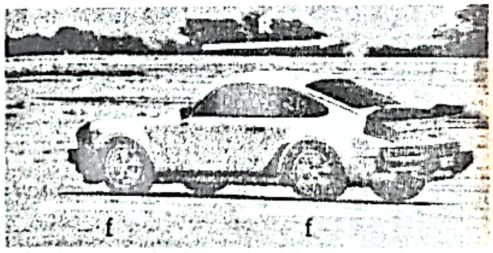


Fig. 12. Rulmenți.

Forța de frecare este importantă în analiza mișcării automobilelor și a altor vehicule cu roți. În acest caz, principalele forțe de frecare ce pot fi luate în considerare sunt cele dintre roți și suprafața de rulare precum și forța de frânare datorată rezistenței aerului. Reacțiunea forței de frecare produsă de roți asupra drumului permite deplasarea automobilului. În lipsa acesteia roțile ar rula în gol cum se întâmplă iarna pe gheață.



O altă aplicație a forței de frecare este funcționarea ambreiajului pentru autovehicule (fig. 13).

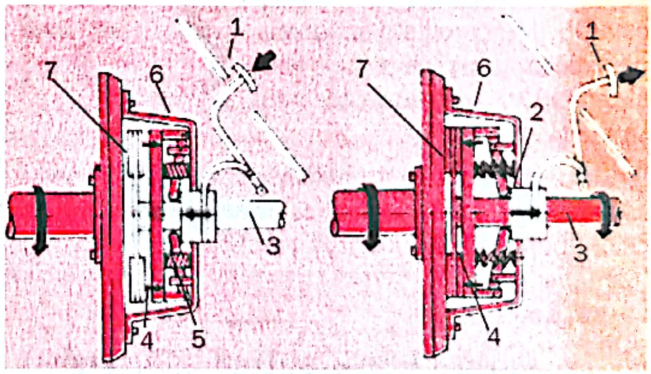


Fig. 13. Prin apăsarea pedalei (1), manșonul de comandă (2) alunecă pe arborele primar al cutiei (3) și depărtează discul conducător (4). Arcurile (5) se comprimă în carcasa ambreiajului (6); mișcarea de rotație nu se mai transmite prin frecare la discul condus (7) și se poate acționa maneta schimbătorului de viteze.

Scanned with OKEN Scanner

2.7. Legea atracției universale

2.7.1. Câteva repere istorice

La babilonieni, egipteni și evrei, lumea era imaginată ca o scoică având apă dedesubt și aer deasupra. Stelele erau considerate fixe și suspendate de boltă, ori purtate de zeități. Planetele navigau cu propriile lor corăbii pe canale din Calea Lactee.

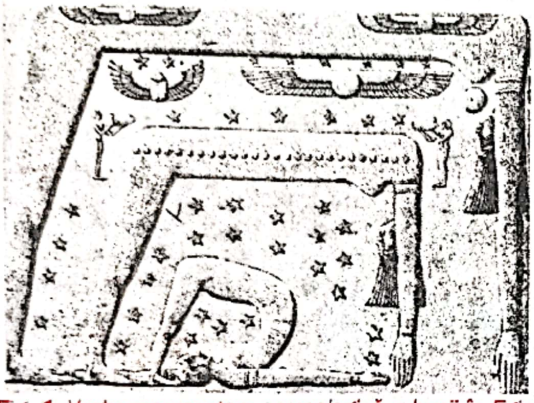


Fig. 1. Veche reprezentare cosmologică a lumii în Egiptul antic. Stelele sunt distribuite în interiorul unor „scoici" în jurul centrului universal. Concepția a fost preluată de greci.

În pofida acestei viziuni despre Univers, cu circa șase mii de ani în urmă, pe vremea dinastiei lui Sargon din Akkad, înscrisurile de pe tăblițele de lut evidențiază o veche tradiție astronomică. Observațiile lor extrem de precise le permiteau, de pildă, să calculeze durata anului cu o abatere de o miime de procent față de valoarea corectă, dându-le posibilitatea să emită prezideri exacte ale evenimentelor astronomice.

În Grecia, sub influența unor învățați ca Thales din Milet, Anaximene, Anaximandru, dar mai ales Pitagora și adepții săi Heracleides și Aristarh, imaginea despre Univers începe să se schimbe. Stelele sunt considerate acum fixe pe bolta cerească, reprezentând o garanție a ordinii și a regularității. Pământul este considerat de formă sferică, iar Eratostene îi calculează chiar și raza (Anexa 5).

Având însă mișcări neregulate (fig. 2), planetele cunoscute pe atunci – Mercur, Venus, Marte, Jupiter și Saturn – alături de Soare și Lună, reprezentau punctul central al preocupărilor astronomilor, care căutau să dea o explicație rațională mișcării lor retrograde.

Sistemele planetare imaginate oscilează între modelul geocentric, având Pământul în centrul Universului, sistem susținut de Eudoxiu, Hiparh, Ptolemeu sau Aristotel și cel heliocentric, al lui Aristarh

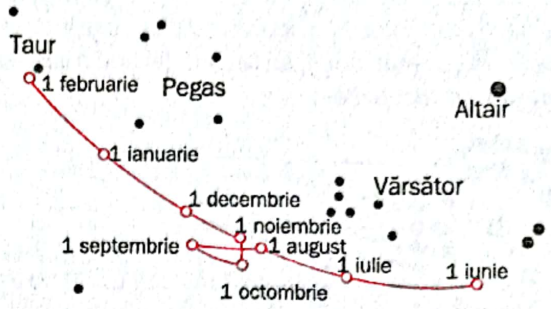


Fig. 2. Mișcarea aparentă a planetei Marte. La anumite intervale de timp, Marte pare că-și schimbă sensul de mișcare (mișcare retrogradă).

din Samos, care consideră Soarele în centru și planetele deplasându-se în jurul lui.

Sistemul care s-a impus, pentru mai mult de un mileniu, a fost însă cel geocentric.

În cadrul acestui sistem, mișcarea retrogradă este rezolvată considerând un sistem complicat de traiectorii circulare, centrate pe alte traiectorii circulare (fig. 3).

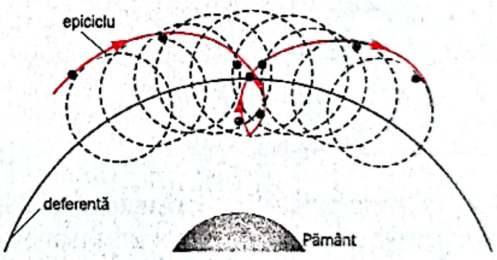


Fig. 3. În sistemul imaginat de Ptolemeu, planeta se rotește pe un cerc al cărui centru se învârtește în jurul Pământului.

Abia în secolul al XVI-lea, Nicolaus Copernic repune în discuție sistemul geocentric, în lucrarea sa *„De revolutionibus orbium coelestium"* (Despre mișcările de rotație ale corpurilor cerești).

NICOLAUS COPERNIC
(1473-1543)

Fig. 4. Astronom polonez; abandonează geocentrismul lui Ptolemeu (90-108), care plasează Pământul în centrul universului, și adoptă ipoteza heliocentrică a lui Aristarh din Samos (sec. III î.Hr.).

Scanned with OKEN Scanner

Interpretarea heliocentrică simplifică mult răspunsul cu privire la aparenta mișcare retrogradă a planetelor. Dacă Pământul se rotește în jurul Soarelui, este logic ca, de fiecare dată când el va întrece una din planetele exterioare (care se mișcă mai încet) acea planetă să se deplaseze aparent înapoi, pentru un timp, iar de fiecare dată când Pământul este depășit de planetele interioare (care se mișcă mai rapid), să rezulte din nou o inversare aparentă a direcției de mișcare.

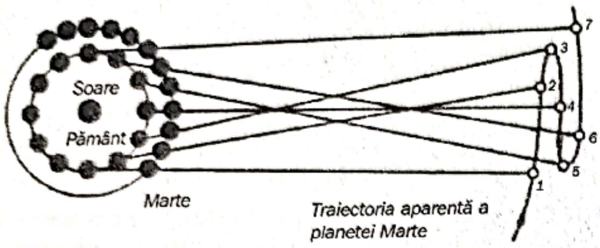
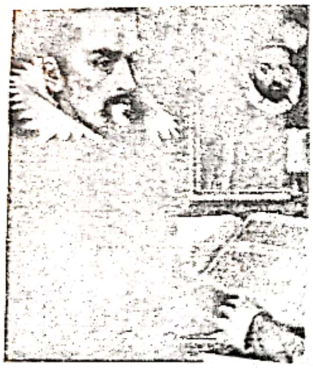


Fig. 5. Explicarea mișcării retrograde a lui Marte în sistemul heliocentric.



JOHANNES KEPLER (1571-1630)

Fig. 6. Fondator a două științe, optica instrumentală și astronomia fizică; este celebru în aceasta din urmă, prin cele trei legi privind mișcarea planetelor, care au stat la baza dezvoltării teoriei atracției universale a lui Newton.

Pornind de la modelul heliocentric al lui Copernic și de la calculele precise privind mișcarea planetelor ale lui Tycho Brahe, Kepler enunță legile care-i vor purta numele și care explică mișcarea corpurilor cerești.

Legea I – planetele se mișcă în jurul Soarelui pe orbite eliptice, Soarele fiind plasat în unul din focarele elipsei.

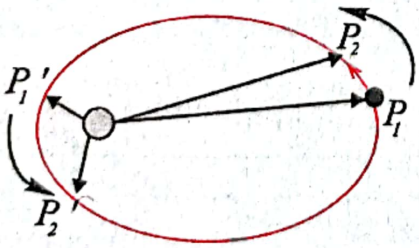


Fig. 7. Aria parcursă de raza vectoare în intervalul de timp în care planeta se deplasează de la P_1 la P_2 este egală cu aria parcursă în același interval de timp în care planeta se deplasează de la P_1' la P_2'.

Legea a II-a – în mișcarea pe orbită, raza vectoare parcurge arii egale în intervale de timp egale (fig. 7).

Aceasta semnifică faptul că viteza de revoluție a planetei crește când ea se apropie de Soare și scade când se depărtează (fig. 8).

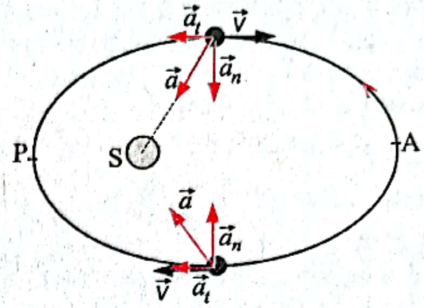


Fig. 8. Când planeta se deplasează de la periheliu (P) la afeliu (A), forța de atracție se micșorează, determinând diminuarea vitezei, care însă va crește în cazul deplasării pe porțiunea de la (A) către (P).

Legea a III-a – raportul dintre cubul razei medii a orbitei și pătratul perioadei de revoluție este constant pentru toate planetele.

$$\frac{R^3}{T^2} = K \text{ (const.)},$$

Aceste legi fac ușoară descrierea mișcării planetelor și constituie dovada valabilității teoriei heliocentrice a lui Aristarh și Copernic. Deși explică cinematica mișcării planetelor, Kepler nu determină și cauza mișcării acestora.

Exemplu

Considerând tabelul următor, în care sunt date razele medii ale orbitelor planetelor, în unități astronomice (1 U.A. = 150 milioane de kilometri), și perioada de rotație în zile, verificați *legea a treia a lui Kepler*:

$$\frac{R^3}{T^2} = K \text{ (const.)}$$

Tabel 1

Planeta	Raza medie a orbitei (U.A.)	Perioada (zile)
Mercur	0,389	87,72
Venus	0,724	224,70
Pamânt	1,000	365,25
Marte	1,524	686,98
Jupiter	5,200	4332,62
Saturn	9,510	10759,20

Scanned with OKEN Scanner

2.7.2. Determinarea constantei gravitaționale și formularea legii

Pentru a justifica legile lui Kepler, Newton a presupus existența unei forțe de atracție între planete și Soare. După Newton, această forță variază invers proporțional cu pătratul distanței ce separă corpurile și direct proporțional cu produsul maselor lor. Această forță a fost numită *forța de atracție universală*, sau gravitațională, și are expresia:

$$F = \gamma \frac{mM}{R^2}, \text{ sau vectorial } \vec{F} = \gamma \frac{mM}{R^2} \cdot \frac{\vec{R}}{R} \quad (1)$$

unde γ poartă numele de *constantă gravitațională* și este o constantă universală, a cărei valoare depinde de sistemul de unități de măsură folosit pentru măsurarea forței, masei și lungimii. Semnul „–" indică caracterul atractiv al forței.

Prima măsurare precisă a acestei constante a fost realizată în 1798 de Cavendish, care a utilizat în acest scop o balanță de torsiune (fig. 9).

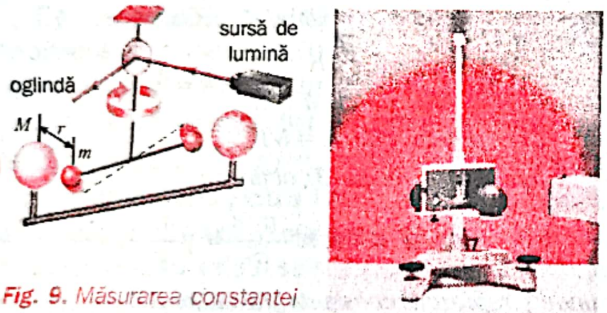


Fig. 9. Măsurarea constantei gravitaționale cu ajutorul balanței de torsiune a lui Cavendish.

Când sferele de masă m sunt atrase de sferele de masă M, potrivit legii atracției universale, ele suferă o mișcare de rotație. Aceasta creează o tensiune în firul de oțel, de care este legată solidar o oglindă. În acest fel, raza de lumină (de la sursa S) ce cade pe oglindă este deviată la rotirea acesteia. Deplasarea ei este înregistrată pe o scală gradată, putându-se determina astfel forța care a produs torsiunea firului de oțel.

Din expresia (1) rezultă:

$$\gamma = \frac{FR^2}{mM}.$$

Dacă $m = M = 1$ kg, iar $R = 1$ m, se obține că γ, constanta atracției universale, este numeric egală cu forța, exprimată în newtoni, care se exercită între două corpuri punctiforme, cu masele de 1 kg fiecare, situate la distanța de 1 m una de cealaltă.

Valoarea acceptată în prezent pentru γ este:

$$\gamma = 6{,}67 \times 10^{-11}\ \text{N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2.$$

Exemplu

Utilizând relația forței gravitaționale a lui Newton, stabiliți masa Pământului și densitatea lui medie.

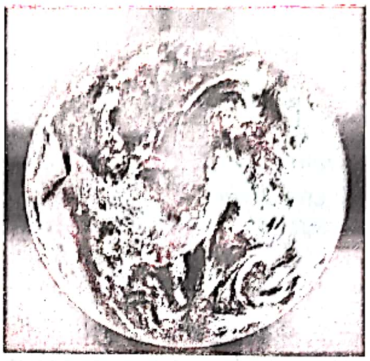


Fig. 10. Pământul văzut din satelit.

Rezolvare

Aplicând relația: $\gamma \frac{mM_P}{R^2} = mg$

$$\Rightarrow M_p = \frac{R^2 g}{\gamma} = 5{,}98 \cdot 10^{24}\ \text{kg},$$

unde $R_p = 6\,370$ km și $g = 9{,}8$ m/s^2.

Cum volumul Pământului, considerat o sferă, este:

$$V_p = \frac{4}{3}\pi R^3 = 1{,}08 \times 10^{21}\ \text{m}^3,$$

se obține pentru densitate valoarea:

$$\rho = \frac{M_P}{V} = 55 \cdot 10^3\ \text{kg/m}^3.$$

Forța gravitațională acționează asupra corpurilor fără ca noi să putem constata un mecanism de transmitere, și nici existența unui mediu care să intermedieze transmiterea ei. Acest fapt este demonstrat de experiențele de cădere liberă în tuburi vidate (fig. 11).

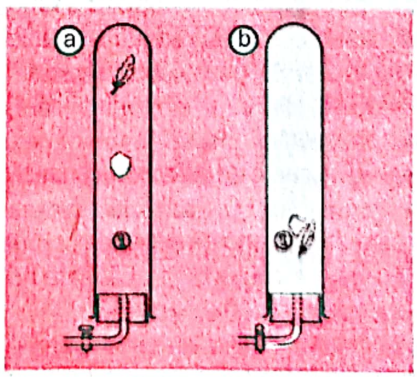


Fig. 11. *Căderea corpurilor în aer (a), în vid (b). (În lipsa frecării, toate corpurile cad la fel.)*

Scanned with OKEN Scanner

Inițial, se vorbea despre forța gravitațională ca despre o forță care „acționează la distanță". Faraday a fost primul fizician care referindu-se la forțele cu „acțiune la distanță" a considerat că este vorba de un efect care se transmite de la un punct la altul al spațiului. Mai târziu, Einstein referindu-se la interacțiunea gravitațională a ajuns la concluzia că orice corp care posedă masă modifică proprietățile spațiului din jurul său astfel încât, în acest spațiu modificat, asupra oricărui corp care prezintă aceleași caracteristici (are o anumită masă) se exercită o forță de atracție gravitațională. Spațiul ce înconjoară corpul respectiv devine purtător al unor proprietăți fizice caracteristice. Acesta este un *câmp fizic*.

Lectură

O deducere a legii atracției universale

Prima lege a lui Kepler afirmă că orbitele planetelor sunt eliptice. Un caz particular de elipsă, în care focarele coincid, este cercul. Aproximând traiectoria Pământului ca fiind circulară, forța de atracție gravitațională dintre Soare și Pământ este orientată spre centrul de mișcare. Ea este dată de expresia:

$$F = ma = \frac{mv^2}{R} = m\frac{4\pi^2}{T^2}R. \qquad (2)$$

unde a este accelerația din mișcarea circulară uniformă.

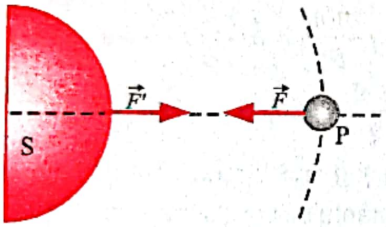


Fig. 12. *Din mișcarea circulară a Pământului în jurul Soarelui rezultă că forța de atracție gravitațională determină o accelerație centripetă.*

Potrivit legii a III-a a lui Kepler:

$$\frac{R^3}{T^2} = K \Rightarrow T^2 = \frac{R^3}{K}$$

și, înlocuind în (2), obținem: $F = 4\pi^2 K \cdot \frac{m}{R^2}$. (3)

În același mod, un observator de pe Pământ va obține pentru mișcarea aparentă a Soarelui expresia:

$$F' = 4\pi^2 K' \cdot \frac{M}{R^2}, \qquad (4)$$

unde cu M s-a notat masa Soarelui.

Cum, potrivit principiului al III-lea al dinamicii, cele două forțe, $\vec{F}$ și $\vec{F}'$, sunt egale în modul, rezultă că:

$$Km = K'M \quad \text{și} \quad \frac{K}{M} = \frac{K'}{m} = K''. \qquad (5)$$

Deci, putem scrie: $K = MK''$.

Înlocuind în relația (3), obținem:

$$F = 4\pi^2 K'' \frac{mM}{R^2} = \gamma \frac{mM}{R^2},$$

unde γ reprezintă constanta gravitațională.

Newton a ajuns la expresia forței atracției universale printr-un calcul mai complicat, considerând traiectoria reală a Pământului – eliptică.

2.7.3. Câmpul gravitațional. Intensitatea câmpului gravitațional

Presupunând că dispunem de un corp de masă M, acesta va acționa asupra unui corp cu masa m (numit *corp de probă*) cu o forță $\vec{F}$ dată de expresia (1), forță care depinde atât de masele celor două corpuri cât și de distanța dintre ele (fig. 13). Se poate spune deci că masa M a produs spațiului din jurul ei o modificare, evidențiată cu ajutorul proprietății „masă" a unui corp. Această modificare poartă numele de *câmp gravitațional*.

Pentru a caracteriza un câmp gravitațional, trebuie găsite acele mărimi care să nu depindă decât de corpul care creează câmpul, nu și de corpul de probă, care nu are decât rolul de a-l evidenția.

În cazul câmpului gravitațional o astfel de mărime

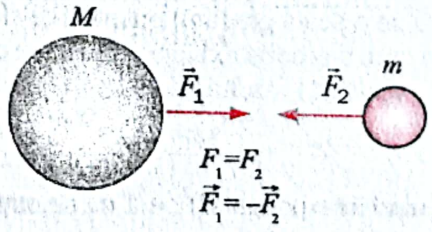


Fig. 13. *Corpul de masă M creează în jurul său un câmp gravitațional. Modificarea proprietăților fizice ale spațiului poate fi evidențiată prin acțiunea asupra unui alt corp, numit corp de probă.*

este mărimea vectorială numită *intensitatea câmpului gravitațional* ($\vec{\Gamma}$).

Scanned with OKEN Scanner

Intensitatea câmpului gravitațional $(\vec{\Gamma})$ este definită de relația:

$$\vec{\Gamma} = \frac{\vec{F}}{m} \quad (6) \quad \text{sau scalar,} \quad \Gamma = \frac{F}{m} \qquad (6')$$

Dicționar

Intensitatea câmpului gravitațional: *Mărimea fizică vectorială egală cu forța gravitațională care acționează asupra unității de masă a corpului de probă.*

Înlocuind expresia forței din relația (1), obținem

$$\Gamma = \gamma \frac{M}{R^2}, \qquad (7)$$

iar unitatea de măsură în S.I. este:

$$[\Gamma]_{S.I.} = [\gamma]_{S.I.} \frac{[M]_{S.I.}}{[R]^2_{S.I.}} = m/s^2. \qquad (8)$$

Se observă că intensitatea câmpului gravitațional are dimensiunile unei accelerații. Dacă rescriem relația (6) sub forma $\vec{F} = \vec{\Gamma} \cdot m$ și ținem cont că forța cu care Pământul atrage un corp aflat la suprafața sa este chiar greutatea corpului, $\vec{G} = \vec{g} \cdot m$, rezultă identitatea dintre $\vec{\Gamma}$ și $\vec{g}$, $\vec{\Gamma} = \vec{g}$. Acest lucru a fost observat și de Newton, care considera că efectele exercitate de Pământ asupra corpurilor de la suprafața sa și asupra Lunii, ori a altor corpuri cerești, au cauză comună.

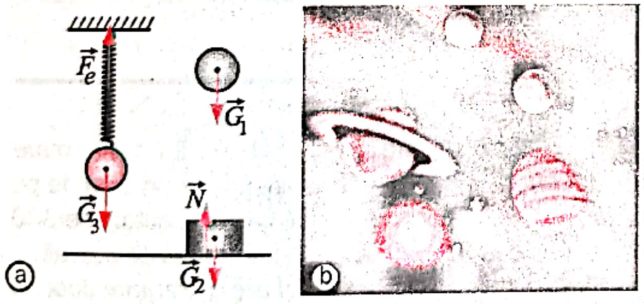


Fig. 14. Căderea corpurilor la suprafața Pământului (a) și forța de atracție dintre corpurile cerești (b) au aceeași cauză – câmpul gravitațional.

Înlocuind în expresia (7) pe Γ cu g_0, obținem:

$$g_0 = \gamma \frac{M}{R^2} \qquad (9)$$

care este accelerația gravitațională la suprafața Pământului. La o înălțime h, accelerația gravitațională devine:

$$g = \gamma \frac{M}{(R+h)^2} \qquad (10)$$

iar din raportul lor rezultă:

$$g = g_0 \frac{R^2}{(R+h)^2} \qquad (11)$$

Relația (10) demonstrează că accelerația gravitațională depinde de masa Pământului ($\simeq 5{,}98 \cdot 10^{24}$ kg) și distanța față de centrul Pământului ($d = R + h$), iar relația (11) dă forma de variație a accelerației gravitaționale cu altitudinea (fig. 15).

Observație

Accelerația g scade cu creșterea altitudinii, dar este aceeași pentru toate corpurile plasate în același loc.

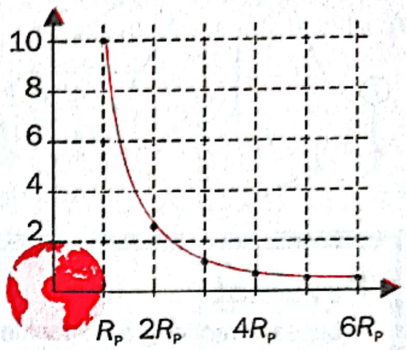


Fig. 15. Variația accelerației gravitaționale cu altitudinea.

Exemplu

La ce altitudine, față de Pământ, accelerația gravitațională se reduce la jumătate?

Rezolvare

Aplicând relația care dă variația accelerației gravitaționale cu altitudinea:

$$g = g_0 \frac{R^2}{(R+h)^2}$$

pentru $g = g_0/2$ obținem:

$$\frac{g_0}{2} = \frac{g_0 \cdot R^2}{(R+h)^2} \Rightarrow (R+h)^2 = 2R^2 \Rightarrow h \cong 0{,}4\ R.$$

În cazul a două corpuri de mase M și m, ambele vor crea în jurul lor câmpuri gravitaționale. Intensitatea câmpului gravitațional într-un punct în spațiu va fi dată de suma vectorială a intensităților celor două câmpuri în punctul respectiv. În cazul Pământului și al Lunii (fig. 16. a), câmpul gravitațional al celei din urmă perturbă câmpul gravitațional terestru. În punctul A intensitatea câmpului gravitațional va fi nulă. Liniile figurate cu albastru reprezintă „liniile de câmp".

Dicționar

Linia de câmp: *Curba imaginară la care vectorul intensitate a câmpului este tangent în orice punct. Sensul liniilor de câmp este același cu al vectorului intensitate a câmpului.*

Scanned with OKEN Scanner

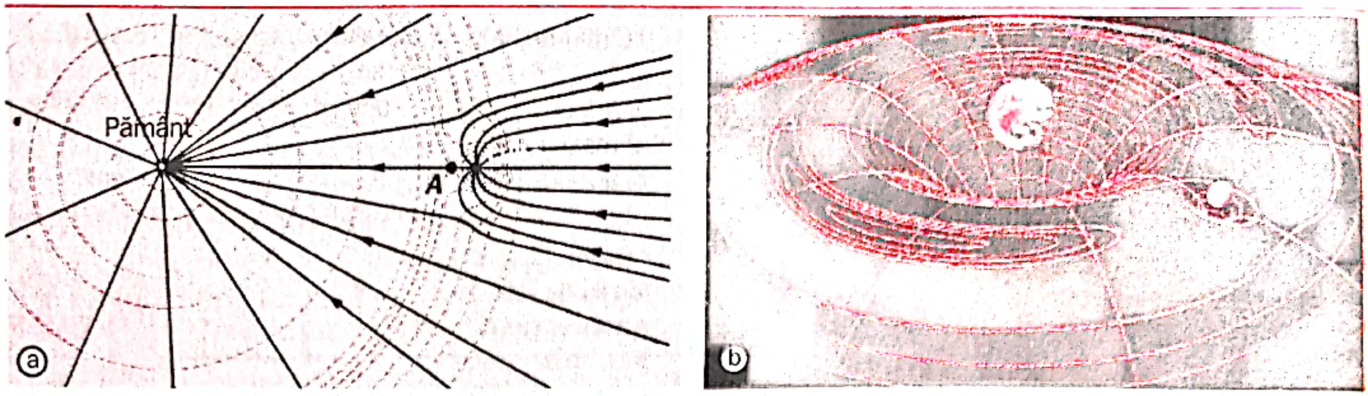


Fig. 16. Perturbarea câmpului gravitațional terestru de către cel al Lunii. În punctul A, intensitatea câmpului gravitațional este nulă (a). Forma reală, spațială, a liniilor de câmp (b).

Rezumat

• Legea atracției gravitaționale afirmă că forța de interacțiune dintre două corpuri având masele M și m este: $F = \gamma \frac{Mm}{d^2}$,

unde d este distanța dintre corpuri, iar γ este constanta gravitațională ($\gamma = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N· m²/kg²).

• Forța de atracție gravitațională este o forță cu acțiune la distanță datorată câmpului gravitațional.

• O mărime care caracterizează câmpul gravitațional este intensitatea câmpului gravitațional ($\vec{\Gamma}$) dată de relația $\vec{\Gamma} = \frac{\vec{F}}{m}$,

unde m este masa corpului de probă. Intensitatea câmpului gravitațional are aceeași valoare și orientare ca accelerația gravitațională: $\Gamma = \gamma \frac{M}{d^2} = g$ și aceeași unitate de măsură cu aceasta.

• Accelerația gravitațională variază cu înălțimea, potrivit relației $g = g_0 \frac{R^2}{(R+h)^2}$,

unde R este raza corpului ceresc, iar g_0 este accelerația gravitațională la suprafața acestuia.

Verificați-vă cunoștințele

1. Presupunând că două corpuri se atrag datorită câmpului gravitațional, fiecare cu câte o forță de 16 unități, care va fi noua forță de atracție dacă distanța dintre cele două corpuri crește de două ori? Dar dacă distanța dintre ele crește de 3 ori?

2. Dacă vrei să faci profit din cumpărarea aurului la o altitudine și vânzarea lui la alta pentru același preț pe unitatea de greutate va trebui să-l cumperi sau să-l vinzi la altitudinea mai ridicată? Ce fel de scală trebuie folosită în tranzacție?

3. Dacă Soarele ar colapsa dând o gaură neagră ar fi orbita Pământului afectată? Explicați.

4. Ce s-ar întâmpla cu greutatea ta dacă masa Pământului ar crește cu 10%?

5. Planeta Jupiter are o masă de 300 ori mai mare decât cea a Pământului. S-ar părea că un corp de pe suprafața lui Jupiter ar trebui să aibă o greutate de 300 de ori mai mare decât un corp identic de pe suprafața Pământului. Cu toate aceste el are o greutate doar de 3 ori mai mare. Explicați de ce!

6. Presupunând că aveți o masă de 70 kg, ce masă trebuie să aibă un al doilea corp astfel încât să-l atrageți cu o forță de 1 N, dacă distanța care vă desparte este de 10 m?

7. Un om este atras cu o forță gravitațională de 720 N la nivelul mării, unde accelerația gravitațională este $g_0 = 9{,}81$ m/s². Care este greutatea lui pe vârful muntelui Everest ($h = 8\,882$ m). Se va considera raza Pământului $R = 6\,400$ km.

Scanned with OKEN Scanner

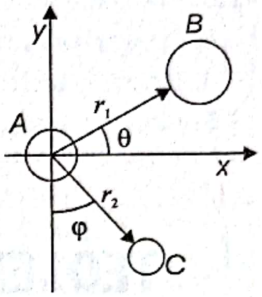
8. Considerând masa Pământului $M_p = 5{,}98 \cdot 10^{24}$ kg, masa Lunii $m_L = 7{,}38 \cdot 10^{22}$ kg și distanța Pământ-Lună $R = 3{,}84 \cdot 10^8$ m, stabiliți poziția punctului A din fig. 16, în care intensitatea câmpului gravitațional este nulă.

9. Cunoscând masa Soarelui $M = 1{,}98 \cdot 10^{30}$ kg, a Pământului $M_p = 5{,}98 \cdot 10^{24}$ kg și distanța Pământ-Soare de $149{,}5 \cdot 10^6$ km, calculați intensitatea câmpului gravitațional creat de Soare într-un punct de pe orbita terestră și de către Pământ în centrul Soarelui. Comentați rezultatele.

10. La ce altitudine intensitatea câmpului gravitațional devine egală cu o treime din valoarea ei la suprafața Pământului? Care va fi potențialul gravitațional în punctul respectiv?

11. Dacă o navă spațială se află pe o orbită situată la 3 000 km de suprafața unei planete cu raza de 5 840 km și încheie o rotație completă în 3 ore și 16 minute, iar planeta are un satelit natural situat la o distanță de $3{,}5 \cdot 10^5$ km față de centrul planetei și o orbită circulară, să se determine:
a) masa planetei;
b) accelerația gravitațională pe suprafața planetei;
c) perioada de rotație a satelitului natural.

12. Trei asteroizi situați la o distanță mare de orice alt corp care ar putea să-i influențeze sunt dispuși ca în figură. Masele celor trei asteroizi sunt: $M_A = 2{,}57 \cdot 10^9$ kg, $M_B = 6{,}75 \cdot 10^{10}$ kg, $M_C = 1{,}26 \cdot 10^{12}$ kg, iar distanțele dintre ei sunt la un moment dat $r_1 = 5$ km, $r_2 = 13{,}5$ km, iar $\theta = 42{,}5°$ și $\varphi = 28{,}8°$. Determinați valoarea forței rezultante care acționează asupra asteroidului A și orientarea acestuia.



Lectură — *Mișcarea sateliților și stabilirea primei viteze cosmice*

Încă de la stabilirea expresiei forței gravitaționale, Newton a intuit posibilitatea trimiterii unor corpuri în spațiu. Dacă un corp este lansat pe orizontală, din vârful unui munte, cu viteze din ce în ce mai mari, va exista o viteză la care nu va mai cădea pe Pământ, reușind să efectueze o rotație completă în jurul acestuia (fig. 18). Care este acea viteză?

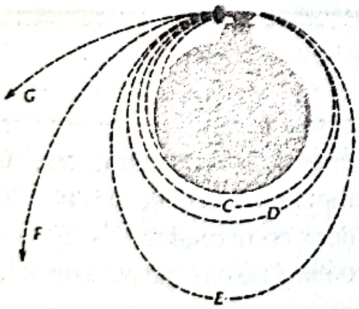


Fig. 18. Newton și-a dat seama că un vehicul lansat cu o viteză suficient de mare va putea să se rotească în jurul Pământului pe o orbită geostaționară. Dacă viteza crește și mai mult, vehiculul ar putea părăsi definitiv Pământul.

Potrivit principiului al II-lea, o forță care acționează asupra unui corp imprimă acestuia o accelerație, adică $F = ma$. În cazul unui corp aflat în rotație, accelerația este dată de expresia $a = \frac{v^2}{R}$, deci $F = \frac{mv^2}{R}$.

Această forță este datorată atracției gravitaționale dintre Pământ și satelit $\left(F = \gamma\frac{mM}{R^2}\right)$. Egalând cele două forțe rezultă:

$$\frac{mv^2}{R} = \gamma\frac{mM}{R^2}. \qquad (1)$$

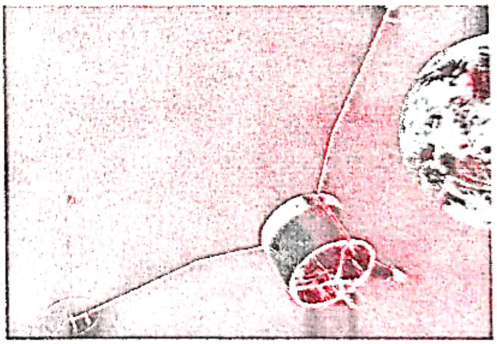


Fig. 19. Deplasarea unui satelit pe o orbită geostaționară.

Relația este valabilă pentru un satelit foarte aproape de Pământ ($r \approx R$). În acest caz, din (1) obținem:

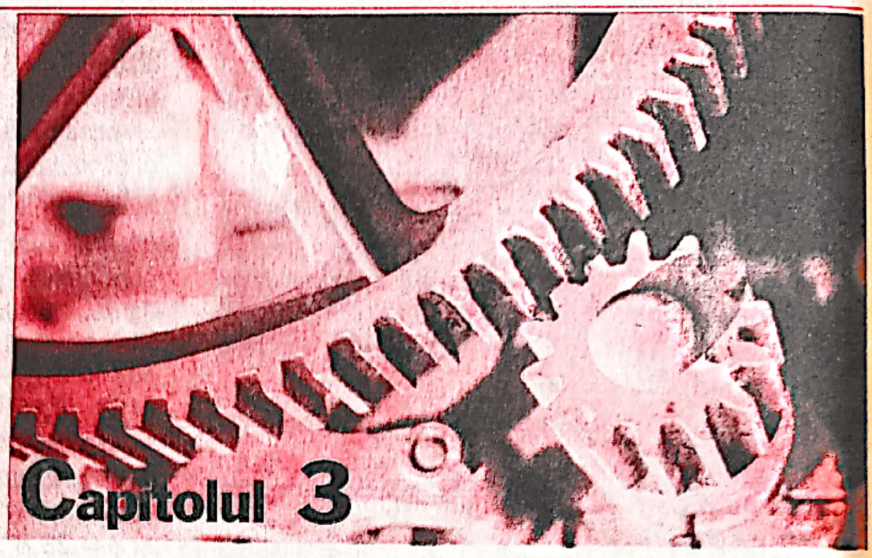
$v = \sqrt{\gamma M / R} = \sqrt{g \cdot R} = 7{,}91$ km/s, *care reprezintă prima viteză cosmică.*

Observații

- *În stabilirea primei viteze cosmice, s-a neglijat forța de rezistență a aerului.*
- *Corpurile cărora li se imprimă o viteză mai mică decât prima viteză cosmică vor cădea pe Pământ.*
- *La viteze mai mari, vehiculul (fig. 18) va părăsi definitiv Pământul.*

Scanned with OKEN Scanner

3.1. Lucrul mecanic. Puterea
3.2. Teorema variației energiei cinetice a punctului material
3.3. Energia potențială gravitațională și *elastică
3.4. Legea conservării energiei mecanice
3.5. *Teorema variației impulsului
3.6. *Legea conservării impulsului
F.4. Ciocnirea perfect elastică
F.5. Ciocnirea plastică



Capitolul 3

TEOREME DE VARIAȚIE ȘI LEGI DE CONSERVARE ÎN MECANICĂ

Legile de conservare din fizică și chimie constituie, prin generalitatea lor, fundamentul științei. Din acestea derivă un număr mare de legi care unifică diferite domenii ale acestor științe. Principiile de conservare au în comun ideea că, orice s-ar întâmpla într-un sistem de corpuri în interacțiune, există anumite mărimi măsurabile (masa, cantitatea de mișcare, energia etc.) care, global, în condiții determinate rămân constante.

Originea acestei idei o regăsim încă din antichitatea greacă. În disputa dintre Parmenide (*Nimic nu se schimbă*) și Heraclit (*Totul se schimbă*), în încercarea de conciliere a celor două poziții Anaxagoras, Empedocles, Leucip și Democrit și, în continuare, Platon și Aristotel, reprezentanți ai atomismului considerau că tot ceea ce se transformă este fundamentat pe mișcare.

3.1. Lucrul mecanic. Puterea

3.1.1. Lucrul mecanic

Dacă asupra unui corp acționează o forță constantă $\vec{F}$, producându-i o deplasare pe o distanță d, atunci spunem că forța respectivă efectuează un *lucru mecanic* (L), a cărui valoare este egală cu produsul dintre modulul forței și modulul deplasării, când forța se exercită pe direcția deplasării (fig. 1).

$$L = F \cdot d \qquad (1)$$

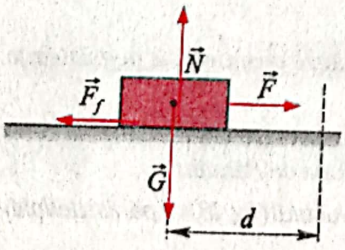
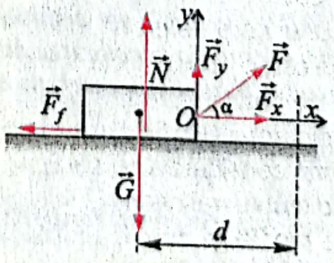


Fig. 1. Lucrul mecanic efectuat de o forță constantă orientată pe direcția deplasării.

Dacă forța nu este orientată pe direcția deplasării (fig. 2), se poate descompune după direcțiile Ox și Oy la plan. Se observă că doar componenta $F_x = F\cos\alpha$ determină deplasarea corpului pe direcția considerată, efectuând lucru mecanic.



$G = 10$ N
$F = 5$ N
$F_f = 1{,}5$ N
$\alpha = 60°$
$d = 10$ m

Fig. 2. Lucrul mecanic efectuat de o forță care face un unghi α cu direcția deplasării.

Scanned with OKEN Scanner

$$L = F \cdot d \cdot \cos\alpha \qquad (2)$$

Atât forța $\vec{F}$ cât și deplasarea $\vec{d}$ sunt vectori, iar unghiul dintre direcțiile lor este α. Relația (2) definește produsul scalar al vectorilor $\vec{F}$ și $\vec{d}$ (Anexa 4).

Dicționar

Lucru mecanic: Produsul scalar al vectorilor forță și deplasare a punctului de aplicație al forței.

Potrivit relației de definiție, unitatea de măsură pentru lucrul mecanic se obține ca produs al unităților de măsură pentru forță și deplasare. În S.I., unitatea de măsură este newton·metru care se numește joule (J).

$$[L]_{S.I.} = [F]_{S.I.} \cdot [d]_{S.I.} = N \cdot m = J.$$

Dicționar

Un joule (1 J): Lucrul mecanic efectuat de o forță de un newton (1 N) deplasată pe distanță de un metru (1 m) când forța acționează pe direcția deplasării.

Exemplu

Calculați lucrul mecanic al forțelor din fig. 2, pentru valorile date în medalion.

Rezolvare

În problemă, forțele $\vec{G}$ și $\vec{N}$ sunt perpendiculare pe direcția de deplasare (fac un unghi de 90° cu orizontala). Cum $\cos 90° = 0$, aplicând relația de definiție a lucrului mecanic (2) pentru aceste forțe, se obține:

$$L_G = G \cdot d \cdot \cos 90° = 0; \quad L_N = 0.$$

Lucrul mecanic efectuat de forța de frecare este:

$$L_{Ff} = F_f \cdot d \cdot \cos 180° = -15 \text{ J}.$$

Semnul „–" apare datorită faptului că forța de frecare este orientată în sens invers deplasării.

Lucrul mecanic efectuat de forța $\vec{F}$ este:

$$L_F = F \cdot d \cdot \cos 60° = 25 \text{ J},$$

iar lucrul mecanic total este suma lucrurilor mecanice, luate fiecare cu semnul său.

$$L = L_F + L_{Ff} = 10 \text{ J}.$$

3.1.2. Lucrul mecanic al câmpului gravitațional

În cazul particular al câmpului gravitațional lucrul mecanic al greutății ($\vec{G} = m\vec{g}$) la deplasarea unui corp pe o înălțime h este $L = Gh = mgh$. (3)

Expresia este corectă în cazul în care deplasările se fac pe distanțe mici astfel încât se poate considera accelerația gravitațională (g) constantă. În cazul unor distanțe mari aceasta nu mai este constantă scăzând geometric altitudinea.

Aceasta se datorează faptului că forța de atracție gravitațională depinde invers proporțional de pătratul distanței dintre corpurile aflate în interacție:

$$F = \gamma \frac{mM}{R^2} \qquad (4)$$

unde m, M sunt masele celor două corpuri, iar γ este constanta atracției universale.

În timpul deplasării unui corp de probă, de masă m, de-a lungul unei linii de câmp, modulul acestei forțe se va modifica în funcție de poziție ($1/R^2$).

Lucrul mecanic pe distanța AB (fig. 3) se poate determina doar dacă vom considera valoarea forței gravitaționale medii pe distanța respectivă, $R_A - R_B$. Aceasta se calculează ca medie geometrică a forțelor gravitaționale ce acționează la extremitățile intervalului.

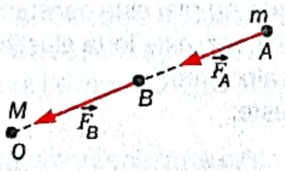


Fig. 3. Deplasarea corpului de probă de masă m, în câmpul gravitațional al corpului M, pe direcția unei linii de câmp.

$$\langle F_{AB} \rangle = \sqrt{F_A \cdot F_B} = \sqrt{\gamma \cdot \frac{mM}{R_A^2} \cdot \gamma \cdot \frac{mM}{R_B^2}} = \gamma \frac{mM}{R_A R_B},$$

unde $\langle F_{AB} \rangle$ se citește „valoarea medie a forței pe distanța AB". Atunci, lucrul mecanic este:

$$L_{A \to B} = \langle F_{AB} \rangle \cdot (R_B - R_A) = -\gamma \frac{mM}{R_A R_B} (R_A - R_B) =$$

$$= -\gamma mM \left(\frac{1}{R_B} - \frac{1}{R_A} \right). \qquad (5)$$

Exemplu

Care este lucrul mecanic necesar câmpului gravitațional al Pământului pentru a deplasa un meteorit de 100 t pe o distanță egală cu $2R_p$, unde R_p este raza Pământului ($R_p = 6400$ km), dacă voiajul meteoritului sfârșește la sol?

Scanned with OKEN Scanner

Se dau: masa Pământului $M_P = 5{,}98 \cdot 10^{24}$ kg și constanta atracției universale $\gamma = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ Nm²/kg².

Rezolvare

Aplicând expresia de calcul a lucrului mecanic al câmpului gravitațional se obține:

$$L_{3R_P \to R_P} = \gamma m M \left(\frac{1}{R_P} - \frac{1}{3R_P} \right) =$$

$$= \frac{6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \text{Nm}^2/\text{kg}^2 \cdot 10^5\ \text{kg} \cdot 5{,}98 \cdot 10^{24}\ \text{kg} \cdot 2}{3 \cdot 6{,}4 \cdot 10^6\ \text{m}} =$$

$$= 4{,}15 \cdot 10^{12}\ \text{J}.$$

3.1.3. Interpretarea grafică a lucrului mecanic. *Lucrul mecanic al forței elastice

Dacă reprezentăm grafic forța constantă $\vec{F}$ ce acționează asupra corpului din fig. 1, în funcție de deplasarea acestuia, se observă că aria haşurată va fi numeric egală cu lucrul mecanic efectuat de forță (fig. 4).

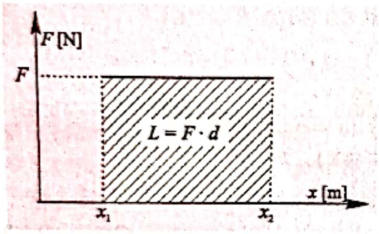


Fig. 4. *Metoda grafică de determinare a lucrului mecanic.*

Se poate spune că valoarea numerică a lucrului mecanic este dată de aria cuprinsă între graficul funcției $F = F(x)$, abscisă și paralelele la ordonată prin punctele extreme ale deplasării.

Ce se întâmplă dacă forța nu mai este constantă în timp? Un exemplu, în acest caz, este forța elastică, forță direct proporțională cu alungirea.

Expresia forței elastice este:

$$\vec{F} = -k\vec{\Delta l} \quad (F = k\Delta l), \qquad (3)$$

unde Δl reprezintă alungirea, iar k este constanta elastică a resortului.

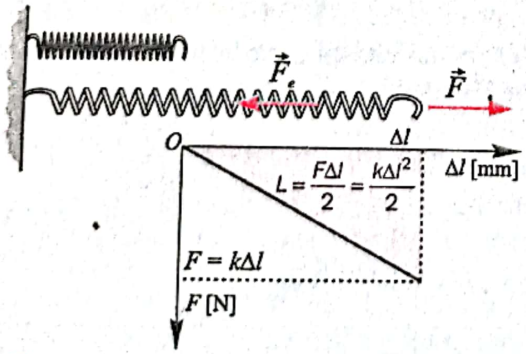


Fig. 5. *Determinarea grafică a lucrului mecanic al forței elastice.*

Lucrul mecanic (fig. 5) este numeric egal cu aria triunghiului haşurat și are valoarea:

$$L_{el} = \frac{k\Delta l^2}{2}. \qquad (4)$$

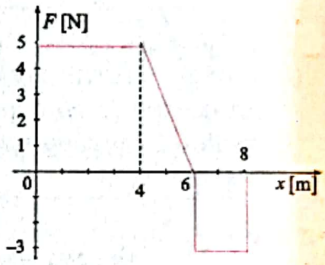
Exemplu

O forță ce acționează asupra unui corp variază cu distanța x, ca în diagrama din figura de mai jos.

a) Care este lucrul mecanic efectuat de forță la deplasarea corpului pe o distanță de 6 m?

b) Dar pe distanța de la 6 m la 8 m, față de origine?

c) Care este lucrul mecanic total?



Rezolvare

a) Lucrul mecanic este egal cu aria delimitată de grafic și de cele două axe (abscisă și ordonată).

$L_1 = (6 + 4) \cdot 5/2 = 25$ J.

b) Pentru porțiunea cuprinsă între 6 și 8 m, lucrul mecanic va fi:

$L_2 = (8 - 6)(-3) = -6$ J.

c) Lucrul mecanic total este:

$L_t = L_1 + L_2 = 25\ \text{J} - 6\ \text{J} = 19\ \text{J}.$

În cazul unei variații arbitrare a forței (fig. 6), se poate folosi o metodă de aproximare a lucrului mecanic prin calculul sumei ariilor dreptunghiurilor construite sub graficul funcției. Cu cât baza acestor dreptunghiuri este mai mică, cu atât aproximația va fi mai aproape de soluția reală.

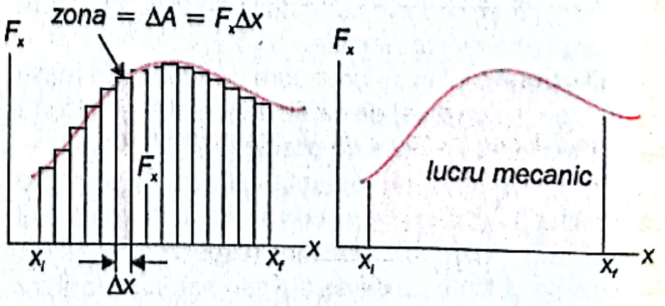


Fig. 6. *Aproximarea lucrului mecanic, în cazul unei variații oarecare a forței cu deplasarea.*

Scanned with OKEN Scanner

Exemplu

Tabelul următor dă valorile forței F, care acționează din partea Pământului asupra unui satelit de masă $m = 5\,000$ kg, în funcție de distanța r la care acesta se găsește față de Pământ.

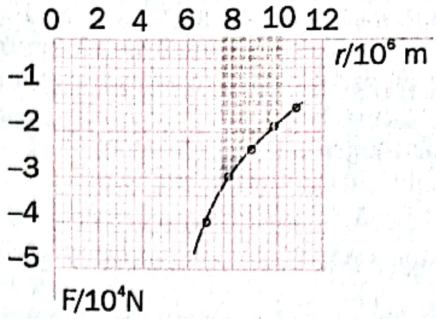
Se dă raza Pământului, $6{,}4 \cdot 10^6$ m.

$F/10^4$ N	4,1	3,1	2,5	2,0	1,6
$r/10^6$ m	7,0	8,0	9,0	10,0	11,0

Care este lucrul mecanic efectuat de Pământ asupra satelitului când acesta se deplasează de la înălțimea de 1 000 km la cea de 4 000 km față de suprafața Pământului?

Rezolvare

În figură alăturată, între limitele de distanțe date de problemă, se află o arie de 98 pătrățele (haşurat).



Fiecare dintre acestea reprezintă un lucru mecanic numeric egal cu:

$(0{,}2 \cdot 10^4\ \text{N})(0{,}4 \cdot 10^6\ \text{m}) = 8 \cdot 10^8$ J.

Deci lucrul mecanic total rezultat va fi:

$98 \cdot 8 \cdot 10^8\ \text{J} = 7{,}8 \cdot 10^{10}$ J.

Acest lucru mecanic este independent de drumul pe care se deplasează satelitul între cele două altitudini. El nu depinde decât de distanța de la centrul Pământului la cele două locații, inițială și finală.

3.1.4. Puterea

O forță care deplasează un corp produce un lucru mecanic într-un interval de timp mai mare sau mai mic. Viteza de efectuare a lucrului mecanic va fi diferită. Acest fapt este exprimat prin mărimea fizică scalară numită *putere*.

Dicționar

Puterea medie într-un interval de timp: *Mărimea fizică scalară, egală cu raportul dintre lucrul mecanic efectuat într-un interval de timp și intervalul de timp respectiv.*

$$P = \frac{L}{\Delta t} \qquad (5)$$

Dacă, în relația (5), L este măsurat în jouli (J), iar Δt în secunde (s), puterea se obține în wați (W).

Dicționar

Un watt (1 W): *Puterea consumată la efectuarea unui lucru mecanic de un joule în timp de o secundă.*

$$[P]_{S.I.} = \frac{[L]_{S.I.}}{[\Delta t]_{S.I.}} = \frac{\text{J}}{\text{s}} = \text{W}$$

Exemple

1. Calculați puterea unui muncitor și a unei macarale care ridică la înălțimea $h = 10$ m, pe o schelă, o încărcătură de $m = 50$ kg, în timp de 500 s, respectiv 50 s.

Rezolvare

Pentru deplasarea încărcăturii, este necesară o forță egală cu greutatea acesteia.

$F = m \cdot g = 490$ N

Lucrul mecanic efectuat de muncitor și macara este:

$L = F \cdot h = 4\,900$ N

Cele două puteri sunt:

$P_{\text{muncitor}} = 9{,}8$ W; $P_{\text{macara}} = 98$ W.

Utilizând relația (5) și expresia lucrului mecanic în cazul unei deplasări rectilinii și uniforme a unui corp cu viteza $\vec{v}$, se poate scrie:

$$P = \frac{L}{\Delta t} = \frac{F \cdot d}{\Delta t} = F \cdot v$$

2. Un lift, cântărind 800 kg, poate cără o încărcătură maximă de 500 kg. O forță de frecare constantă de 2 000 N încetinește mișcarea liftului. Care este puterea minimă necesară motorului pentru a putea deplasa liftul, încărcat la maximum, cu viteza de 3 m/s.

Scanned with OKEN Scanner

Rezolvare

Motorul trebuie să utilizeze o forță T care să tragă liftul încărcat, astfel încât accelerația sistemului să fie:

$$a = 0.$$

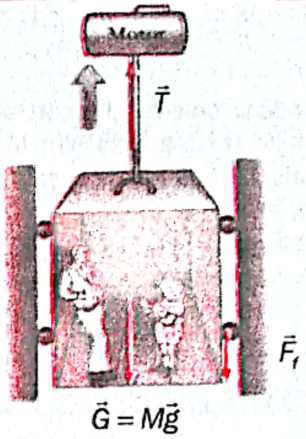
Aplicând legea a II-a a lui Newton,

$$T - F_f - (M + m)g = 0$$

se obține: $T = 1{,}47 \cdot 10^4$ N.

Din relația $P = Tv$ și, din faptul că $\vec{T}$ are aceeași direcție cu $\vec{v}$, obținem:

$$P = T \cdot v = 4{,}41 \cdot 10^4 \text{ W}.$$



3.1.5. Randamentul

Orice sistem fizic real prin intermediul căruia se face transfer de energie nu realizează acest transfer integral. În timpul transferului, o parte din energie se pierde. Pentru compensarea acestei energii se efectuează un lucru mecanic suplimentar. Eficiența sistemului ce transferă energia depinde de raportul dintre lucrul mecanic util (L_u) și lucrul mecanic consumat (L_c).

Dicționar

Lucru mecanic util (L_u): Lucrul mecanic furnizat de sistem.

Lucru mecanic consumat (L_c): Lucrul mecanic efectuat asupra sistemului.

Mărimea care dă eficiența transferului de energie este *randamentul*.

Dicționar

Randament (η): Mărime caracteristică sistemelor fizice în care are loc un transfer de energie. Se poate defini ca raportul dintre lucrul mecanic util și lucrul mecanic consumat: $\eta = \frac{L_u}{L_c}$.

Randamentul este o mărime adimensională. În toate mecanismele reale, L_u este mai mic decât L_c. Diferența o reprezintă în cazul sistemelor mecanice lucrul mecanic al forțelor de frecare (L_f), forțe care trebuie învinse pentru a putea fi menținut sistemul în mișcare. Se poate scrie că:

$$L_c = L_u + L_f$$

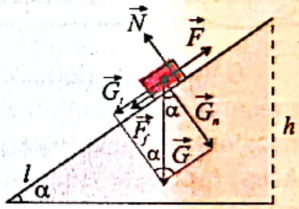
Înlocuind în relația randamentului, obținem:

$$\eta = \frac{L_u}{L_c} = \frac{L_c - L_f}{L_c} = 1 - \frac{L_f}{L_c} < 1.$$

Scriind lucrul mecanic în funcție de putere ($L = P\Delta t$) se obține o altă expresie de calcul al randamentului. $\eta = \frac{P_u}{P_c}$, unde P_u este puterea utilă, iar P_c este puterea consumată.

Exemplu

Pe un plan înclinat, cu lungimea de 10 m și înălțimea de 3 m, este ridicat un corp. Dacă forța de frecare reprezintă 10% din forța de greutate, care este randamentul planului înclinat?



Rezolvare

În expresia randamentului: $\eta = \frac{L_u}{L_c}$, (1)

L_u este lucrul mecanic necesar pentru transportul corpului în vârful planului înclinat, la înălțimea h. Cum corpul are greutatea G, lucrul mecanic util va fi egal cu:

$$L_u = G \cdot h = mgh. \quad (2)$$

În realitate, pentru a fi transportat pe plan la înălțimea h, corpul întâmpină o forță de frecare F_f. Lucrul mecanic consumat va fi:

$$L_c = L_u + L_f = mgh + \frac{10}{100}mgd. \quad (3)$$

Înlocuind în (1) obțin:

$$\eta = \frac{mgh}{mgh + mgd \cdot \frac{1}{10}} = 75\%.$$

Scanned with OKEN Scanner

Rezumat

• Lucrul mecanic al unei forțe constante este definit ca produsul dintre componenta forței pe direcția deplasării și deplasarea corpului asupra căreia aceasta acționează

$$L = Fd\cos\alpha,$$

unde α este unghiul dintre direcția forței și a deplasării.

• În cazul câmpului gravitațional lucrul mecanic este: $L = G \cdot h = mgh$

sau ținând cont de expresia accelerației gravitaționale din legea atracției universale $\left(g = \gamma\frac{M}{R^2}\right)$ pentru deplasarea corpului între două puncte A, B pe distanța $h = R_B - R_A$ rezultă:

$$L = -\gamma mM\left(\frac{1}{R_B} - \frac{1}{R_A}\right).$$

• Lucrul mecanic al forțelor elastice este dat de

$$L = \frac{k\Delta l^2}{2},$$

unde k este constanta elastică, iar Δl este alungirea corpului elastic.

• Puterea medie este raportul dintre lucrul mecanic efectuat într-un interval de timp și timpul respectiv.

$$P = \frac{L}{\Delta t}.$$

Dacă o forță P acționează asupra unui corp deplasându-l cu o viteză medie v, atunci puterea dezvoltată este $P = F \cdot v$.

• Randamentul este o mărime adimensională care caracterizează eficiența cheltuirii lucrului mecanic. Este definită de una din expresiile:

$$\eta = \frac{L_u}{L_c} = \frac{P_u}{P_c},$$

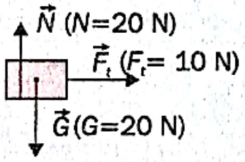
unde L_u și L_c reprezintă lucrul mecanic util și respectiv lucrul mecanic consumat, iar P_u și P_c sunt puterea utilă și respectiv puterea consumată.

• Din $L_u < L_c$ rezultă $\eta < 1$.

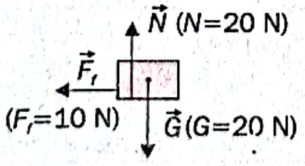
Verificați-vă cunoștințele

1. Pentru corpurile ale căror diagrame ale corpului liber sunt prezentate în exemplele următoare, să se determine:
a) care sunt forțele care efectuează lucru mecanic;
b) ce lucru mecanic efectuează fiecare forță.

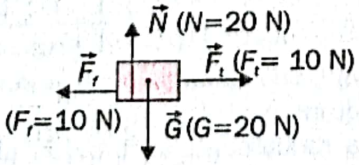
A. O forță de 10 N este aplicată asupra unui corp pe care îl deplasează pe un drum orizontal, fără frecare pe o distanță de 5 m.



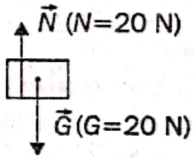
B. O forță de frecare de 10 N încetinește deplasarea unui corp până la oprire după o deplasare a acestuia de 5 m.



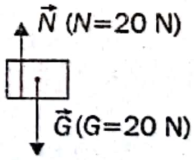
C. O forță de 10 N aplicată asupra unui corp îl deplasează pe o suprafață orizontală cu frecare pe o distanță de 5 m.



D. Un corp de 2 kg se deplasează cu viteza constantă pe o suprafață fără frecare pe distanța de 5 m.



E. Un corp de 2 kg este deplasat în sus cu viteză constantă pe o distanță de 5 m.



2. Un corp cu masa m = 3 kg este urcat pe o rampă, cu forța minimă posibilă, pe o distanță s = 3 m. Dacă înclinarea pantei este $\alpha = 30°$, iar coeficientul de frecare cu planul este 0,2, să se stabilească:
a) forța minimă necesară urcării corpului pe plan;
b) lucrul mecanic al forței de la punctul (a);
c) lucrul mecanic al forței de frecare;
d) lucrul mecanic al forței de greutate;
e) lucrul mecanic al reacțiunii din partea planului.

3. Care este lucrul mecanic efectuat de forța gravitațională a Pământului pentru a menține Luna pe orbită?

4. Când se efectuează un lucru mecanic mai mic: când se urcă un corp pe o rampă, fără frecare, sau când se urcă vertical – până la aceeași înălțime h?

Scanned with OKEN Scanner

5. Un corp cu masa de 2000 kg trebuie urcat la o înălțime de 60 m. Pentru aceasta se pot folosi trei pante diferite, conform tabelului. În fiecare caz în parte se dă drumul parcurs pe pantă până la înălțimea respectivă și forța aplicată corpului tractat. În care caz lucrul mecanic efectuat va fi maxim?

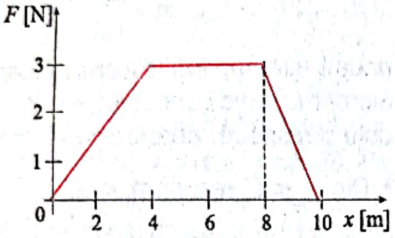
	Unghi	Forța	Distanța	Lucru mecanic
a)	35°	$1{,}15 \cdot 10^4$ N	105 m	
b)	45°	$1{,}41 \cdot 10^4$ N	84,9 m	
c)	55°	$1{,}64 \cdot 10^4$ N	73,2 m	

6. Stabiliți lucrul mecanic efectuat de forța care variază cu poziția potrivit figurii, pe distanțele:

a) de la $x = 0$ la $x = 8$ m;

b) de la $x = 8$ m la $x = 10$ m;

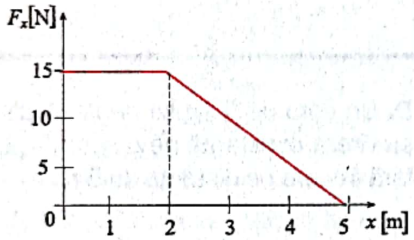
c) pe întreaga distanță parcursă.



7. Un corp cu masa de 3 kg, aflat în repaus, este supus acțiunii unei forțe variabile, a cărei variație cu poziția este dată în figură.

a) Ce lucru mecanic a efectuat forța pe distanța de la $x = 0$ la $x = 5$ m?

b) Care este viteza corpului în punctul $x = 5$ m?



8. Un om împinge un cărucior, cu o forță care face un unghi de 60° cu orizontala. Care este lucrul mecanic efectuat la o deplasare de 50 m a cărucior ului, dacă forța aplicată acestuia a fost de 40 N?

9. O forță orizontală de 200 N este folosită la deplasarea unui pachet, cu masa $m = 50$ kg, pe o distanță de 4 m, pe o suprafață rugoasă. Dacă pachetul este deplasat cu viteză constantă, determinați: a) lucrul mecanic al forțelor de frecare; b) lucrul mecanic efectuat de forța de tracțiune; c) cât de departe ar fi ajuns corpul sub acțiunea aceleiași forțe, în absența frecării.

10. Un autovehicul de 10^3 kg pornește din repaus, accelerând la o viteză de 4 m/s, în 10 secunde. Să se determine:

a) lucrul mecanic efectuat de automobil pe acest interval;

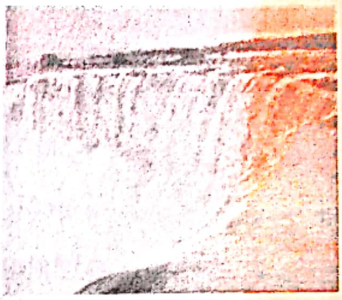
b) puterea medie furnizată de motor în acest interval.

11. Un automobil cu masa de $1{,}5 \cdot 10^3$ kg pornește din repaus într-o mișcare accelerată, ajungând la 20 m/s în 15 secunde. Considerând rezistența aerului constantă, de 800 N, să se determine puterea medie dezvoltată de motor.

12. Un nor conține $3 \cdot 10^7$ kg de apă sub formă de vapori, la o altitudine de 3 km. Cât ar dura pomparea apei la acea înălțime, cu o pompă cu puterea de 4 kW?

13. Un schior cu masa de 75 kg este tras de un telecablu, pe o pantă de 30°, cu o viteză constantă de 2 m/s. Considerând frecarea egală cu două zecimi din greutatea schiorului, să se determine lucrul mecanic efectuat de motorul telecablului la deplasarea acestuia pe o distanță $d = 100$ m. Care este puterea motorului?

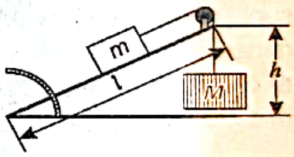
14. O cădere de apă a unei porțiuni din cascada Niagara are un debit de $1{,}2 \times 10^6$ kg/s și cade de la o înălțime de 50 m. Ce putere este generată de căderea de apă?



15. O pompă ridică apă într-un rezervor aflat la o înălțime de 10 m deasupra ei. Dacă debitul pompei (debit = volumul pompat în unitatea de timp) este de 200 *l*/min, determinați:

a) lucrul mecanic necesar umplerii bazinului cu o capacitate de 5000 *l* apă; b) puterea motorului pompei dacă randamentul este $\eta = 0{,}6$.

16. Pentru un experiment de determinare a randamentului unui plan înclinat (figură) s-au completat următoarele tabele de valori:



Tabelul nr. 1.

Nr. de determinări	*M* (g)	*m* (g)	*h* (m)	*l* (m)	η (%)	η
1	100	91	0,5	1		
2	200	185	0,5	1		
3	300	167	0,5	1		

Tabelul nr. 2.

Nr. de determinări	*M* (g)	*m* (g)	*h* (m)	*l* (m)	η (%)	η
1	100	86	0,6	1		
2	200	169	0,6	1		
3	300	260	0,6	1		

a) Determinați relația de calcul al randamentului.

b) Calculați randamentele pentru cele două unghiuri de înclinare ale planului. c) Determinați valoarea medie a randamentului, eroarea absolută și relativă ale măsurătorilor. d) Cum s-a modificat randamentul în cele două cazuri? De ce?

Scanned with OKEN Scanner

3.2. Teorema variației energiei cinetice a punctului material

3.2.1. Forme de energie mecanică

Energia este o mărime ce caracterizează *starea fizică a unui sistem*. Orice modificare de stare a sistemului va duce la modificarea energiei sale.

Spre deosebire de aceasta, lucrul mecanic este efectuat doar la trecerea sistemului dintr-o stare în alta. Lucrul mecanic este o mărime de proces sau de transformare.

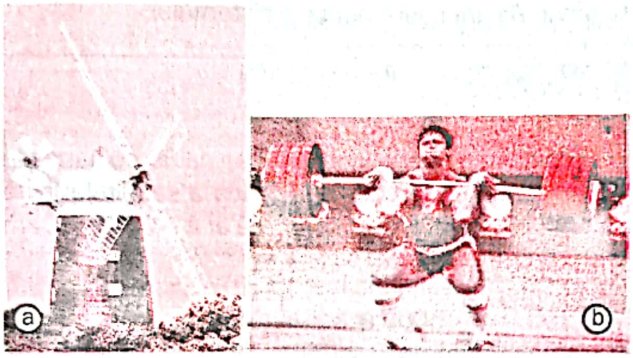


Fig. 1. Două exemple de lucru mecanic ce determină modificări ale energiei corpului: a) funcționarea unei mori de vânt; b) ridicarea unei haltere de către un sportiv.

Dacă un corp este capabil să efectueze lucru mecanic, în urma unui proces de modificare a stării sale, în raport cu un sistem de referință, spunem că acel corp posedă *energie mecanică*.

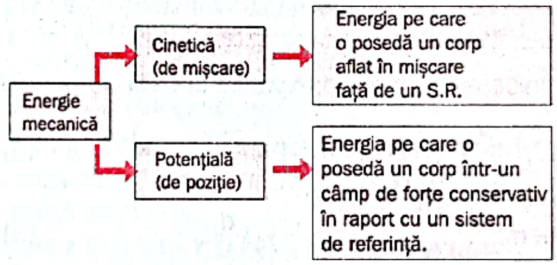
Observație

Un sistem fizic posedă energie, nu și lucru mecanic.

Funcționarea morii de vânt este datorată transmiterii energiei de mișcare a vântului, către paletele morii. Acestea, prin intermediul unor angrenaje, pun în mișcare piatra de moară utilizată la măcinat (fig. 1.a). Ridicarea unei haltere implică efectuarea de lucru mecanic, în contra forței de greutate a acesteia (fig. 1.b).

Energia mecanică are două forme de manifestare (diagrama 1): *cinetică* și *potențială*.

Diagrama 1. *Formele de manifestare a energiei mecanice.*



3.2.2. Energie cinetică

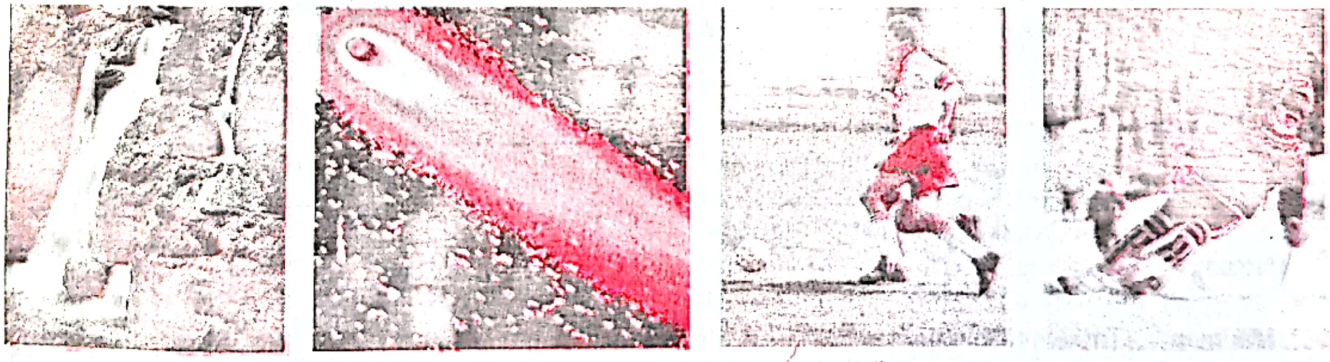


Fig. 2. Corpuri ce posedă energie cinetică.

Energia cinetică este energia unui corp aflat în mișcare. Câteva exemple de corpuri care posedă energie cinetică sunt date în fig. 2.

Există mai multe feluri de energie cinetică:

- de vibrație – datorată mișcării de o parte și alta a unei poziții de echilibru;
- de rotație – în care traiectoria corpului este un cerc;
- de translație – corpul se mișcă paralel cu el însuși.

Energia cinetică de translație este dată de expresia:

$$E_c = \frac{mv^2}{2}.$$

Scanned with OKEN Scanner

Dicționar

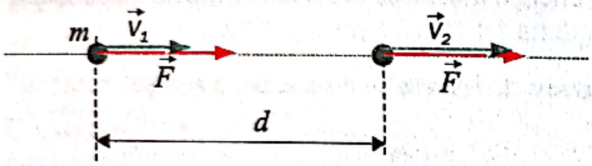
Energia cinetică a unui punct material de masă m, care se deplasează cu viteza v în raport cu un sistem de referință inerțial, este dată de semiprodusul dintre masă și pătratul vitezei.

Energia cinetică este o mărime fizică scalară. Ea este descrisă doar de valoarea sa. Unitatea de măsură, ca și în cazul lucrului mecanic este Joule-ul.

Să considerăm un punct material de masă m, deplasat pe distanța d de o forță $\vec{F}$ constantă, orientată pe direcția deplasării. Această forță care va determina o creștere uniformă a vitezei punctului material de la $\vec{v}_1$ la $\vec{v}_2$, efectuează pe distanța d un lucrul mecanic:

$$L = F \cdot d \qquad (1)$$

(forța are direcția deplasării).



Înlocuind forța prin expresia ei dată de principiul al II-lea:

$$F = m \cdot a = m\frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{m(v_2 - v_1)}{\Delta t} \qquad (2)$$

obținem: $$L = m(v_2 - v_1)\frac{d}{\Delta t}, \qquad (3)$$

unde $d / \Delta t$ reprezintă chiar viteza medie a punctului material în cursul deplasării.

Aceasta se poate calcula ca media aritmetică între viteza inițială v_1 și cea finală v_2.

Înlocuind în expresia lucrului mecanic dată de relația (3), obținem:

$$L = m(v_2 - v_1)\frac{(v_2 + v_1)}{2} = \frac{m}{2}\left(v_2^2 - v_1^2\right) =$$

$$= \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}. \qquad (4)$$

Notăm: $\frac{mv_2^2}{2} = E_{c_2}$ și $\frac{mv_1^2}{2} = E_{c_1}$.

Mărimea E_{c_2} reprezintă energia cinetică finală, iar E_{c_1}, energia cinetică inițială a punctului material.

Expresia (4) se poate rescrie, în notația considerată, sub forma:

$$L = E_{c_2} - E_{c_1} = \Delta E_c \qquad (4')$$

relație ce exprimă faptul că variația energiei cinetice este datorată efectuării unui lucru mecanic.

Relația (4') exprimă **teorema de variație a energiei cinetice a punctului material.**

Teorema a fost stabilită în cazul unei forțe constante dar ea este adevărată în toate situațiile.

Semnul lucrului mecanic utilizat în acest manual este dat în următoarea convenție:

Dacă: $L > 0 \Leftrightarrow E_{c_2} > E_{c_1}$

rezultă că asupra sistemului se efectuează un lucru mecanic. Acesta duce la creșterea energiei cinetice a sistemului.

Dacă: $L < 0 \Leftrightarrow E_{c_2} < E_{c_1}$

sistemul efectuează un lucru mecanic. Aceasta duce la scăderea energiei cinetice a sistemului.

Exemple

1. În cazul exemplului de la pagina 89 coloana din stânga, variația de energie cinetică a satelitului este $7{,}8 \cdot 10^{10}$ J. Dacă viteza sa inițială ar fi 9 000 m/s, am putea determina viteza sa finală.

$$7{,}8 \cdot 10^{10}\ \text{J} = \frac{1}{2}(5000\ \text{kg})v^2 - \frac{1}{2}(5000\ \text{kg})(9000\ \text{m/s}^2),$$

de unde rezultă:

$$v = \sqrt{\left(\frac{28{,}1 \cdot 10^{10}}{2500}\right)}\ \text{m/s} = 10\ 600\ \text{m/s}.$$

Ori de câte ori se constată că un corp poate efectua lucru mecanic, se spune că el posedă energie.

2. Un autobuz se deplasează cu viteza de 20 m/s. Masa șoferului fiind $m = 70$ kg, să se stabilească energia cinetică a șoferului în raport cu:

a) volanul;

b) Pământul;

c) vântul, dacă acesta suflă din sens contrar, cu o viteză de 10 m/s.

Rezolvare

a) În raport cu volanul, viteza relativă a șoferului este:

$$E_{c_1} = \frac{mv^2}{2} = 0\ \text{J}.$$

b) În raport cu Pământul:

$$E_{c_2} = \frac{mv^2}{2} = 14\ \text{kJ}.$$

c) În raport cu vântul:

$$v_r = v_{auto} + v_{vânt} = 30\ \text{m/s},$$

iar $$E_c = \frac{mv_r^2}{2} = 31{,}5\ \text{kJ}.$$

Scanned with OKEN Scanner

Rezumat

• Energia cinetică a punctului material este energia pe care acesta o posedă când se află în mișcare cu un sistem de referință.

$$E_C = \frac{mv^2}{2},$$

unde m este masa punctului material, iar v este viteza.

• Teorema de variație a energiei cinetice a punctului material arată că variația energiei cinetice a acestuia este egală cu lucrul mecanic efectuat de forță.

$$L = \Delta E_c = E_{cf} - E_{ci},$$

unde E_{cf} este energia cinetică finală, iar E_{ci} energia cinetică inițială.

• Dacă $\Delta E_c > 0$ lucrul mecanic este efectuat asupra sistemului.

• Dacă $\Delta E_c < 0$, sistemul efectuează lucrul mecanic.

Verificați-vă cunoștințele

1. Care este energia cinetică a unui vehicul cu masa de 1 000 kg, care se deplasează cu viteza de 20 m/s?

2. Dacă vehiculul din problema precedentă se deplasează cu o viteză de două ori mai mare, de câte ori crește energia sa cinetică?

3. Un automobil de 750 kg, se deplasează cu 100 km/oră, și are o energie cinetică de aproximativ 290 000 J. Care este energia cinetică a aceluiași automobil, dacă viteza de deplasare este doar de 50 km/oră?

4. Pe un plan înclinat lung de 5 m, ce face un unghi de 30° cu orizontala, coboară un corp cu masa de 6 kg. Inițial, viteza lui este nulă, iar coeficientul de frecare cu planul este $\mu = 0{,}2$. Să se determine viteza corpului la baza planului înclinat și energia sa cinetică. Care este lucrul mecanic al forțelor de frecare?

5. Care este lucrul mecanic necesar pentru a mări viteza unui corp de 50 kg de la 1 la 10 m/s?

6. Care este forța de frecare dintre un corp cu masa de 10 kg și planul pe care se deplasează, dacă, fiind lansat cu viteza de 10 m/s, reușește să parcurgă până la oprire distanța de 5 m?

7. Un vehicul de 1 t circulă inițial cu viteza de 2 m/s, sub acțiunea unei forțe constante de 10 kN, coeficientul de frecare fiind 0,3. Să se determine câștigul de viteză obținut de vehicul pe distanța de 100 m. Care sunt energia cinetică finală și lucrul mecanic al forței de frecare?

8. Un aruncător de greutăți aruncă greutatea cu masa de 2 kg cu o viteză inițială de 2 m/s, sub un unghi de 30°. Care este energia cinetică a bilei în punctul cel mai de sus al traiectoriei?

9. O particulă de 0,5 kg are viteza $v = 2$ m/s în punctul A și energia cinetică de 10 J în punctul B, ambele puncte fiind situate în plan orizontal. Să se calculeze: a) energia cinetică a particulei în punctul A; b) viteza particulei în punctul B; c) lucrul mecanic total efectuat de particulă la deplasarea din A în B.

10. Un glonte de masă $m = 5$g părăsește țeava unei arme cu o viteză de 300 m/s.
a) Care este energia lui cinetică la ieșirea de pe țeavă?
b) Care este forța medie, exercitată de gaze în urma exploziei, necesară pentru a deplasa glonțul pe țeava puștii, a cărei lungime este de 50 cm?

11. Un glonte cu masa de 5 g, deplasându-se cu o viteză de 400 m/s, pătrunde într-un copac, pe o distanță de 3 cm.
a) Care a fost forța medie de frânare a glontelui?
b) Considerând această forță constantă, în cât timp s-a produs frânarea?

12. Utilizând considerații energetice, stabiliți viteza cu care ajunge un corp la capătul unui drum de 50 m lungime, dacă asupra lui acționează o forță de tracțiune de 1 000 N și o forță de frânare de 800 N. Masa corpului este de 500 kg și corpul a plecat din repaus.

13. Un corp cu masa de 5 kg este împins pe un plan înclinat, cu o forță de 100 N, pe o distanță de 3 m. Dacă viteza inițială este 2 m/s, planul înclinat face un unghi de 30° cu orizontala, iar coeficientul de frecare este 0,3, să se determine:
a) lucrul mecanic al forței de greutate;
b) variația energiei cinetice, în proces;
c) viteza corpului la sfârșitul celor 3 m.

14. Un corp cu masa $m = 5$ kg se deplasează astfel încât componentele vitezei pe direcțiile x și y sunt $v_x = 5$ m/s și $v_y = 3$ m/s. Care este energia cinetică a corpului? Cât devine această energie cinetică, în cazul în care componentele vitezei pe cele două direcții devin $v_x' = 8$ m/s și respectiv $v_y = -3$ m/s.

Scanned with OKEN Scanner

Calculul celei de-a doua viteze cosmice

Să ne întoarcem la ideea lui Newton potrivit căreia, dacă aruncăm orizontal un corp, cu o viteză suficient de mare, el va putea, la un moment dat, să părăsească Pământul. Care este această viteză?

Rezolvare

Pentru a determina viteza necesară unui astfel de corp, se poate porni de la calculul lucrului mecanic necesar pentru a deplasa racheta de la nivelul Pământului (R_p) la infinit (R_∞).

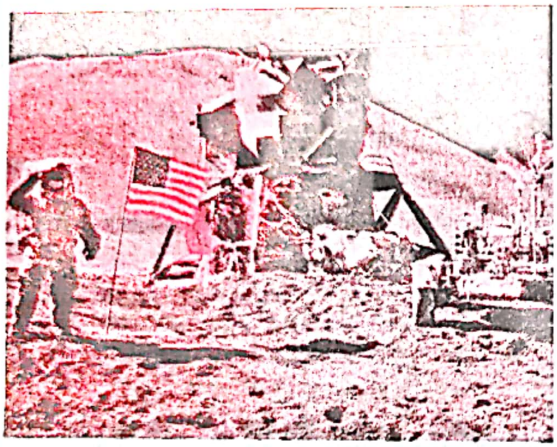


Fig. 3. Misiunea Apollo 11.

Conform relației lucrului mecanic al câmpului gravitațional:

$$L = -\gamma mM\left(\frac{1}{R_\infty} - \frac{1}{R_P}\right),$$

unde am înlocuit R_A și R_B cu R_P și R_A, noile poziții între care se va deplasa corpul. Pentru:

$$R_B = \infty \Rightarrow \frac{1}{R_B} = 0 \text{ și } L = \gamma\frac{mM}{R_P}.$$

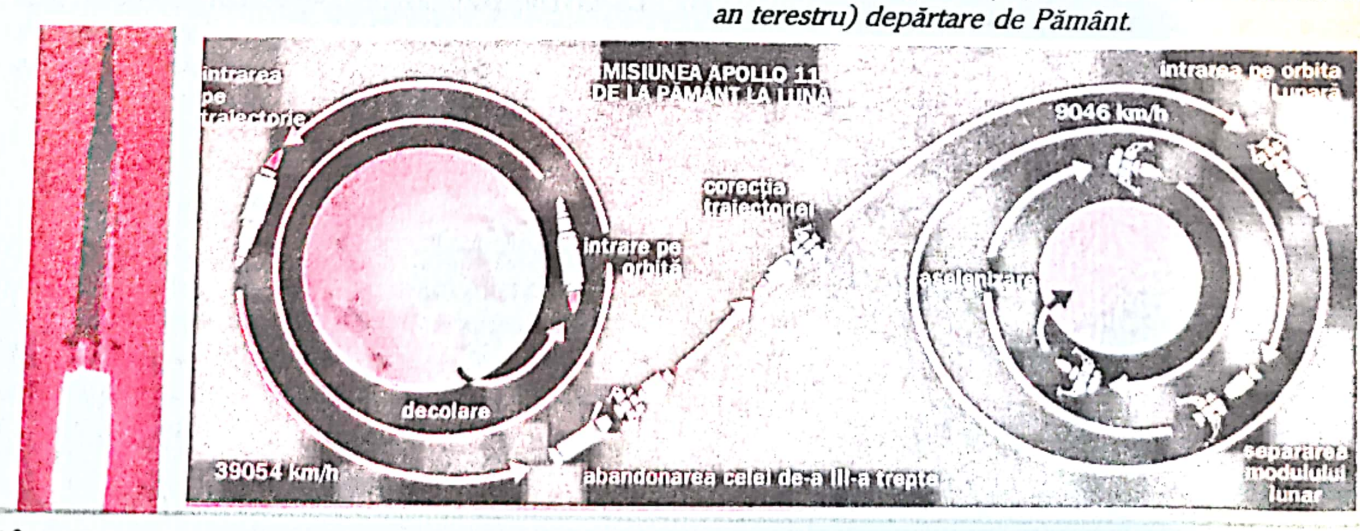
Deoarece intensitatea câmpului gravitațional $\left(\Gamma = \frac{\gamma M}{R_P^2}\right)$ *este egală cu accelerația gravitațională locală g, obținem: $L = mgR_p$, unde m este masa corpului, iar R_p raza Pământului. Acest lucru mecanic se poate obține pe seama unei energii cinetice $E_c = \frac{mv_2^2}{2}$, unde v_2 reprezintă cea de-a doua viteză cosmică (viteza inițială cu care un corp, care pleacă de pe Pământ, îl va putea părăsi). Deci:*

$$\frac{mv_2^2}{2} = mgR_p \Rightarrow v_2 = \sqrt{2gR_p} = v_1\sqrt{2} = 11{,}19 \text{ km/s},$$

unde v_1 este prima viteză cosmică calculată la pag. 85.

Câteva repere ale cuceririi cosmosului:

- *1957 – URSS trimite în spațiu primul satelit artificial*
- *1961 – Iuri Gagarin este primul cosmonaut sovietic care navighează pe orbita circumterestră.*
- *1969 – Neil Armstrong este primul cosmonaut care păşeşte pe lună în misiunea Apollo 11.*
- *1977 – Lansarea sondelor americane Voyager spre Saturn.*
- *1981 – Prima lansare cu succes a unei navete spațiale.*
- *1987 – Naveta spațială Challenger explodează.*
- *1990 – NASA lansează telescopul spațial Hubble-HST pe orbită situată la 600 km de Pământ.*
- *1995 – H.S.T. transmite imagini fără precedent - naşterea unei stele într-o zonă a Căii Lactee aflată la 450 ani lumină (distanța parcursă de lumină într-un an terestru) depărtare de Pământ.*



Scanned with OKEN Scanner

3.3. Energia potențială, gravitațională și *elastică

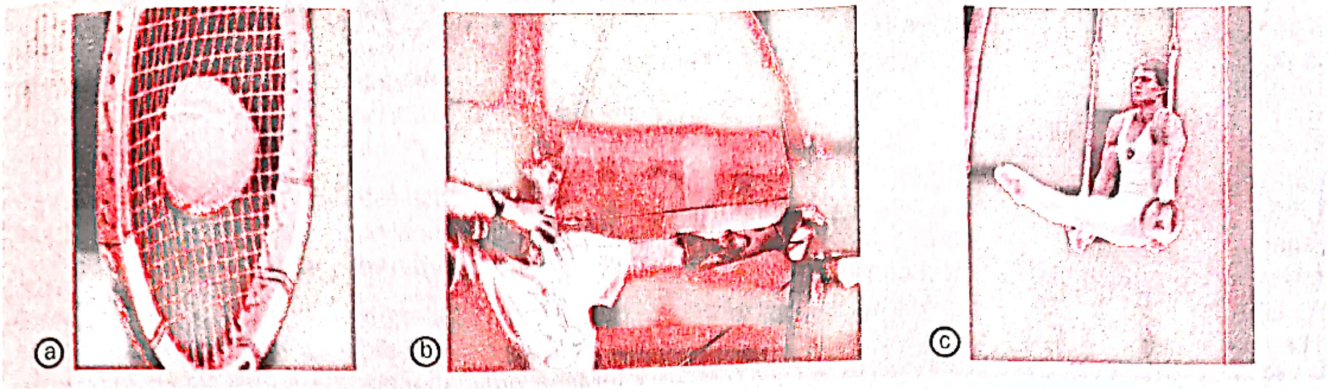


Fig. 1. Corpuri care posedă energie potențială: a) racheta de tenis în momentul loviriii mingii; b) un arc încordat; c) un om suspendat la o anumită înălțime.

În imaginile de mai sus, mingea lovită de racheta de tenis, săgeata din arcul întins sau sportivul în poziția echer la inele, nu pot rămâne așa. Mingea va sări din rachetă, săgeata va porni din arc, sportivul va coborâ de la inele. Fiecare din ei are posibilitatea de a efectua un lucru mecanic. Despre aceste corpuri se spune că posedă energie potențială.

3.3.1. Energie potențială gravitațională

Să considerăm un corp aflat la o înălțime h_1 aflat în cădere sub acțiunea greutății proprii. După un timp el ajunge la o nouă înălțime h_2, măsurată față de același sistem de referință.

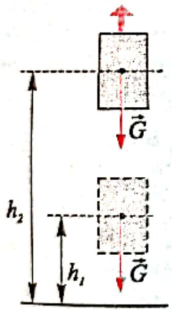


Fig. 2. Lucrul mecanic necesar deplasării unui corp în câmp gravitațional.

În acest caz, forța care acționează asupra corpului, greutatea ($G = mg$) a efectuat un lucru mecanic:

$$L = mg\Delta h = mgh_1 - mgh_2. \qquad (1)$$

Mărimea „mgh" reprezintă energia potențială a unui corp în câmp gravitațional.

Convenție de semne

Dacă corpul se deplasează în jos, sub influența greutății, lucrul mecanic efectuat de câmpul gravitațional este pozitiv și va exista o scădere a energiei potențiale a acestuia. Ecuația (1) va trebui scrisă:

$$L_{AB} = -mg\Delta h.$$

Valoarea acestei energii nu depinde de procedeul prin care se face ridicarea, ci doar de poziția corpului (între ce înălțimi a fost el ridicat).

În cazul în care corpul este ridicat de la o înălțime h_1 la o înălțime h_2 (fig. 2), atunci lucrul mecanic necesar ridicării corpului este:

$$L = mgh_2 - mgh_1. \qquad (2)$$

Notăm: $mgh_2 = E_{p_2}$ și $mgh_1 = E_{p_1}$.

Mărimea E_{p_2} reprezintă energia potențială finală, iar E_{p_1} energia potențială inițială calculată față de S.R. considerat (fig. 2).

Înlocuind în (2), obținem:

$$L = E_{p_2} - E_{p_1} \qquad (2')$$

adică lucrul mecanic efectuat determină o variație a energiei potențiale a corpului în raport cu S.R. considerat.

Observație

Energia potențială este determinată până la o constantă. Aceasta depinde de nivelul zero al energiei potențiale ales (nivelul de referință).

În cazul energiei potențiale gravitaționale, sistemul este alcătuit din corpul de masă m și Pământ, iar energia potențială se datorează diferenței de nivel $h_2 - h_1$ între care se poate deplasa acesta.

Scanned with OKEN Scanner

Exemple

1. O piatră de 18 kg este împinsă pe un plan înclinat ($\alpha = 30°$) până la o înălțime de 30 m. Cu cât crește energia ei potențială?

Rezolvare

Creșterea energiei potențiale gravitaționale a corpului ($E_p = mgh$) se face pe seama lucrului mecanic al forței motoare, care deplasează corpul la înălțimea respectivă. Fiind vorba de o înălțime mică, accelerația gravitațională g se poate considera constantă și deci diferența de energie potențială poate fi calculată direct din formula:

$$E_p = mgh = 18\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot 30\ \text{m} = 5292\ \text{J}.$$

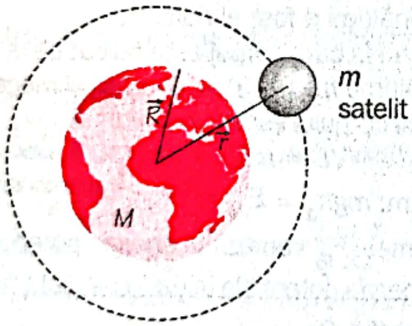
Astfel se poate calcula lucrul mecanic făcut împotriva componentei tangențiale a greutății:

$G_t = mg\sin\alpha$ pe distanța $d = \dfrac{h}{\sin\alpha}$, adică:

$$L = G_t d = mg\sin\alpha \cdot \frac{h}{\sin\alpha} = mgh,$$

care conduce la același rezultat.

2. Un satelit cu masa $m = 200$ kg este plasat pe o orbită situată la 35 000 km. Care este energia potențială a satelitului față de suprafața Pământului.



Rezolvare

Potrivit diagramei de mai sus, M este masa Pământului de rază R, în timp ce r este distanța față de centrul Pământului la care este poziționat satelitul.

Unde: $R = 6\,370$ km, $M = 5{,}98 \cdot 10^{24}$ kg, iar celelalte mărimi sunt date în problemă.

Atenție! În acest caz variația de energie potențială a satelitului nu poate fi calculată pe baza expresiei $E_p = mgh$ deoarece accelerația gravitațională variază cu înălțimea.

Energia potențială a satelitului în raport cu suprafața Pământului este câștigată ca urmare a lucrului mecanic efectuat în contra câmpului gravitațional.

Energia potențială a satelitului când acesta se găsește pe suprafața Pământului este: $E_{p1} = \dfrac{\gamma Mm}{R}$, iar pe orbită va fi: $E_{p2} = \dfrac{\gamma Mm}{r}$.

Făcând diferența între cele două energii, se obține:

$$\Delta E_p = E_{p2} - E_{p_1} = \gamma Mm\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{r}\right) = \gamma Mm\frac{r-R}{Rr} = 10^{10}\ \text{J}.$$

Această energie este aproximativ egală cu energia necesară ridicării unui obiect de 380 tone la o înălțime de 300 m deasupra nivelului mării.

3. Estimați energia potențială gravitațională a galaxiei. Sunt omise din estimare energiile proprii de interacție gravitațională ale stelei cu ea însăși. Se consideră numărul de stele din galaxie N cu, $N = 1{,}6 \cdot 10^{11}$, distanța medie dintre două stele oarecare din galaxie $R = 10^{21}$ m și masa medie a unei stele $M = 2 \cdot 10^{30}$ kg.

Rezolvare

Energia potențială gravitațională a unui sistem arbitrar de N stele este dat de suma energiilor potențiale de interacțiune a fiecărei perechi de stele. Deci:

$$U = \frac{1}{2}[(U_{12} + U_{13} + \ldots + U_{1N}) + (U_{21} + U_{23} + \ldots + U_{2N}) + \ldots + (U_{N1} + U_{N2} + \ldots + U_{NN-1}], \quad (1)$$

unde termenul U_{12} reprezintă energia potențială gravitațională a stelelor 1 și 2. Termenul U_{21} reprezintă energia potențială gravitațională a acelorași stele, fapt pentru care, pentru a păstra termenii, s-a introdus coeficientul 1/2.

Termeni ca U_{11}, U_{22}, .., U_{NN} sunt omiși ca reprezentând energii potențiale ale stelelor în interacțiune cu ele însele.

Dacă aproximăm cu M valoarea medie a masei unei stele din galaxie și cu R distanța medie dintre două stele ale galaxiei, energia potențială de interacție dintre acestea este: $U_{ij} = -\dfrac{\gamma m_i m_j}{r_{ij}} = -\dfrac{\gamma M^2}{R}$,

unde m_i, m_j sunt valorile exacte ale maselor celor două stele, iar r_{ij} este distanța reală dintre acestea.

Pentru a însuma toate energiile potențiale se face observația că în ecuația (1) primul termen din paranteză are $N-1$ termeni, la fel cu cel de-al doilea ș.a.m. Pe de altă parte, există N astfel de paranteze, deci energia potențială gravitațională a galaxiei va fi dată de expresia:

$$U = -\frac{1}{2}N(N-1)\frac{\gamma M^2}{R^2} = -3{,}415 \cdot 10^{51}\ \text{J}.$$

Scanned with OKEN Scanner

3.3.2. Câmp de forțe conservativ. Forțe conservative

După cum deja s-a calculat în cazul deplasării unui punct material de masă m în câmp gravitațional, lucrul mecanic, pe verticală este: $L = mgh$.

Ce se întâmplă însă la deplasarea pe un plan înclinat? Deplasarea pe plan este dată în acest caz de componenta tangențială a greutății (fig. 3).

$G_t = G\sin\alpha = mg\sin\alpha$

Totodată deplasarea punctului se face pe o distanță egală cu lungimea planului înclinat (l) dată în funcție de diferența de nivel h prin relația:

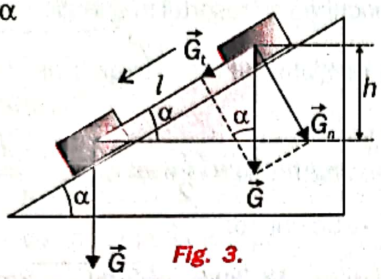


Fig. 3.

$$l = \frac{h}{\sin\alpha}.$$

Calculând lucrul mecanic, se obține:

$$L = G \cdot l = mg\sin\alpha \cdot \frac{h}{\sin\alpha} = mgh.$$

Ce se întâmplă însă în cazul aceluiași punct material deplasat în aceleași condiții în câmp gravitațional pe un drum oarecare (fig. 4)?

Drumul considerat se poate aproxima cu o succesiune de plane înclinate. În acest caz, lucrul mecanic se obține ca însumarea lucrurilor mecanice elementare efectuate de forță pe fiecare din lungimile elementare parcurse. Pentru fiecare astfel de porțiuni se obține,

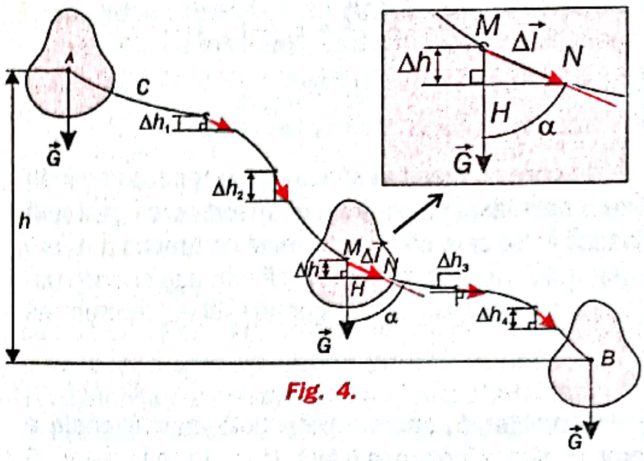


Fig. 4.

potrivit calculului dinainte: $L_i = mgh_i$ și însumând,

$$L = \sum_{i=1}^{n} L_i = mg\sum_{i=1}^{n} h_i = mgh.$$

Concluzii

1. Indiferent de tipul drumului ales, lucrul mecanic al câmpului gravitațional este dat de expresia: $L = mgh$.

2. După cum reiese și din figura 4, lucrul mecanic al unui corp deplasat în câmp gravitațional nu depinde de drum, ci doar de pozițiile inițială și finală ale acestuia.

3. Un câmp de forțe cu această proprietate poartă numele de câmp conservativ de forțe, iar forțele respective poartă numele de forțe conservative. Câmpul gravitațional este un câmp conservativ, iar forța de atracție gravitațională (greutatea corpului) este o forță conservativă.

3.3.3. *Energia potențială elastică

Ce se întâmplă în cazul unui sistem format dintr-un resort și un corp, sistem elastic izolat de exterior (fig. 5)?

În acest caz, energia potențială a sistemului este datorată pozițiilor relative ale spirelor resortului în care apar interacțiuni elastice. Dacă lucrul mecanic pe care-l poate efectua resortul care a suferit o deformație Δl este dat de expresia:

$$L = k\frac{\Delta l^2}{2},$$

atunci și energia potențială a acestuia în starea deformată, de alungire Δl, va fi

$$E_p = k\frac{\Delta l^2}{2}.$$

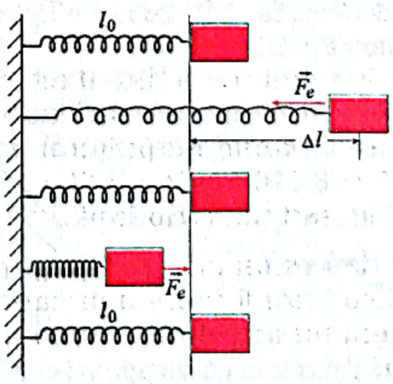


Fig. 3. *Într-un resort deformat, energia potențială este semiprodusul dintre constanta elastică a resortului și pătratul alungirii lui absolute.*

Scanned with OKEN Scanner

În general, variația energiei potențiale a sistemului între două poziții de alungiri Δl_1, Δl_2 ale resortului, va fi:

$$L_{1-2} = k\frac{\Delta l_1^2}{2} - k\frac{\Delta l_2^2}{2} = E_{p_1} - E_{p_2} = -\Delta E_p .$$

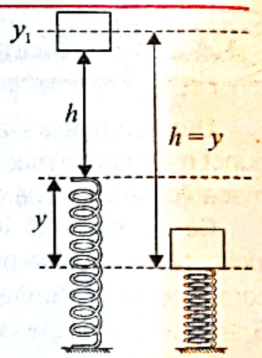
Exemplu

Un corp cu masa m aflat inițial în repaus la o înălțime h este lăsat să cadă pe un resort cu o constantă elastică k. Se cere să se determine contracția maximă a resortului dacă se presupune că întreaga energie potențială gravitațională se transformă în energie potențială elastică.

Rezolvare

În problemă, energia potențială gravitațională a corpului aflat la înălțimea h față de resort se transformă în energie cinetică în timpul căderii libere care la rândul ei, în timpul ciocnirii și comprimării resortului pe distanța y trece în energie potențială elastică.

Potrivit figurii alăturate cel mai de jos nivel pe care-l atinge blocul este nivelul în care resortul este comprimat la maxim (y). Această poziție o vom considera de energie potențială gravitațională nulă. Energia inițială a blocului $mg(h + y)$ se transformă după ciocnirea cu resortul în energie potențială elastică $\frac{ky^2}{2}$.



Aceasta se scrie:

$$mg(h+y) = \frac{ky^2}{2} \Rightarrow y^2 - \left(\frac{2mg}{k}\right)y - \frac{2mgh}{k} = 0 .$$

Se obține:

$$y = \frac{1}{2}\left(\frac{2mg}{k} \pm \sqrt{(\frac{2mg}{k})^2 + \frac{8mgh}{k}}\right).$$

Finalizarea problemei revine la identificarea soluției cu sens fizic.

Rezumat

- Energia potențială este energia pe care o posedă un corp datorită poziției sale în raport cu un sistem de referință.
- În cazul câmpului gravitațional, energia potențială este: $E_p = mgh$,

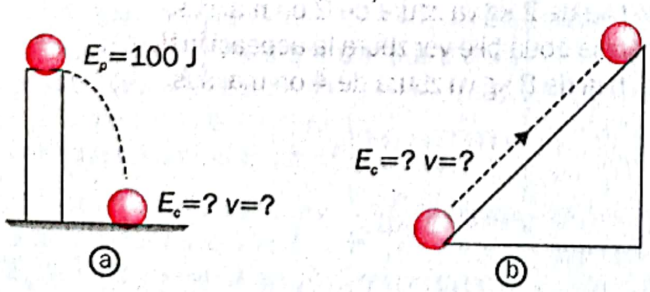
unde m este masa corpului, g este accelerația gravitațională, iar h este înălțimea la care acesta se află în raport cu nivelul de referință ales.

- Energia potențială elastică este: $E_p = k\frac{\Delta l^2}{2}$,

unde k este constanta elastică, iar Δl este alungirea relativă.

Verificați-vă cunoștințele

1. Se consideră mișcarea de coborâre fără frecare a bilei în următoarele două situații:



Pentru fiecare din cele două situații, indicați:
a) ce tip de forțe acționează asupra bilei?
b) dacă se conservă energia bilei. Explicați.
c) energia cinetică și viteza bilei când atinge solul.

Se dă masa bilei $m = 2$ kg.

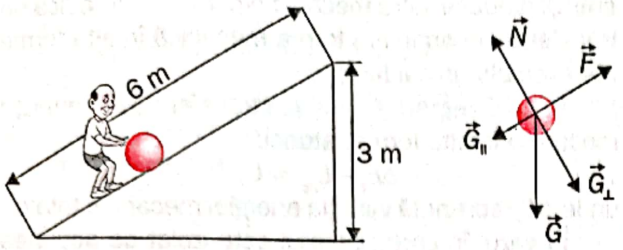
2. Dacă în exemplele de la punctul anterior acționau forța de rezistență a aerului în a) și forța de frecare cu planul înclinat în b), energia cinetică a bilei înainte de a ajunge la sol era:
a) mai mare; b) mai mică; c) egală cu cea din exemplul de la exercițiul anterior.

3. O mașină frânează până la oprire pe o distanță de 15 m, dacă viteza inițială este 50 km/h. Care va fi distanța de frânare la 150 km/h?

4. Două săgeți trase din două arcuri au una o viteză de două ori mai mare decât cealaltă. Cu cât va zbura mai departe săgeata cu viteză mai mare?

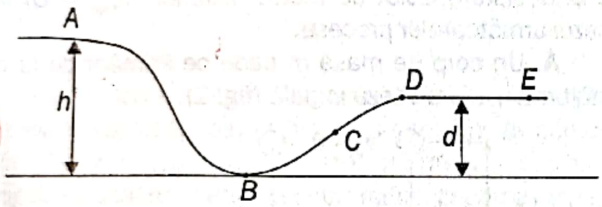
Scanned with OKEN Scanner

5. Un muncitor urcă pe un plan înclinat fără frecare cu viteză constantă un cilindru de 50 kg. Diagrama corpului liber este prezentată mai jos.



a) Care dintre forțele din diagramă efectuează lucru mecanic asupra cilindrului?
b) Ținând cont de tipurile de forțe ce acționează asupra cilindrului și clasificarea lor în interne/externe se conservă energia?
c) Care este lucrul mecanic al forței de împingere F_t?

6. În diagrama următoare este reprezentată mișcarea unui corp în absența forțelor de frecare.



Stabiliți dacă suma dintre energia cinetică și potențială a bilei:

A. a) doar descrește;
b) descrește și apoi crește;
c) crește și apoi descrește;
d) rămâne constantă.

B. Corpul va avea energia potențială minimă în punctul:
a) A; b) B; c) C; d) D; e) E.

C. Energia cinetică în punctul C este mai mică decât:
a) în A; b) în A, D și E;
c) în B; d) în E.

7. Un corp cu o greutate de 10 N cade de la o înălțime de 4 m. Când s-a deplasat pe distanța de un metru în cădere, energia lui totală față de sol a fost:
a) 2,5 J; b) 10 J; c) 30 J; d) 10 J.

8. Presupunând gravitația constantă și neglijând frecarea cu aerul, viteza cu care un obiect în cădere își modifică energia potențială în favoarea energiei cinetice:
a) descrește, deoarece se aplică aceeași forță pe o distanță din ce în ce mai scurtă în unitatea de timp;
b) crește, deoarece aceeași forță este aplicată pe o distanță mai scurtă într-un timp mai scurt;
c) descrește, deoarece aceeași forță este aplicată pe o distanță mai lungă într-un timp mai scurt;
d) crește, deoarece aceeași forță este aplicată pe o distanță mai lungă într-un timp mai scurt.

9. Un proiectil cu masa de 2 kg este lansat de la sol sub un unghi de 60°, cu o viteză de 40 m/s. Care din următoarele afirmații privind proiectilul, când acesta atinge înălțimea maximă de zbor, este adevărată?
a) Proiectilul va avea energia cinetică egală cu energia potențială.
b) Energia potențială gravitațională va fi 1 200 J.
c) Energia cinetică a proiectilului va fi zero.
d) Dacă proiectilul ar fi avut doar 1 kg, energia potențială a acestuia ar fi rămas aceeași.

10. Care este energia potențială a unui resort cu constanta elastică $k = 400$ N/m, dacă este comprimat cu $\Delta l = 20$ cm? Dar dacă ar fi fost întins cu o aceeași alungire?

11. O bilă de 2 kg și una de 8 kg sunt plasate pe două resorturi, având aceeași constantă elastică. Resorturile sunt comprimate pe aceeași distanță și apoi lăsate liber. Care dintre următoarele afirmații este adevărată:
a) bila de 2 kg va avea viteza de 4 ori mai mare;
b) bila de 2 kg va avea viteza de 2 ori mai mare;
c) vitezele celor două bile vor fi egale;
d) viteza bilei de 8 kg va fi de 4 ori mai mare.

12. În cazul problemei precedente, care dintre următoarele afirmații privind înălțimea maximă atinsă de bilă după eliberarea resorturilor este adevărată?
a) bila de 2 kg va zbura de 4 ori mai sus;
b) bila de 2 kg va zbura de 2 ori mai sus;
c) cele două bile vor zbura la aceeași înălțime;
d) bila de 8 kg va zbura de 4 ori mai sus.

Scanned with OKEN Scanner

3.4 Legea conservării energiei mecanice

Fig. 1. În lipsa rezistenței aerului energia mecanică a unui satelit în mișcare de rotație în jurul Pământului este constantă.

Conform principiului inerției, un punct material își păstrează starea de mișcare rectilinie uniformă sau repaus relativ, atât timp cât asupra lui nu acționează forțe din afară, adică atât timp cât este izolat de mediu. În această situație nu este necesară existența unei forțe pentru menținerea mișcării, deci nu se efectuează lucru mecanic.

În cazuri reale însă, pentru menținerea mișcării unui corp rezultanta forțelor care acționează asupra acestuia trebuie să fie diferită de zero, pentru a înlătura efectul interacțiunilor sale cu mediul. În acest caz se efectuează lucru mecanic.

Forțele care pot acționa asupra corpului pot fi atât forțe conservative, de tipul celor gravitaționale, cât și neconservative, de tipul celor de frecare sau rezistență cu aerul.

Lucrul mecanic efectuat pentru deplasarea unui corp între două puncte A și B, prezintă două contribuții:

– una dată de forțele conservative (L_c);

– cealaltă, dată de forțele neconservative (L_{nc}).

Se poate scrie că:

$$L_{total} = L_c + L_{nc}$$

Cum lucrul mecanic total efectuat asupra, sau de către sistem, determină variația energiei cinetice:

$$L_{total} = \Delta E_c = (E_c)_B - (E_c)_A, \qquad (1)$$

iar lucrul mecanic al forțelor conservative este dat de variația energiei potențiale:

$$L_c = -\Delta E_p = (E_p)_A - (E_p)_B \qquad (2)$$

din însumarea relațiilor (1) și (2) va rezulta:

$$(E_c)_B - (E_c)_A = (E_p)_A - (E_p)_B + L_{nc}$$

sau:

$$(E_c + E_p)_B - (E_c + E_p)_A = L_{nc}.$$

$E_c + E_p = E_t$ reprezintă energia mecanică totală a sistemului. În cazul sistemului neizolat, variația acestei energii produce lucru mecanic neconservativ, adică un transfer de energie din forma mecanică în alte forme (de exemplu, în căldură).

Dacă Q reprezintă energia transferată din energie mecanică în altă formă, atunci:

$$\Delta E_t - L_{nc} = 0,$$

unde ΔE_t reprezintă variația energiei mecanice totale.

În cazul în care sistemul este izolat de acțiunea forțelor neconservative ($L_{nc} = 0$) se obține:

$$\Delta E_t = 0$$

relație care reprezintă expresia conservării energiei mecanice.

Legea conservării energiei afirmă că: **într-un sistem izolat în care acționează doar forțe conservative, energia mecanică se conservă.**

Să analizăm ce se întâmplă cu energia mecanică a unui sistem izolat de mediul exterior ($L_{nc} = 0$) în cazul următoarelor procese:

A. Un corp de masă m cade pe Pământ de la o înălțime h_1, fără viteză inițială (fig. 2).

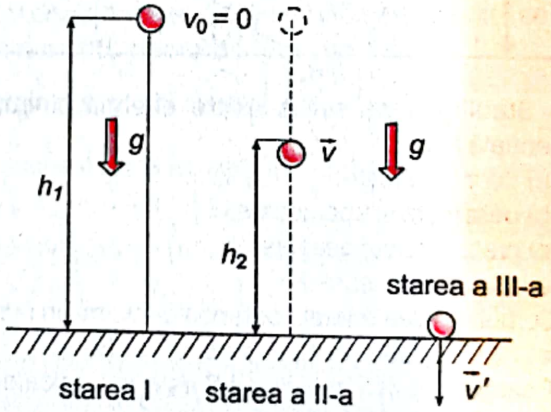


Fig. 2. Energia totală a unui corp aflat în cădere liberă în câmp gravitațional.

Se consideră că S.R. este Pământul și se atribuie suprafeței acestuia valoarea zero a energiei potențiale. În aceste condiții, în starea I energia sistemului este:

$$E_t = E_c + E_p = mgh_1 \quad (1)$$

energia cinetică a corpului, în repaus față de S.R. considerat, fiind zero.

În starea a II-a energia sistemului este:

$$E_T = E_c + E_p = \frac{mv^2}{2} + mgh_2. \qquad (2)$$

Observație

În timpul căderii sub acțiunea greutății, energia potențială a sistemului a scăzut în dauna energiei cinetice, care crește. Ce se întâmplă însă, în acest caz, cu energia totală?

Scanned with OKEN Scanner

Relația lui Galilei pe porțiunea $h_1 - h_2$ este:

$$v^2 = 2g(h_1 - h_2). \quad (3)$$

Înlocuind pe v^2 în relația (2) obținem:

$$E_t = \frac{m}{2} \cdot 2g(h_1 - h_2) + mgh_2 = mgh_1. \quad (4)$$

Deci în starea a II-a energia totală a sistemului este aceeași cu cea din starea I.

În starea a III-a:

$$E_t = E_c + E_p = \frac{mv'^2}{2}. \quad (5)$$

Ajuns la nivelul Pământului, energia potențială a corpului în raport cu S.R. devine zero. Întreaga energie a corpului este sub formă de energie cinetică. Determinând valoarea vitezei v' atinsă de corp la nivelul Pământului, din ecuația lui Galilei:

$$v'^2 = 2gh_1 \quad (6)$$

și înlocuind în (5), obținem:

$$E_t = \frac{m}{2} \cdot 2gh_1 = mgh_1.$$

Concluzie

Cum starea a II-a a fost aleasă arbitrar, exemplul evidențiază faptul că, în timpul procesului de cădere liberă a unui corp izolat, creșterea energiei cinetice este egală cu scăderea energiei potențiale, ceea ce face ca în cursul procesului energia mecanică totală a sistemului să se conserve.

B. Un corp elastic (ca, de exemplu, un resort – fig. 3) poate primi sau furniza energie în urma interacțiunii cu un alt corp.

Dacă lucrul mecanic efectuat de forța elastică pentru o deformare Δl este:

$$L = k\frac{\Delta l^2}{2}, \quad (1)$$

atunci și energia potențială a resortului este:

$$E_p = k\frac{\Delta l^2}{2}. \quad (2)$$

Să considerăm sistemul corp - resort elastic, izolat de mediul extern. Dacă inițial întreaga energie este deținută de corp, sub formă de energie cinetică, în timpul ciocnirii dintre corp și resort, întreaga energie mecanică a corpului va fi transferată resortului, sub formă de energie potențială a forței elastice.

În cursul ciocnirii, energia cinetică a corpului este transferată resortului sub formă de energie poențială electrică (fig. 3c-d) energia cinetică a acestuia. În a doua parte a procesului de interacțiune descris, forța elastică realizează un lucru mecanic asupra corpului pe seama energiei potențiale elastice, transferând acestuia energie cinetică (fig. 3e).

În final, corpul atinge o viteză de deplasare egală cu cea inițială, dar de sens contrar. Forța elastică descrisă în acest proces este o forță conservativă.

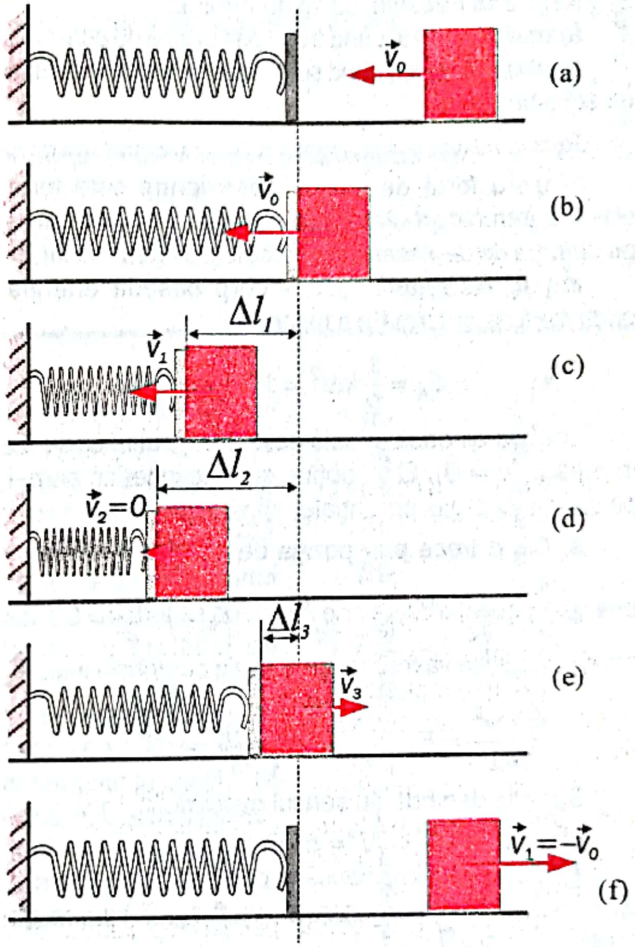


Fig. 3. *Un resort comprimat posedă capacitatea de a furniza energie unui corp cu care se află în contact, când revine la starea nedeformată.*

Lucrul mecanic total realizat de această forță este nul (pozitiv, la comprimare, și negativ la destindere – vezi convenția de semne – fig. 4).

Fig. 4. *Prin convenție, lucrul mecanic este pozitiv dacă se efectuează asupra sistemului, ducând la creșterea energiei acestuia, și negativ, dacă este efectuat de către sistem.*

Scanned with OKEN Scanner

Exemple

1. Un corp cu $m = 200$ g, așezat pe un plan orizontal, este legat de un resort, cu constanta de elasticitate $k = 2000$ N/m, pe care îl comprimă cu $\Delta l = 10$ cm.

Neglijând frecările, să se determine:

a) viteza corpului, când trece prin poziția de echilibru;

b) viteza corpului, când se găsește la 5 cm de poziția de echilibru.

Rezolvare

Singura forță de luat în considerare este forța elastică, întrucât greutatea corpului, fiind perpendiculară pe direcția de deplasare, nu efectuează lucru mecanic.

Inițial, sistemul resort - corp posedă energie potențială de deformare a resortului.

$$E_p = \frac{1}{2} k\Delta l^2 = 10 \text{ J}$$

Energia cinetică inițială este 0, corpul aflându-se în repaus ($v = 0$). El va obține energie cinetică numai pe seama energiei potențiale.

a) Când trece prin poziția de echilibru ($\Delta l = 0$), energia potențială devine nulă, $E_p = k\frac{\Delta l^2}{2} = 0$, iar energia cinetică va fi egală cu energia potențială inițială.

$$\frac{mv^2}{2} = E_p \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2E_p}{m}} = \pm 10 \text{ m/s}.$$

Semnul depinde de sensul mișcării.

b) Când se află la $\Delta l' = 5$ cm de poziția de echilibru, suma dintre energia cinetică și cea potențială, potrivit conservării energiei mecanice, va fi egală cu energia potențială inițială:

$$\frac{mv'^2}{2} + \frac{k\Delta l'^2}{2} = 10 \text{ J}$$

$$\frac{1}{2} \cdot 0{,}2 \cdot v'^2 + \frac{1}{2} \cdot 2000 \cdot (0{,}05)^2 = 10 \Rightarrow v' = \pm 8{,}6 \text{ m/s}.$$

2. Un corp cu masa de $l = 2$ kg se lansează pe un plan înclinat ($\alpha = 30^\circ$), cu viteza inițială $v = 5$ m/s. După ce a urcat pe plan 2 metri, corpul revine în locul de unde a fost lansat. Se cere:

a) Forța de frecare dintre corp și plan.

b) Să se determine viteza cu care corpul ajunge înapoi la baza planului.

Rezolvare

a) Considerând originea sistemului de referință la baza planului, corpul va poseda inițial energie cinetică (vom considera că, în originea sistemului de referință, energia potențială a corpului este zero).

$$E_i = \frac{mv^2}{2} = 25 \text{ J}$$

Când ajunge la nivelul maxim pe care-l atinge pe plan, corpul are doar energie potențială.

$$E_f = mgh = mgl\sin 30^\circ = 20 \text{ J}$$

Diferența de energie de 5 J este ceea ce s-a transformat din energia mecanică, prin frecare:

$$E_f - E_i = L_{F_f}$$

Cum: $L_{F_f} = F_f \cdot d \Rightarrow F_f = \frac{L_{F_f}}{d} = 2{,}5 \text{ N}$

b) Dacă vom considera constantă forța de frecare și în cazul coborârii corpului, înseamnă că aceeași cantitate de energie (5 J) va fi transformată din energie mecanică, prin frecare, și în acest caz. Deci energia la baza planului va fi:

$$E'_i - E'_f = L_{F_f}; \quad E'_f = E'_i - L_{F_f} = 15 \text{ J}.$$

Cum această energie mecanică va fi integral sub formă de energie cinetică:

$$E_c = \frac{mv^2}{2} = 15 \text{ J} \Rightarrow v = 3{,}87 \text{ m/s}.$$

În cazul în care asupra unui corp, pe lângă forțele conservative, acționează și forțe neconservative, energia mecanică totală nu se conservă.

Un astfel de caz este cel al deplasării cu frecare a corpurilor ca în cazul problemei precedente. În această situație, o parte din energie se transformă prin frecare. Ea este cedată mediului, sub formă de căldură. În acest caz variația energiei mecanice va fi egală cu lucrul mecanic al forțelor de frecare.

$$\Delta E_m = L_f < 0 \qquad (1)$$

Deoarece duce la scăderea energiei sistemului, lucrul mecanic al forțelor de frecare se consideră negativ.

Pentru compensarea energiei pierdute prin frecare și menținerea mișcării corpului, este necesară intervenția altor forțe asupra corpului, în timpul deplasării sale. Aceste forțe sunt forțele de tracțiune. Ele sunt tot forțe neconservative, iar lucrul mecanic efectuat de ele se consideră pozitiv deoarece duce la creșterea energiei sistemului.

$$L_m > 0 \qquad (2)$$

În cazul acțiunii simultane a forțelor de tracțiune și a celor de frecare, variația energiei mecanice va fi:

$$\Delta E_m = L_f + L_t \qquad (3)$$

fiecare considerată cu semnul său.

În cazul relației (3) se poate ajunge la o compensare totală a pierderilor de energie prin frecare, dacă $L_f = L_t$.

Scanned with OKEN Scanner

Scanned with OKEN Scanner

Rezumat

• Într-un sistem izolat în care acționează doar forțe conservative, energia mecanică se conservă: E_t = constant $\Leftrightarrow E_C + E_P$ = constant, unde E_C este energia cinetică, iar E_P este energia potențială. Cea din urmă poate fi gravitațională (mgh) sau elastică $\left(\frac{k\Delta l^2}{2}\right)$.

• În cazul sistemelor neconservative, variația energiei mecanice este egală cu lucrul mecanic al forțelor neconservative. În acest caz o parte din energia mecanică se transformă în alte forme de energie. Expresia matematică este: $\Delta E_t = L_{NC.}$

Verificați-vă cunoștințele

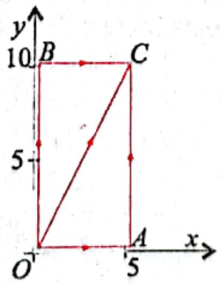
1. Cu cât se va comprima un resort, cu constanta elastică k = 1 500 N/m, dacă este ciocnit orizontal de un obiect cu masa de 200 g și viteza de 10 m/s?

2. Care va fi viteza de lansare a unui proiectil dintr-un pistol de jucărie, al cărui resort are constanta elastică k = 200 N/m și este comprimat cu Δl = 5 cm, dacă masa proiectilului este 10 g?

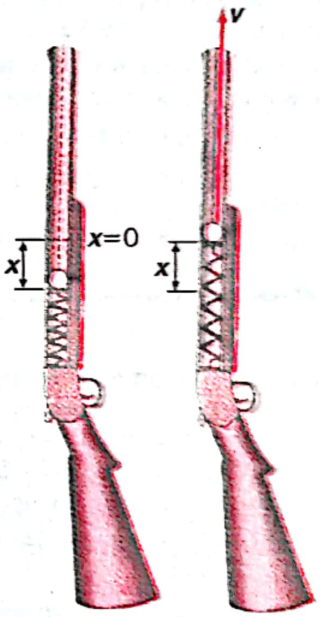
3. Un pendul cu lungimea l = 1 m este deplasat cu un unghi $\alpha = 30°$ din poziția de echilibru. Care este viteza maximă de deplasare a pendulului când i se dă drumul să se deplaseze liber?

4. Un copil așezat într-un balansoar este împins cu o viteză inițială v_0 = 5 m/s. a) Până la ce înălțime va urca balansoarul, a cărui lungime este de 2 m, dacă frecarea cu aerul se neglijează, iar masa copilului și a balansoarului este de 40 kg? b) Care este variația de energie potențială față de locul de pornire, când copilul atinge înălțimea maximă? c) Care este unghiul făcut de leagăn cu verticala, în momentul de deplasare maximă?

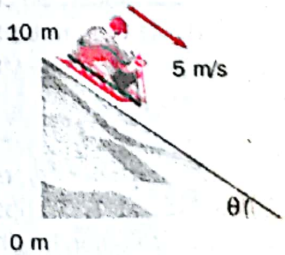
5. O particulă de 2 kg se deplasează din origine în punctul de coordonate (x =5, y = 10) m în câmpul gravitațional ce acționează în sens invers axei y. Care este lucrul mecanic al câmpului gravitațional la deplasarea corpului între punctele O și C, pe cele trei drumuri marcate?



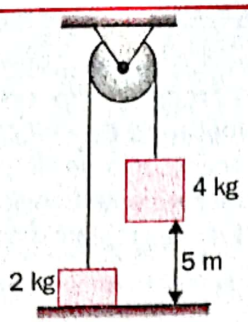
6. Mecanismul de lansare al unei puști de jucărie este format dintr-un resort de constantă elastică cunoscută. Dacă se comprimă resortul cu 0,12 m, pușca poate lansa un proiectil de 20 g la o înălțime de 20 m, vertical. Neglijând forțele de frecare, să se determine: a) constanta elastică; b) viteza proiectilului la trecerea prin poziția de echilibru a resortului.



7. Un copil cântărește cu tot cu sanie 50 kg. Dacă el pleacă din repaus de pe vârful unui deal cu înălțimea de 10 m și se deplasează fără frecare, se cere să se determine:
a) înălțimea dealului; b) energia cinetică a copilului, la jumătatea dealului; c) viteza la baza dealului.
Dacă mișcarea are loc cu frecare, iar viteza la baza dealului este 2/3 din viteza de la punctul (c), să se determine coeficientul de frecare între sanie și plan. Unghiul θ are valoarea de 30°.

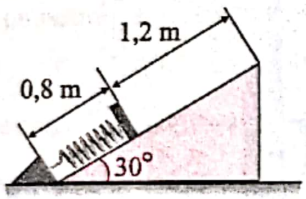


8. Două mase, de 2 și 4 kg, conectate printr-un fir inextensibil ce trece peste un scripete, sunt menținute în poziția din figură. Dacă se dă drumul masei de 4 kg, să se determine:

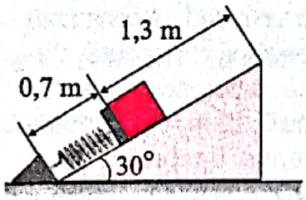


a) vitezele celor două mase când vor trece una pe lângă cealaltă;
b) vitezele celor două mase când cea mai mare atinge podeaua;
c) înălțimea la care urcă masa mai mică după ce masa mai mare a atins podeaua. (Se va rezolva energetic.)

9. Un resort cu lungimea în stare nedeformată $l_0 = 0{,}8$ m se află pe un plan înclinat de unghi 30°. O masă de 2 kg comprimă resortul cu 0,1 m.
a) Care este constanta elastică a resortului? b) Resortul este apăsat suplimentar de un corp care-l comprimă cu încă 0,6 m. Dacă planul înclinat are 2 m lungime, care este înălțimea maximă atinsă de corp și unde va ateriza, față de baza planului înclinat?

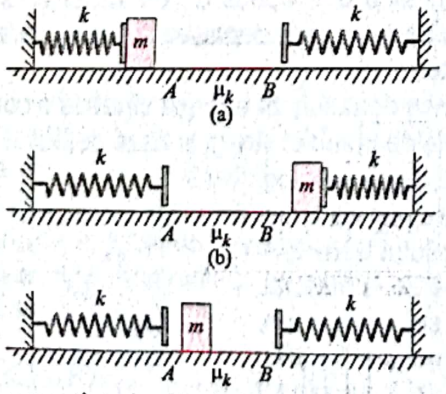


ⓐ



ⓑ

10. Două resorturi, de constante $k = 200$ N/m, sunt fixate la capete opuse, pe un plan orizontal. Un bloc cu masa $m = 3$ kg comprimă unul din resorturi cu 0,15 m. Dacă, exceptând porțiunea *AB* al cărei coeficient de frecare este $\mu = 0{,}1$, întreaga mișcare are loc fără frecare, iar porțiunea *AB* are o lungime de 0,2 m, determinați:
a) valoarea compresiei maxime a resortului din dreapta.
b) distanța, față de *A*, unde se oprește blocul.

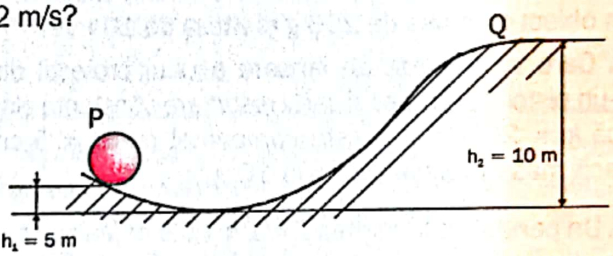


11. Un paraşutist de 80 kg sare cu parașuta de la 1000 m înălțime. Dacă viteza de aterizare a parașutistului este 5 m/s, care este pierderea de energie în timpul săriturii?

12. O pușcă de jucărie aruncă orizontal un proiectil cu masa de 5 g. Resortul ce realizează aruncarea are constanta elastică $k = 8$ N/m, iar țeava pușii are o lungime de 25 cm. Care este viteza proiectilului la ieșirea de pe țeavă dacă arcul s-a comprimat cu $\Delta l = 5$ cm, iar forța de frecare cu țeava a proiectilului este constantă, de 0,03 N?

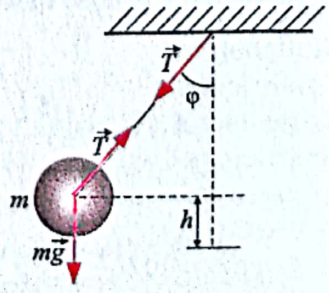
13. Calculați energiile cinetică, potențială și totală ale unui satelit de 100 kg ce se deplasează pe o orbită aflată la 100 km de suprafața Pământului. Se dau: $\gamma = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ m/s², $M_p = 5{,}98 \cdot 10^{24}$ kg; $R_p = 6370$ km.
Ce semnificație are semnul „–”?

14. Corpul din imaginea de mai jos se deplasează fără frecare. Când se află în P, viteza lui este *v*.
a) Care este viteza minimă a corpului în P, necesară pentru a putea ajunge în punctul Q?
b) Cu ce viteză ajunge în Q dacă în P viteza lui este de 12 m/s?



15. Un glonte de plumb de 50 g se deplasează cu viteza de 100 m/s. El lovește un bloc de marmură, în care intră pe o distanță de 5 cm. Presupunând că 80% din energia inițială a glontelui se disipează sub formă de căldură, căldura specifică a plumbului este de 130 J/kg· grad, iar temperatura sa inițială era de 10°C, să se determine:
a) lucrul mecanic efectuat la deplasarea glontelui prin marmură; b) ce temperatură atinge glontele la oprire.

16. Un pendul simplu, format dintr-un fir inextensibil, de lungime $l = 1$ m, dacă este deplasat din poziția de echilibru cu un unghi $\varphi = 30°$ față de verticală și lăsat liber, oscilează, trecând prin poziția de echilibru. Care este viteza când trece prin această poziție?



Scanned with OKEN Scanner

3.5. Teorema variației impulsului

3.5.1. Impulsul

Impulsul poate fi definit ca masă în mișcare. Toate corpurile au masă. Dacă ele se află și în mișcare se spune că vor avea impuls. Impulsul depinde de două elemente: masa corpului și viteza cu care se deplasează în raport cu sistemul de referință considerat.

Dacă notăm impulsul cu p, el poate fi scris ca:

$$p = mv \qquad (1)$$

Din punct de vedere al mărimilor fizice, care intră în relația (1), m (masa) este un scalar, iar v (viteza) este un vector. Produsul dintre un vector și un scalar este un vector (Anexa 4), deci impulsul este o mărime vectorială ($\vec{p}$) care are aceeași direcție și sens cu vectorul viteză ($\vec{v}$).

$$\vec{p} = m\vec{v} \qquad (2)$$

Unitatea de măsură pentru impuls rezultată din definiția sa este:

$[p]_{SI} = [m]_{SI} \cdot [v]_{SI} = \text{kg} \cdot \text{m/s}$.

Care este însă legătura dintre impulsul punctului material și forța care acționează asupra acestuia?

Din principiul al II-lea al dinamicii

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}, \qquad (3)$$

prin explicitarea accelerației rezultă:

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a} = m\frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = m\frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{\Delta t} = \frac{m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1}{\Delta t} = \frac{\vec{p}_2 - \vec{p}_1}{\Delta t} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}.$$

Deci o a doua relație de definiție a forței poate fi considerată expresia:

$$\vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}, \qquad (4)$$

unde $\frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$ se citește *viteza de variație a vectorului impuls*.

Ca urmare: forța care acționează asupra punctului material este mărimea fizică vectorială egală cu viteza de variație a impulsului punctului material.

3.5.2. Variația impulsului punctului material

Principiul al II-lea în formularea dată de expresia (3) se poate rescrie sub forma:

$$\vec{F}\Delta t = \Delta \vec{p}. \qquad (5)$$

Relația (5) introduce mărimea numită impulsul forței ($\vec{H} = \vec{F}\Delta t$), mărime ce indică efortul necesar pentru a modifica starea de mișcare a punctului material.

Această relație exprimă teorema impulsului punctului material:

Teoremă: *Variația impulsului punctului material este egală cu impulsul forței aplicate acestuia.*

Această teoremă exprimă o lege de conservare a mișcării. În cazul în care forța aplicată ($\vec{F}$) este nulă, variația impulsului este nulă ($\Delta \vec{p} = 0$). Acest lucru este echivalent cu conservarea impulsului punctului material ($\vec{p}_1 = \vec{p}_2$), deci și a vitezei.

Impulsului forței i se poate da o interpretare grafică similară cu cea dată lucrului mecanic. Reprezentând grafic forța în funcție de timp, impulsul forței este numeric egal cu aria de sub curba reprezentativă a forței, arie delimitată de abscisă și paralelele la ordonată prin extremitățile graficului (fig. 1).

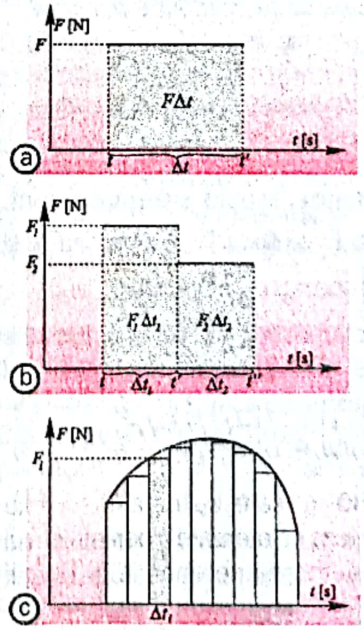


Fig. 1. Impulsul forței, în coordonate (F, t), reprezintă aria haşurată, atât pentru o forță constantă (a), cât și pentru una variabilă în timp (b și c). În cel de-al treilea caz, aria se poate aproxima prin dreptunghiuri. Cu cât baza acestora (Δt) este mai mică, cu atât mai bună este aproximația. La limită, când $\Delta t \to 0$, se obține valoarea exactă a impulsului forței.

Scanned with OKEN Scanner

Fiind o mărime vectorială, impulsul forței se supune regulilor de operare ale acestor mărimi. De exemplu, în cel de-al doilea caz ilustrat în fig. 1, notând:

$$\vec{H}_1 = \vec{F}_1 \Delta t_1 \text{ și } \vec{H}_2 = \vec{F}_2 \Delta t_2$$

cum: $\vec{F}_1 \Delta t_1 = m \Delta \vec{v}_1$

și: $\vec{F}_2 \Delta t_2 = m \Delta \vec{v}_2$

putem scrie:

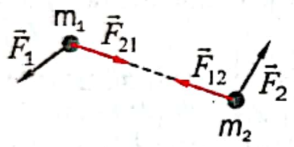
$$\vec{H}_1 + \vec{H}_2 = \vec{F}_1 \Delta t_1 + \vec{F}_2 \Delta t_2 = m\Delta \vec{v}_1 + m\Delta \vec{v}_2 = \Delta \vec{p}_1 + \Delta \vec{p}_2. \quad (2)$$

Dacă prin cunoașterea vitezei unui corp aflăm cât de repede și în ce direcție se deplasează acesta, în schimb cunoașterea impulsului ne permite să aflăm efortul necesar punerii în mișcare sau opririi corpului. Deci, viteza este o mărime cinematică, în timp ce impulsul este o mărime dinamică. El este legat de impulsul forței și deci de cauzele variației mișcării corpului.

Să considerăm un sistem mecanic format din două puncte materiale de mase m_1 și m_2.

Dicționar

Sistem mecanic: Sistem de puncte materiale supuse la legături reciproce. Sistemul mecanic este un model al realității, care reflectă, cu un anumit grad de exactitate, proprietățile mecanice ale corpului.



$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$
$$F_{12} = F_{21}$$

***Fig. 2.** Forțe interne și externe, într-un sistem.*

Dicționar

Forțe interne: Forțe care se exercită între punctele materiale care alcătuiesc sistemul.

Forțe externe: Forțe care se exercită asupra punctelor materiale care alcătuiesc sistemul, din partea mediului extern acestuia.

Forțele care acționează asupra sistemului sunt: două forțe externe $\vec{F}_1$ și $\vec{F}_2$ și două forțe interne $\vec{F}_{12}$ și $\vec{F}_{21}$ (forțe care mențin coeziunea sistemului)

În cazul unei interacțiuni de scurtă durată între cele două puncte materiale (fig. 2), teorema impulsului pentru fiecare dintre acestea se scrie:

$$(\vec{F}_1 + \vec{F}_{21})\Delta t = \Delta(m_1 \vec{v}_1) \quad (3)$$

$$(\vec{F}_2 + \vec{F}_{12})\Delta t = \Delta(m_2 \vec{v}_2), \quad (4)$$

Cum forțele interne sunt egale în modul și au sensuri opuse (fig. 2), prin însumarea celor două relații, rezultă:

$$(\vec{F}_1 + \vec{F}_2)\Delta t = \Delta \vec{p}_1 + \Delta \vec{p}_2 = \Delta(\vec{p}_1 + \vec{p}_2)$$

Notând cu $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$ rezultanta forțelor externe și cu $\vec{P} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2$ impulsul total al sistemului, rezultă:

$$\vec{F}\,\Delta t = \Delta \vec{P}. \quad (5)$$

Variația impulsului total al sistemului, $\Delta \vec{P}$, este dat de impulsul rezultant al forțelor externe care acționează asupra sistemului. Această formulare reprezintă *teorema impulsului* pentru un *sistem de puncte materiale.*

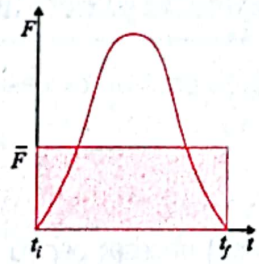
Concluzii

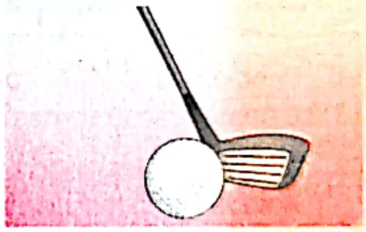
1. Forțele interne nu modifică impulsul total al sistemului, dar pot produce o redistribuire a acestuia între părțile lui componente.

2. *În cazul în care sistemul este izolat de exterior, sau rezultanta forțelor externe este zero,* din relația (5) *rezultă $\Delta \vec{P} = 0$, adică vectorul impuls ($\vec{P}$) este constant.* Aceasta reprezintă o formulare a legii conservării impulsului pentru un sistem de puncte materiale.

Exemplu

În momentul lovirii unei mingi de golf având masa de 50 g, forța ce acționează asupra acesteia, din partea crosei, variază după o lege de tipul celei din graficul de mai jos.





a) Presupunând că viteza de pornire a bilei este 44 m/s, să se estimeze impulsul în timpul ciocnirii.

b) Estimați durata ciocnirii și forța medie.

Rezolvare

a) Înainte de ciocnire, impulsul mingii, p_i, este zero ($v = 0$), iar după ciocnire el devine: $p_f = mv_f = 2{,}2$ kg·m/s, deci variația de impuls este $\Delta p = 2{,}2$ kg·m/s.

b) Din figură apare că o estimare rezonabilă a distanței pe care se deplasează mingea în timpul contactului cu crosa este raza mingii (circa 2 cm). Timpul necesar deplasării pe această distanță este:

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{v_1} = 4{,}5 \cdot 10^{-4}\,\text{s}.$$

Forța medie în acest caz va fi: $F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = 4{,}9 \cdot 10^3$ N.

Scanned with OKEN Scanner

Rezumat

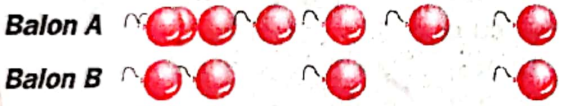
- Impulsul este mărimea fizică vectorială egală cu produsul dintre masa punctului material și viteza acestuia ($\vec{p} = m\vec{v}$).
- Principiul al II-lea formulat cu ajutorul variației impulsului punctului material este: $\vec{F} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}$.
- Impulsul forței ($\vec{H}$) este mărimea fizică ce indică efortul necesar pentru modificarea stării de mișcare a punctului material: $\vec{H} = \vec{F}\Delta t$.
- Teoremă – variația impulsului punctului material este egală cu impulsul forței aplicate acestuia.
- Variația impulsului total al sistemului, $\vec{P}$, este dat de impulsul forțelor externe care acționează asupra sistemului. Această formulare reprezintă teorema impulsului pentru un sistem de puncte materiale.

$$\vec{F}\Delta t = \Delta\vec{P},$$

unde $\vec{F}$ reprezintă rezultanta forțelor externe.

Verificați-vă cunoștințele

1. Într-o demonstrație la o lecție de fizică, două baloane identice A și B sunt deplasate pe orizontală, potrivit diagramelor de mai jos, care reprezintă pozițiile intermediare ale baloanelor la câte un interval de 0,05 s.



a) Care dintre baloane are accelerația mai mare? Explicați.

b) Care dintre baloane are viteza finală mai mare? Explicați.

c) Care dintre baloane are impulsul final mai mare? Explicați.

d) Care dintre baloane are o variație a impulsului mai mare? Explicați.

2. Două automobile de mase egale se deplasează pe o șosea rectilinie cu viteză constantă. La un moment dat frânează și se opresc după intervale de timp diferite. Diagramele de mișcare sunt date în figura de mai jos:

a) Care dintre automobile are o accelerație mai mare? Explicați.

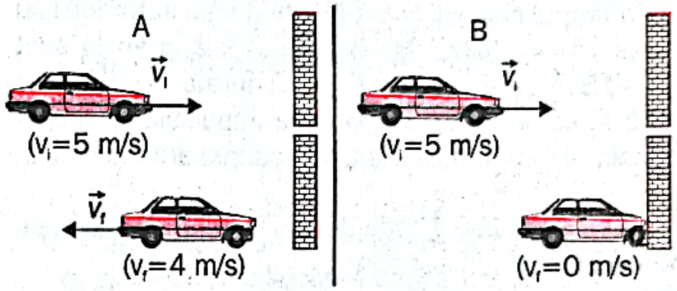
b) Care dintre automobile are o variație mai mare de impuls? Explicați.

c) Care dintre automobile are impulsul inițial mai mare? Explicați.

3. Diagrama alăturată descrie două accidente rutiere dintre o mașină și un perete.

a) În care caz (A sau B) variația vitezei este mai mare?

b) În care caz variația impulsului este mai mare?



c) În care caz impulsul inițial este mai mare?

d) În care caz forța care acționează asupra automobilului este mai mare?

4. Care dintre următoarele corpuri au un impuls mai mare:

a) o bilă de 5 kg deplasându-se cu 9 m/s;

b) o bilă de 7 kg deplasându-se cu 7 m/s;

c) o bilă de 10 kg deplasându-se cu 5 m/s;

d) o bilă de 12 kg deplasându-se cu 4 m/s.

5. Un vas se deplasează pe gheață, în ploaie. Pe măsură ce vasul se umple, ce se întâmplă cu viteza și impulsul vasului (se neglijează frecarea):

a) ambele descresc;

b) ambele rămân constante;

c) viteza rămâne constantă, iar impulsul crește;

d) viteza descrește, iar impulsul rămâne constant.

6. Un jucător de hochei acționează cu o forță medie de 80 N asupra unui puc de 0,25 kg timp de 0,1 s. Ce impuls a imprimat pucului?

7. Dacă asupra unui corp de 5 kg acționează timp de 0,1 s o forță de 10 N, care este variația impulsului corpului?

Scanned with OKEN Scanner

8. Un om cu masa de 60 kg, aflat la volanul mașinii, are viteza de 25 m/s. Deodată un câine îi iese în cale și pentru a nu-l călca, frânează. În timpul frânării, airbagul îi oprește mișcarea într-un timp de 0,4 s.

a) Ce forță medie a exercitat asupra omului centura de siguranță?

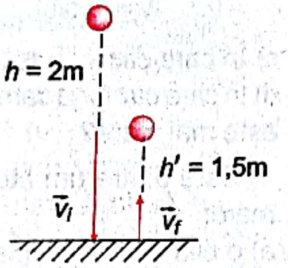
b) Dacă omul n-ar fi purtat centură de siguranță și mașina nu ar fi avut sistemul airbag, capul omului s-ar fi oprit în parbriz în 0,001 s. Ce forță medie ar fi fost exercitată asupra lui?

9. În timpul ciocnirii cu un perete a unui automobil cu masa $m = 1000$ kg, vitezele inițială și finală sunt $v_i = -15$ m/s și $v_f = 2{,}6$ m/s. Dacă durata ciocnirii este 0,15 s, să se determine variația impulsului în timpul ciocnirii și forța medie exercitată asupra automobilului.

10. O bilă de 100 g cade de la o înălțime $h = 2$ m pe podea și revine în aer până la o înălțime $h' = 1{,}5$ m.

a) Care a fost impulsul, imediat înainte și după ciocnire?

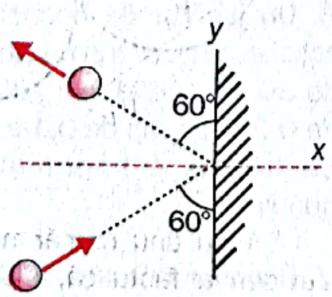
b) Determinați forța medie exercitată de podea asupra bilei, dacă ciocnirea a durat 0,2 ms.



11. Un corp în mișcare are o energie cinetică $E_c = 150$ J și un impuls $p = 30$ kg·m/s. Determinați masa și viteza corpului.

12. Calculați impulsurile următoarelor corpuri:
a) un proton de masă $m = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg și viteza $v = 5 \cdot 10^6$ m/s; b) un glonte cu masa $m = 15$ g și viteza $v = 300$ m/s. c) Un alergător cu masa $m = 75$ kg și viteza $v = 10$ m/s; d) Pământul, cu masa $m = 5{,}98 \cdot 10^{24}$ kg și viteza orbitală $v = 2{,}98 \cdot 10^4$ m/s.

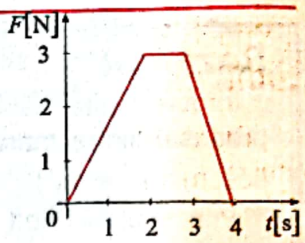
13. O bilă lovește un perete sub un unghi de 60°, cu o viteză de 10 m/s. Dacă bila are masa $m = 3$ kg și după ciocnire se deplasează cu aceeași viteză și sub același unghi, să se determine forța medie exercitată de perete asupra bilei, dacă timpul de contact este de 0,2 s.



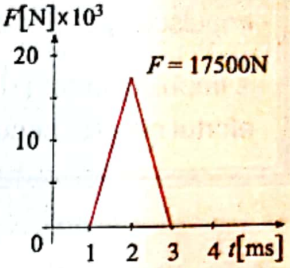
14. Variația forței în timpul loviri unei mingi este dată de diagrama alăturată. Determinați:

a) impulsul imprimat mingii în timpul loviri;

b) forța medie exercitată în timpul acestei lovituri.

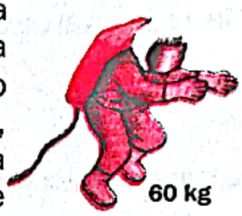


15. Forța ce acționează asupra unei particule cu masa $m = 1$ kg variază în timp conform diagramei din figura alăturată.



Determinați: a) impulsul forței; b) viteza finală a particulei, dacă viteza ei inițială este zero; c) forța medie exercitată asupra particulei în intervalul 0-4 s.

16. Un astronaut cu masa de 60 kg ieșit din navă pierde contactul cu aceasta. Dacă astronautul poate să-și arunce butelia de oxigen, cu masa $m_b = 10$ kg, cu o viteză $v = 12$ m/s, pentru a ajunge la navă și poate să-și mențină respirația timp de 60 s, cât de departe se poate afla el față de navă pentru a mai ajunge viu la ea, dacă viteza lui inițială era zero?



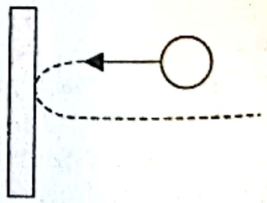
17. O bilă cu masa $m = 7$ kg este lăsată să cadă de la o înălțime $h = 3$ m. Care va fi viteza cu care se deplasează Pământul spre bilă, dacă masa acestuia este $5{,}98 \cdot 10^{24}$ kg?

18. O minge cu masa de 0,5 kg și o viteză de 15 m/s ciocnește un perete și se întoarce cu o viteză de 10,5 m/s. Dacă întreaga mișcare se desfășoară pe o dreaptă, care este:

a) impulsul inițial?

b) impulsul final?

c) Dacă mingea a exercitat o forță medie de 1000 N asupra punctului de contact, cât a durat ciocnirea?



19. Un corp cu masa de 120 kg se deplasează cu o viteză de 12 m/s spre un trăgător cu o armă automată, pe direcție orizontală. Dacă fiecare glonte are o masă de 15 g și o viteză de 630 m/s, câte gloanțe trebuie trase pentru a opri corpul?

Scanned with OKEN Scanner

3.6. Legea conservării impulsului

După cum s-a văzut în lecția precedentă, în cazul unui sistem de puncte materiale aflate în interacțiune, teorema variației impulsului spune că variația impulsului total al sistemului $\Delta\vec{P}$ este dată doar de impulsul rezultant al forțelor externe care acționează asupra acestuia:

$$\Delta\vec{P} = \vec{F}\Delta t, \qquad (1)$$

unde $\vec{F}$ este rezultanta forțelor externe.

În cazul în care sistemul este izolat de exterior sau rezultanta forțelor externe este nulă, din relația (1) rezultă $\Delta\vec{P} = 0$, adică impulsul total al sistemului $\vec{P}$ este constant. Aceasta reprezintă o formulare a legii conservării impulsului pentru un sistem de puncte materiale.

Să considerăm o interacțiune de scurtă durată (o ciocnire) între două corpuri de mase m_1 și m_2 (fig. 1).

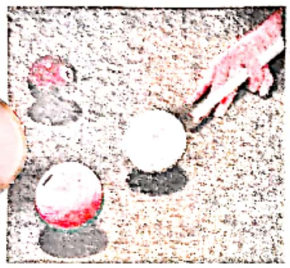


Fig. 1. *Ciocnirea bilelor în jocul de biliard este un bun sistem de studiu al variației impulsului.*

Dicționar

Ciocnire: Interacțiune de scurtă durată în care două sau mai multe corpuri vin în contact.

În cazul oricărei ciocniri, se pot distinge două faze: prima fază – cea a comprimării – este caracterizată de transformarea treptată a energiei inițiale de mișcare (cinetice) în energie potențială de deformare. Din legea lui Hooke se știe că forța generată de deformarea corpurilor (forța elastică) este proporțională cu deformarea. Dacă corpurile în timpul deformării se supun legii lui Hooke forța este conservativă și toată energia potențială elastică este transferată în energie cinetică (fig. 2). Dacă ciocnirea nu se supune legii lui Hooke, o parte din energie va fi disipată ca energie internă. În cazul în care, în urma ciocnirii, corpurile se separă, are loc a doua fază, transformarea energiei potențiale de deformare în energie cinetică. Dacă în urma ciocnirii corpurile formează un singur corp comun, după ciocnire ele se vor deplasa cu o viteză comună.

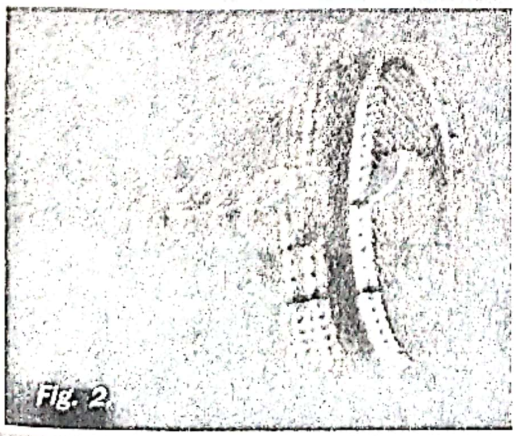


Fig. 2

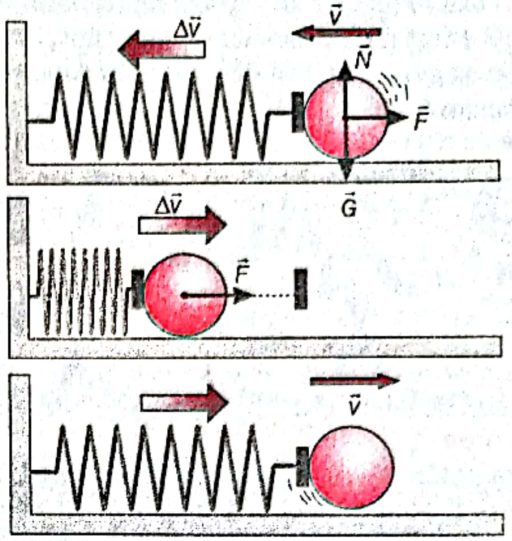


Fig. 3. *Fazele unui proces de ciocnire a unui corp cu un resort elastic. Evidențiați tipurile de energii mecanice posedate de corpuri și transformările acestora.*

În timpul unui proces de ciocnire apar forțe de interacțiune între corpurile care se ciocnesc (fig. 4).

Componentele normale ale acestor forțe se datorează deformărilor elastice, iar cele tangențiale frecării.

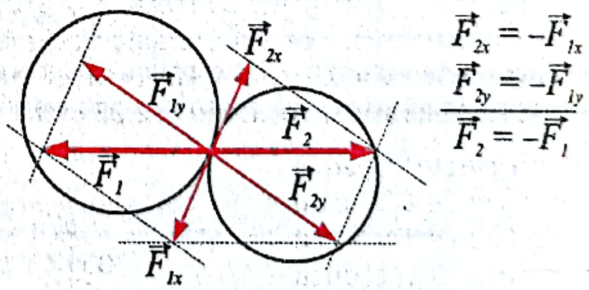


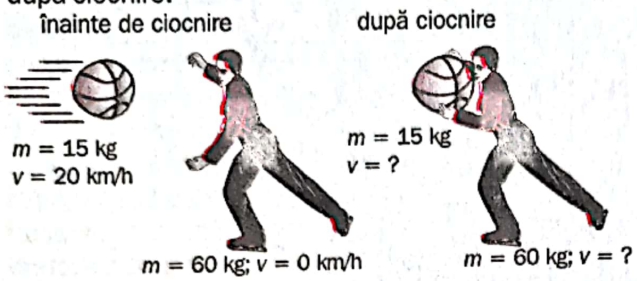
Fig. 4. *În timpul unui proces de ciocnire apar forțe de interacțiune între corpurile care se ciocnesc.*

Studiul unui număr mare de astfel de interacțiuni a evidențiat faptul că, în urma ciocnirii, impulsul total al sistemului se conservă.

Scanned with OKEN Scanner

Exemple

1. În diagrama de mai jos este reprezentată ciocnirea unei mingi medicinale cu un patinator. Folosind datele din diagramă, stabiliți vitezele celor două corpuri după ciocnire.



Rezolvare

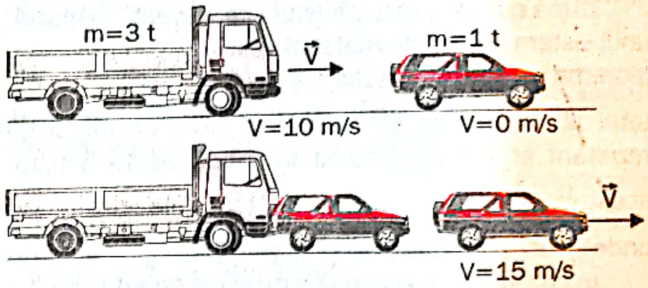
Dacă notăm cu p_1 impulsul inițial al mingii, cu p_2 pe cel al patinatorului și cu p' impulsul acestora după ciocnire, legea conservării impulsului sistemului se scrie $p_1 + p_2 = p'$. Ciocnirea fiind frontală, relația impulsului este scrisă sub formă scalară.

$m_1v_1 + m_2v_2 = (m_1 + m_2)v$ de unde:

$$v = \frac{m_1v_1 + m_2v_2}{m_1 + m_2} =$$

$$= \frac{15\,\text{kg} \cdot 20\,\text{km/h} + 60\,\text{kg} \cdot 0\,\text{km/h}}{15\,\text{kg} + 60\,\text{kg}} = 4\,\text{km/h}.$$

2. Un camion de 3 t ce se deplasează cu viteza de 10 m/s ciocnește un automobil de 1 t, care staționa. Dacă după ciocnire automobilul este aruncat cu o viteză de 15 m/s și presupunând că în timpul ciocnirii impulsul se conservă, determinați viteza camionului după ciocnire.



Rezolvare

Tabelul următor prezintă impulsurile inițiale ale celor două mijloace de transport.

masa corpului (kg)	viteza inițială (m/s)	impulsul inițial (kg·m/s)
3000	10	30000
1000	0	0

Din legea conservării impulsului rezultă că impulsul total al celor două mijloace de transport după ciocnire trebuie să fie egal cu impulsul total înainte de ciocnire, adică cu 30000 kg·m/s. Dacă din acest impuls automobilului îi revine impulsul:

$p_a = m_av_a = 1000\,\text{kg} \cdot 15\,\text{m/s} = 15000\,\text{kg·m/s}$, rezultă că impulsul camionului după ciocnire este tot de 15000 kg·m/s. La o masă de 3000 kg viteza acestuia va fi: $v_c = \frac{p_c}{m_c} = \frac{15000\,\text{kg} \cdot \text{m/s}}{3000\,\text{kg}} = 5\,\text{m/s}$.

Rezumat

- Legea conservării impulsului arată că în cazul unui sistem izolat (în care rezultanta forțelor externe este nulă) variația impulsului total al sistemului este nulă.

$$\Delta\vec{P} = 0$$

Aceasta este echivalent cu a spune că impulsul inițial $\vec{P}_i$ este egal cu impulsul final $\vec{P}_f$, unde $\vec{P}_i$ și $\vec{P}_f$ sunt impulsurile rezultante ale componentelor sistemului înainte și după interacțiune. În acest caz în sistem va avea loc o redistribuire de impuls între părțile componente ale acestuia.

Verificați-vă cunoștințele

1. Dacă energia cinetică a unei particule este zero, care este impulsul ei?

2. Considerați un mușuroi de furnici cu mase egale. Dacă impulsul total al furnicilor este zero, ce puteți spune cu privire la mișcarea lor? Dacă energia cinetică totală este zero, ce se poate spune despre mișcarea lor?

3. Este posibil ca într-o ciocnire să se piardă întreaga energie cinetică? Dați un exemplu.

4. Dacă impulsul unui glonte este la fel de mare ca acela al unei puști, de ce nu este la fel de periculos să fii lovit de pușcă, cum este să fii lovit de glonte?

Scanned with OKEN Scanner

5. Dacă două particule au aceeași energie cinetică, este obligatoriu ca ele să aibă același impuls?

6. Considerați ciocnirea neelastică dintre un automobil și un camion de mare tonaj. Care din vehicule va pierde mai multă energie cinetică în urma ciocnirii, dacă ambele se deplasau cu aceeași viteză?

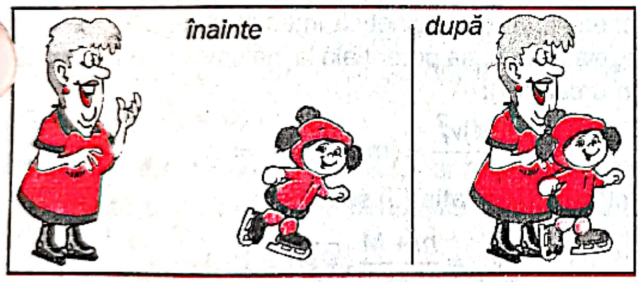
7. Dacă se dublează viteza unei particule, cu ce factor se va modifica impulsul ei? Dar energia ei cinetică?

8. Un copil stă în picioare într-o barcă, pe o apă stătătoare. Ce se întâmplă cu barca când copilul se deplasează la celălalt capăt al bărcii?

9. Un expert în karate poate sparge o placă de beton cu mâna. Cum este posibil acest lucru?

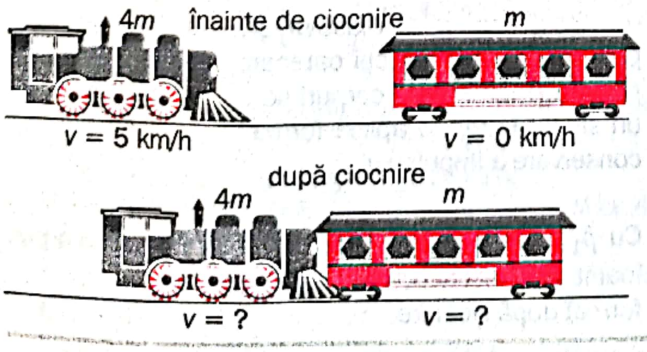
10. Dacă o minge cade spre Pământ, impulsul ei crește. Este acest lucru în acord cu legea conservării impulsului?

11. Bunica o învață pe nepoată să patineze. Văzând că aceasta este aproape să cadă, vine spre ea și o ia în brațe. Urmărind diagrama de mai jos, stabiliți vitezele celor două după ciocnire.

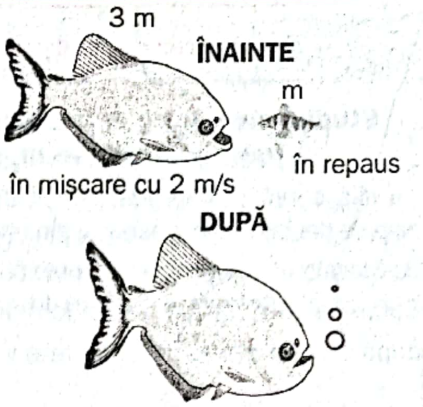


$m = 80$ kg $\quad m' = 40$ kg $\quad m + m'$
$v = 6$ m/s $\quad v' = 0$ m/s $\quad v' = ?$ m/s

12. O locomotivă cu masa de 4 ori mai mare decât a unui vagon se deplasează în triaj cu 5 km/h. Ciocnește vagonul și se cuplează cu acesta. Dacă vagonul era inițial în repaus, care va fi viteza celor două după ciocnire?



13. În ocean un pește mare, având o viteză de 2 m/s, înghite un pește mic cu masa de 3 ori mai mică decât a sa, care se află în repaus. Care va fi viteza peștelui sătul după ce a luat masa?



14. De ce este dificil pentru un pompier să țină în loc furtunul prin care iese o cantitate mare de apă?

15. Dacă un camion lovește o bicicletă:
a) asupra cărui vehicul forța de impact va fi mai mare?
b) impulsul cărui vehicul va fi mai mare?
c) care vehicul va avea o variație de impuls mai mare?
d) care vehicul va avea o accelerație mai mare?

16. Dacă o minge este aruncată pe verticală cu un impuls de 10 unități, care va fi impulsul Pământului?

17. În cazul problemei precedente, dacă viteza mingiei este de 2 m/s, care este viteza Pământului? Se dau masa mingiei 5 kg și masa Pământului $6 \cdot 10^{24}$ kg.

18. În cazul tabelelor de mai jos în care este descris ce se întâmplă cu impulsul în ciocnirea frontală a două corpuri, completați în caiet datele lipsă.

	înainte de ciocnire	după ciocnire
Corpul 1	80	
Corpul 2	–40	10
Total		

	înainte de ciocnire	după ciocnire
Corpul 1	0	5000
Corpul 2	0	
Total		

19. Un om cu masa de 50 kg împinge un bloc pe lacul înghețat și capătă o viteză de 30 m/s.
a) Care este viteza blocului?
b) Care este impulsul total al sistemului după ce omul împinge blocul?
c) Care dintre următoarele activități pot fi realizate de om?
– să miște doar blocul către țărm;
– să se deplaseze doar el către țărm;
– să deplaseze și blocul și pe el însuși către țărm.

Scanned with OKEN Scanner

Studiul ciocnirii plastice frontale a două corpuri de mase m_1 și m_2

Să considerăm două corpuri de mase m_1 și m_2, care se deplasează pe aceeași direcție și în același sens cu vitezele $\vec{v}_1$ și $\vec{v}_2$ ($v_1 > v_2$) potrivit diagramei din fig.1. Corpurile se ciocnesc frontal formând un corp comun după care se deplasează cu viteza $\vec{v}$.

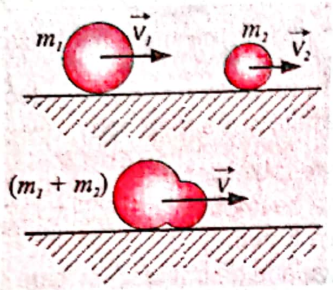


Fig. 1. Ciocnire plastică a două corpuri.

Legea de conservare a impulsului, este:

$$m_1v_1 + m_2v_2 = (m_1 + m_2)v \qquad (1)$$

de unde rezultă că viteza v a corpului nou format după ciocnire este:

$$v = \frac{m_1v_1 + m_2v_2}{m_1 + m_2}. \qquad (2)$$

Observație

Deoarece mișcarea celor două corpuri se desfășoară după aceeași dreaptă, legea de conservarea a impulsului total al sistemului a fost scrisă sub formă scalară.

În cazul acestei ciocniri, o parte a energiei cinetice se transformă ireversibil în alte forme de energie (termică, sonoră etc.). Se poate scrie o lege de conservare a energiei totale, sub forma:

$$\frac{m_1v_1^2}{2} + \frac{m_2v_2^2}{2} = \frac{(m_1 + m_2)v^2}{2} + Q, \qquad (3)$$

unde Q reprezintă energia mecanică transformată ireversibil. Înlocuind viteza v din relația (2) în (3), se obține pentru Q expresia:

$$Q = \frac{m_rv_r^2}{2} \qquad (4)$$

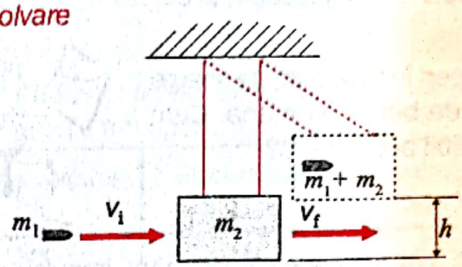
cu $m_r = \frac{m_1m_2}{m_1 + m_2}$ și $v_r = v_1 - v_2$, unde m_r reprezintă *masa redusă*, iar v_r este *viteza relativă*.

Exemplu

Pendulul balistic este un dispozitiv utilizat în măsurarea vitezei unui proiectil. Proiectilul lovește un bloc de lemn suspendat. Proiectilul se oprește în bloc și întregul sistem se deplasează urcând o anumită înălțime h pe verticală.

Considerând masa proiectilului $m = 5$ g, iar a pendulului $M = 1$ kg și înălțimea la care acesta a urcat după ciocnire $h = 5$ cm, să se determine: a) viteza proiectilului; b) energia mecanică transformată ireversibil în timpul ciocnirii.

Rezolvare



a) Ciocnirea dintre proiectil și bloc este plastică.

Aplicând ecuația conservării impulsului se poate scrie:

$$mv_i = (m + M)v_f. \qquad (5)$$

În ecuație sunt două necunoscute, v_i și v_f, pe ultima însă putem să o determinăm din legea conservării energiei. Energia cinetică imediat după ciocnire va fi egală cu energia potențială la înălțimea maximă atinsă în urcare (h):

$$\frac{(m+M)v_f^2}{2} = (m+M)gh \Rightarrow v_f = \sqrt{2gh}.$$

Înlocuind în relația (5) se obține:

$$v_i = \frac{m+M}{m}\sqrt{2gh} = 199 \text{ m/s}.$$

b) Din relația: $Q = \frac{m_rv_r^2}{2}$,

unde $m_r = \frac{mM}{m+M}$, iar $v_r = v_i$, se obține $Q = 98{,}5$ J.

Studiul ciocnirii plastice în plan a două corpuri de mase m_1 și m_2

Două corpuri, de mase m_1 și m_2, se deplasează în plan, după două direcții oarecare, cu vitezele v_1 și v_2 (fig. 2). Dacă aceste corpuri se ciocnesc și formează un singur corp, se aplică forma vectorială a legii de conservare a impulsului:

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}. \qquad (6)$$

Cu $\vec{p}_1$ și $\vec{p}_2$ s-au notat impulsurile celor două corpuri înainte de ciocnire, iar cu $\vec{p}$ impulsul corpului nou format după ciocnire.

Scanned with OKEN Scanner

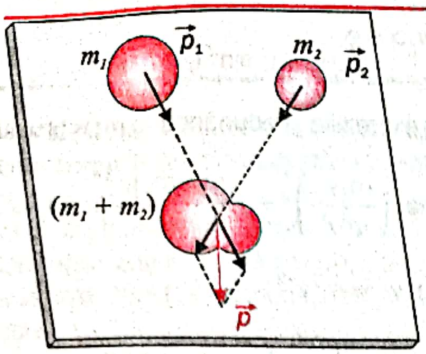


Fig. 2. Ciocnire plastică a două corpuri în plan.

Atenție! Determinarea direcției de deplasare a corpului nou format se obține din compunerea impulsurilor și nu a vitezelor (fig. 3). Direcțiile vitezei rezultante și a impulsului rezultant coincid doar în cazul în care masele celor două corpuri sunt egale.

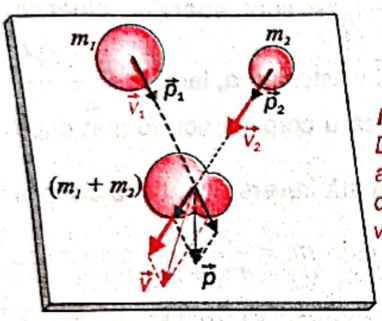


Fig. 3. *Direcția de deplasare a corpului după ciocnire este direcția vectorului impuls.*

Rezolvarea problemei face apel la metoda analitică de compunere a vectorilor (Anexa V), în acest caz a impulsurilor $\vec{p}_1$ și $\vec{p}_2$.

• Se descompun impulsurile $\vec{p}_1$ și $\vec{p}_2$ după direcția rezultantă și o direcție perpendiculară pe aceasta (fig. 4). Dacă α_1 și α_2 sunt unghiurile făcute de cei doi vectori cu direcția vectorului rezultant, componentele impulsurilor pe cele două direcții vor fi:

$p_{1x} = p_1 \cos\alpha_1$;

$p_{1y} = p_1 \sin\alpha_1$;

$p_{2x} = p_2 \cos\alpha_2$;

$p_{2y} = p_2 \sin\alpha_2$.

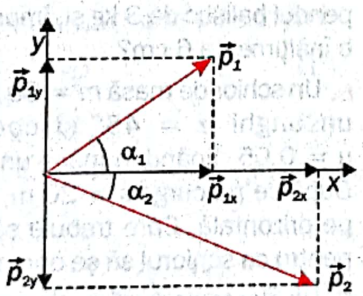


Fig. 4. Compunerea analitică a impulsurilor.

• Se însumează componentele pe cele două direcții.

Pe direcția de deplasare impulsul va fi:

$p = p_{1x} + p_{2x}$, iar pe direcție perpendiculară cele două componente p_{1y} și p_{2y} se anulează.

Ecuația vectorială (5) este echivalentă cu două ecuații scalare:

$p_1 \cos\alpha_1 + p_2 \cos\alpha_2 = p$ și $p_1 \sin\alpha_1 = p_2 \sin\alpha_2$

În raport cu datele problemei se rezolvă sistemul de mai sus.

Un alt caz de ciocnire plastică

Tot ca o ciocnire plastică poate fi tratată și următoarea situație. O gazelă se află în repaus pe o scândură aflată la rândul ei în repaus pe gheață. La un moment dat gazela face un salt punând în mișcare în sens opus scândura (fig. 5).

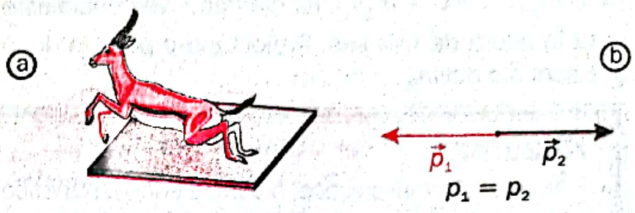


Fig. 5.

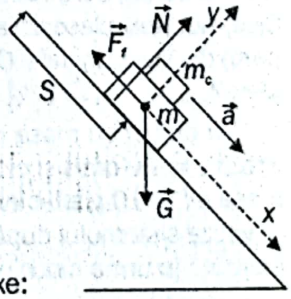
Dacă întreaga acțiune din exemplul anterior ar fi fost filmată și filmul ar fi fost derulat în sens invers am fi avut un exemplu de ciocnire plastică. Doar derularea inversă a filmului nu ar fi produs modificarea impulsului celor două corpuri și implicit a impulsului total al sistemului. În exemplul dat impulsul inițial al sistemului fiind nul și impulsul final va fi tot nul.

Este de remarcat că potrivit naturii vectoriale a impulsului, impulsurile finale ale celor două corpuri trebuie să fie egale și de sens contrar (fig. 5.b). Cele două corpuri se vor deplasa în sensuri opuse.

În mod similar se pot trata problemele care fac referire la exploziile unor corpuri, reacțiile de fisiune sau dezintegrările nucleare.

Exemplu

Un schior de masă $m = 60$ kg coboară pe o pistă cu un unghi $\alpha = 45°$ și coeficientul de frecare $\mu = 0{,}05$, ținând în mâini un pachet cu masa de $m_c = 5$ kg. După ce parcurge distanța $s = 20$ m, schiorul aruncă pe direcția verticală față de pistă pachetul, cu viteza $v' = 5$ m/s. Care va fi viteza schiorului după aruncare?



Rezolvare

Forțele care acționează asupra schiorului sunt: $\vec{N}, \vec{G}, \vec{F}_f$. Principiul al II-lea al mecanicii se scrie:

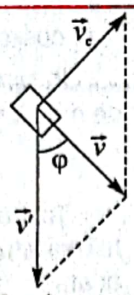
$(m + m_c)\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_f = m\vec{a}$

sau, proiectat pe cele două axe:

Scanned with OKEN Scanner

$$\begin{cases} -(m+m_c)g\cos\alpha + N = 0 \\ -F_f + (m+m_c)g\sin\alpha = (m+m_c)a' \end{cases}$$

unde $F_f = \mu N$. Înlocuind și rezolvând sistemul se obține: $a = g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)$.



În momentul aruncării corpului, schiorul are viteza:

$v^2 = 2as = 2gs(\sin\alpha - \mu\cos\alpha) \Rightarrow v = 16{,}22$ m/s.

Legea de conservare a impulsului se scrie: $(m+m_c)\vec{v} = m\vec{v}' + m_c\vec{v}_c$, iar diagrama vectorială este dată în figura de mai sus. Proiectând-o pe cele două axe aceasta devine:

$$\begin{cases} (m+m_c)v = mv'\cos\varphi \\ m_c v_c = mv'\sin\varphi \end{cases}$$

. Cum: $\sin^2\varphi + \cos^2\varphi = 1$, ridicând la pătrat expresiile și adunându-le membru cu membru se obține: $\left(\frac{m_c v_c}{mv'}\right)^2 + \left(\frac{(m+m_c)v}{mv'}\right)^2 = 1 \Leftrightarrow$

$m_c^2 v_c^2 + (m+m_c)^2 v^2 = m^2 v'^2$;

$v'^2 = \left(\frac{m_c}{m}\right)^2 v_c^2 + \left(1+\frac{m_c}{m}\right)^2 v^2 \Rightarrow v' = 17{,}57$ m/s.

Rezumat

- În cazul ciocnirii plastice, o parte a energiei cinetice se transformă ireversibil în alte forme de energie.
- În cazul ciocnirii frontale a două corpuri de mase m_1 și m_2, care inițial se deplasau cu vitezele $\vec{v}_1$ și $\vec{v}_2$ legea de conservare a impulsului este:

$$m_1v_1 + m_2v_2 = (m_1 + m_2)v.$$

- Legea conservării energiei totale este:

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{(m_1+m_2)v^2}{2} + Q,$$

unde: $\frac{m_1 v_1^2}{2}$ și $\frac{m_2 v_2^2}{2}$ sunt energiile cinetice înainte de ciocnire, v este viteza, iar $\frac{(m_1+m_2)v^2}{2}$ este energia cinetică a corpului nou format după ciocnire.

- Energia transformată ireversibil în urma ciocnirii este: $Q = \frac{m_r v_r^2}{2}$, unde $m_r = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$ este masa redusă, iar $v_r = v_1 - v_2$ este viteza relativă.

Verificați-vă cunoștințele

1. Deduceți relația de calcul a energiei mecanice pierdute în urma unei ciocniri plastice frontale dintre două corpuri de mase m_1 și m_2, ce se deplasează în același sens și direcție, cu vitezele $\vec{v}_1$ și $\vec{v}_2$.

2. Două bile de plastilină se ciocnesc frontal, perfect neelastic. Presupunând că masele celor două bile sunt $m_1 = 0{,}5$ kg și $m_2 = 0{,}25$ kg, iar vitezele $v_1 = 4$ m/s și $v_2 = -3$ m/s, să se determine: a) viteza după ciocnire; b) energia cinetică pierdută în timpul ciocnirii.

3. O sferă cu masa $m = 3$ kg ciocnește perfect neelastic și frontal o a doua sferă, care inițial este în repaus. Sistemul se deplasează apoi cu o viteză egală cu a patra parte din viteza inițială. Care este masa celei de-a doua sfere?

4. Un obiect cu masa $m = 20$ g se deplasează cu o viteză $v = 10$ cm/s și ciocnește neelastic un obiect cu masa $m' = 10$ g aflat în repaus. Care este: a) viteza sistemului după ciocnire; b) energia cinetică pierdută în urma ciocnirii.

5. Care este viteza unui glonte de 10 g care lovește un pendul balistic de 3 kg și, împreună cu acesta, urcă la o înălțime de 6 cm?

6. Un schior de masă $m = 60$ kg coboară pe o pistă cu un unghi $\alpha = 45°$ și coeficientul de frecare $\mu = 0{,}05$, ținând în mâini un corp cu masa de 5 kg. După ce parcurge $s = 20$ m, schiorul aruncă corpul, pe orizontală. Care trebuie să fie viteza de aruncare pentru ca schiorul să se oprească?

7. Un glonte de 0,05 kg, tras vertical în sus cu o viteză inițială de 300 m/s, nimerește o minge de baschet de 0,15 kg aflată în repaus. Până la ce înălțime se va ridica sistemul?

8. Un glonte de 10 g tras într-un bloc de 200 g face ca acesta să cadă la o distanță de doi metri de marginea mesei. Dacă inițial blocul se află în repaus, să se determine viteza glontelui. Se dă înălțimea mesei $h = 0{,}5$ m.

Scanned with OKEN Scanner

P.5. Ciocniri perfect elastice

Ciocnirea perfect elastică reprezintă ciocnirea în care corpurile sunt necuplate și înainte și după ciocnire, iar în timpul acesteia energia mecanică se transformă – total reversibil – dintr-o formă în alta, fără transformare în alte forme de energie. În acest tip de ciocnire sunt valabile atât *legea conservării impulsului* cât și *legea conservării energiei cinetice*.

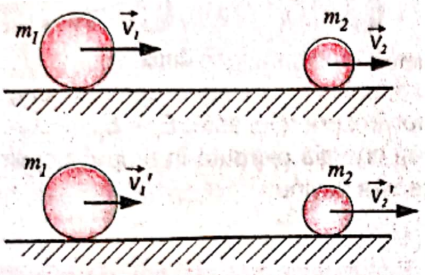


Fig. 1. *Ciocnirea elastică a două corpuri.*

În cazul a două corpuri, de mase m_1 și m_2, care inițial se deplasează cu vitezele $\vec{v}_1$ și $\vec{v}_2$ și care, după ciocnirea frontală, își vor continua mișcarea pe direcția inițială de deplasare și în același sens, cu vitezele $\vec{v}'_1$ și $\vec{v}'_2$ (fig. 1), cele două legi se scriu:

$$m_1v_1 + m_2v_2 = m_1v_1' + m_2v_2' \qquad (1)$$

$$\frac{m_1v_1^2}{2} + \frac{m_2v_2^2}{2} = \frac{m_1v_1'^2}{2} + \frac{m_2v_2'^2}{2}. \qquad (2)$$

Pentru rezolvarea sistemului format de ecuațiile (1) și (2), se grupează termenii după mase și se obține:

$$m_1(v_1 - v_1') = m_2(v_2' - v_2) \qquad (1')$$

$$m_1\left(v_1^2 - v_1'^2\right) = m_1\left(v_2'^2 - v_2^2\right). \qquad (2')$$

Împărțind membru cu membru relația (2') la (1'), rezultă:

$$\frac{(v_1 - v_1')(v_1 + v_1')}{v_1 - v_1'} = \frac{(v_2' - v_2)(v_2' + v_2)}{v_2' - v_2} \qquad (3)$$

adică: $v_1 + v_1' = v_2' + v_2.$ (4)

În acest fel, gradul ecuației (2) din sistem a fost redus.

Prin rezolvarea sistemului format de ecuațiile (1) și (4), se obțin vitezele celor două corpuri după ciocnire.

$$v_1' = 2\frac{m_1v_1 + m_2v_2}{m_1 + m_2} - v_1 \qquad (5)$$

și $$v_2' = 2\frac{m_1v_1 + m_2v_2}{m_1 + m_2} - v_2. \qquad (6)$$

Cazuri particulare

Considerând ciocnirea elastică a două corpuri, să se stabilească relațiile vitezelor în următoarele cazuri:

a) corpurile au mase egale

Aplicând relațiile (3) și (4) pentru $m_1 = m_2 = m$, rezultă:

$$v'_1 = v_2 \quad \text{și} \quad v'_2 = v_1$$

adică în urma ciocnirii, corpurile își vor schimba vitezele între ele.

b) corpurile au mase egale, dar unul din ele este inițial în repaus ($v_2 = 0$)

Considerând $v_2 = 0$ și aplicând relațiile obținute la punctul anterior, se obține:

$$v'_1 = 0 \quad \text{și} \quad v'_2 = v_1.$$

c) corpul de masă m_2 are masa mult mai mare decât corpul de masă m_1 (ciocnirea cu un perete).

În acest caz, se aplică relațiile (5) și (6), pentru $m_1 = m$, $m_2 = M$ și $M \gg m$.

$$v_1' = 2\frac{\frac{m}{M}v_1}{\frac{m}{M}+1} - v_1 \text{ și } v_2' = 2\frac{\frac{m}{M}v_2}{\frac{m}{M}+1} - v_2.$$

Prin împărțirea cu M a ambelor relații, s-a obținut raportul m/M a cărui valoare, în condiția impusă, tinde către zero. Se obține:

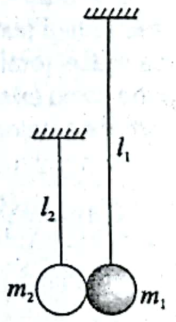
$$v'_1 = -v_1 \quad \text{și} \quad v'_2 = 0.$$

Exemple

1. Două bile, de mase $m_1 = 10$ g și $m_2 = 30$ g, sunt suspendate de două fire de lungimi $l_1 = 1$ m și $l_2 = 50$ cm astfel încât bilele se ating. Dacă prima bilă este deviată cu unghiul $\alpha = 60°$ și apoi este lăsată liberă, cu ce unghi față de verticală vor devia corpurile, după ciocnirea plastică? Dar după o ciocnire perfect elastică?

Rezolvare

Aplicând legea conservării energiei, se determină viteza bilei de masă m_1 înainte de ciocnire.



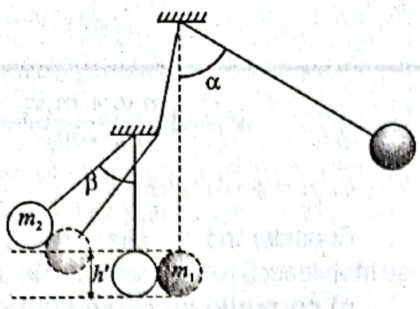
$$m_1gl\left(1 - \cos 60°\right) = \frac{m_1v^2}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{2gl_1\left(1 - \cos 60°\right)} = 3{,}16$$

Scanned with OKEN Scanner

După ciocnirea perfect plastică din legea conservării impulsului, se obține $m_1v = (m_1 + m_2)V$.

Viteza după ciocnirea celor două corpuri este:



$$v' = \frac{m_1}{m_1 + m_2} \cdot \sqrt{2gl_1(1 - \cos 60°)} = 0{,}79 \text{ m/s}.$$

Aplicând legea conservării energiei pentru cele două bile cuplate:

$$\frac{(m_1 + m_2)v'^2}{2} = (m_1 + m_2)gh'$$

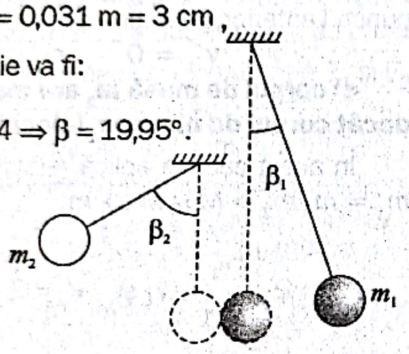
se obține înălțimea h' la care urcă corpurile:

$$h' = \frac{v'^2}{2g} = 0{,}031 \text{ m} = 3 \text{ cm},$$

iar unghiul de deviație va fi:

$$\cos\beta = \frac{l_2 - h'}{l_2} = 0{,}94 \Rightarrow \beta = 19{,}95°.$$

În cazul ciocnirii perfect elastice, vitezele după ciocnire vor fi:



$$v_1' = 2\frac{m_1v_1}{m_1 + m_2} - v_1 = -1{,}58 \text{ m/s}$$

și respectiv $v_2' = 2\frac{m_1v_1}{m_1 + m_2} = 1{,}58 \text{ m/s}$.

Înălțimile la care urcă corpurile după ciocnire vor fi: $h_1 = h_2 = \frac{v_1'^2}{2g} = 12{,}5 \text{ cm}$,

iar unghiurile de deviație sunt:

$$\cos\beta_1 = \frac{h - h_1}{l_1} = 0{,}875 \Rightarrow \beta_1 = 28{,}95°;$$

$$\cos\beta_2 = \frac{l_2 - h_2}{l_2} = 0{,}75 \Rightarrow \beta_2 = 41{,}4°$$

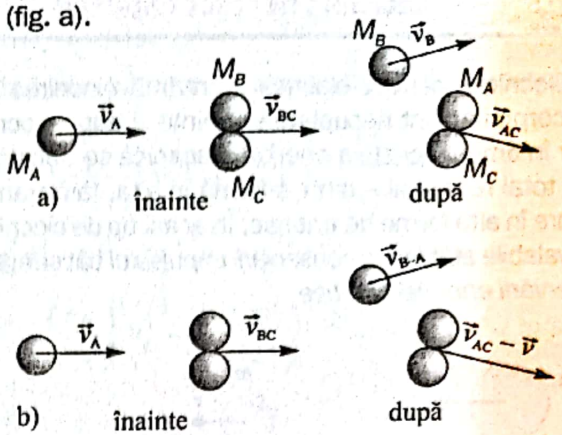
2. Arătați că într-o reacție chimică în care atomii reactanților sunt rearanjați sau schimbați cu conservarea masei totale, impulsul total se conservă. Se presupune că nu există forțe externe care să acționeze asupra componentelor din sistem.

Rezolvare

Considerând reacția dată de expresia:

$$A + BC \rightarrow B + AC,$$

unde BC este o moleculă formată din atomii B și C în reacție atomul C se atașează atomului A dând molecula AC (fig. a).



Ecuația conservării energiei este: $E_i = E_f$, unde E_f conține și energia pierdută în timpul ciocnirii. Explicitând-o aceasta devine:

$$\frac{1}{2}M_Av_A^2 + \frac{1}{2}(M_B + M_C)v_{BC}^2 =$$

$$= \frac{1}{2}M_Bv_B^2 + \frac{1}{2}(M_A + M_C)v_{AC}^2 + \Delta\varepsilon,$$

unde $\Delta\varepsilon$ reprezintă variația de energie de legare a moleculelor care iau parte la reacție. Într-un alt sistem de referință ce se deplasează cu viteza v față de primul, vitezele vor fi diferența între vitezele în vechiul SR și viteza de deplasare a noului SR în raport cu cel vechi. În această scriere, legea conservării energiei este:

$$\frac{1}{2}M_A(v_A - v)^2 + \frac{1}{2}(M_B + M_C)(v_{BC} - v)^2 =$$

$$= \frac{1}{2}M_B(v_B - v)^2 + \frac{1}{2}(M_A + M_C)(v_{AC} - v)^2 + \Delta\varepsilon.$$

Cele două ecuații sunt consistente, dacă $M_Av_A + (M_B + M_C)v_{BC} = M_Bv_B + (M_A + M_C)v_{AC}$, care este legea de conservare a impulsului.

3. Un obiect cu masă mică având o viteză de 10 m/s orientată spre dreapta ciocnește un obiect cu masă mai mare aflat în repaus. Care este viteza corpului mic după ciocnire?

a) 10 m/s spre dreapta; b) 5 m/s spre dreapta;
c) 5 m/s spre stânga; d) 12 m/s spre stânga.

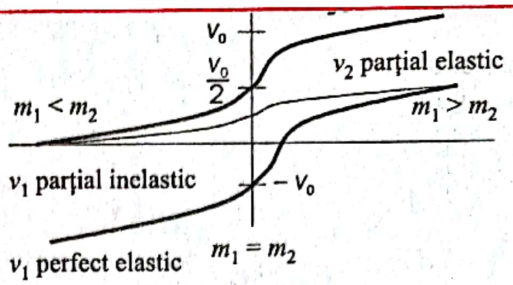
Rezolvare

Variantele de răspuns a) și b) sunt o violare a conservării impulsului. Corpul cu masă mică nu se poate deplasa spre dreapta mai rapid decât corpul cu masă mare decât dacă ar trece prin el. Dacă corpul cu masă mare ar avea aceeași masă ca și corpul cu masă mică, conservarea impulsului ar avea loc pentru o viteză de cel mult 5 m/s. Alegerea d) violează legea de conser-

Scanned with OKEN Scanner

vare a energiei deoarece corpul cu masă mică ar avea mai multă energie decât înainte de ciocnire.

Graficul alăturat arată vitezele finale ale celor două corpuri în funcție de masele lor când unul dintre corpuri este în repaus: m_1 și m_2 sunt masele celor două corpuri, v_0 și v_1 sunt viteza inițială și finală a corpului care se deplasează înainte de ciocnire, iar v_2 viteza celui de-al doilea corp după ciocnire (corp care inițial se afla în repaus). Graficul alăturat a fost construit utilizând legile de conservare a impulsului și energiei. Deoarece cel de-al doilea corp are o masă mai mare se urmărește jumătatea stângă a graficului.



Rezumat

- În cazul ciocnirilor perfect elastice se conservă atât energia cinetică cât și impulsul total al sistemului. În cazul ciocnirii frontale a două corpuri de mase m_1, m_2 având vitezele inițiale v_1, v_2 cele două legi de conservare se scriu:

$$m_1v_1 + m_2v_2 = m_1v_1' + m_2v_2'$$

$$\frac{m_1v_1^2}{2} + \frac{m_2v_2^2}{2} = \frac{m_1v_1'^2}{2} + \frac{m_2v_2'^2}{2}$$

- Vitezele după ciocnire sunt date de relațiile:

$$v_1' = 2\frac{m_1v_1 + m_2v_2}{m_1 + m_2} - v_1;\ v_2' = 2\frac{m_1v_1 + m_2v_2}{m_1 + m_2} - v_2$$

Verificați-vă cunoștințele

1. Un corp cu masa $m = 8$ kg se deplasează spre est cu viteza $v = 15$ m/s, pe o suprafață fără frecare. După ciocnirea perfect elastică cu un corp cu masa $m' = 10$ kg, se va deplasa spre sud cu o viteză $v' = 4$ m/s. Care este viteza celui de-al doilea corp după ciocnire, dacă inițial era în repaus? Ce procent din energia cinetică se pierde prin ciocnire?

2. Două pucuri de mase $m_1 = 1{,}2\ m_2$ au impulsuri egale înainte de ciocnire și se deplasează în sensuri opuse, pe aceeași direcție. a) Dacă pucul de masă m_1 are o viteză $v_1 = 10$ m/s, care va fi viteza lor după ciocnire? b) Dar dacă se deplasează unul spre celălalt cu vitezele $v_1 = 30$ m/s și $v_2 = -20$ m/s, ciocnirea fiind frontală și perfect elastică, care vor fi vitezele după ciocnire?

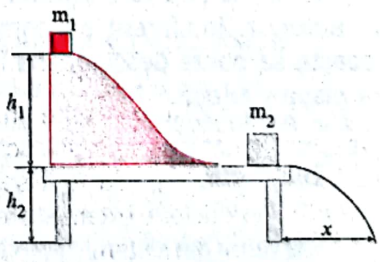
3. Un nucleu instabil, cu masa $m = 1{,}7 \cdot 10^{-26}$ kg, în repaus în originea sistemului de coordonate, se dezintegrează în trei particule, de mase, una $m_1 = 5 \cdot 10^{-27}$, care se deplasează de-a lungul axei y cu $v_1 = 6 \cdot 10^6$ m/s, și alta de masă $m_2 = 8{,}4 \cdot 10^{-27}$ kg, ce se deplasează de-a lungul axei x cu viteza $v_2 = 4 \cdot 10^6$ m/s. Care sunt viteza și direcția de deplasare a celei de-a treia particule?

4. Un corp de masă $m_1 = 0{,}5$ kg este lăsat liber în vârful unei pante cu masa $m = 3$ kg. Dacă viteza corpului la ieșirea pe plan este $v = 5$ m/s, să se determine: a) viteza corpului în formă de pantă când corpul ce se deplasează pe el îi părăsește suprafața; b) care este înălțimea pantei corpului?

5. Două bile, de mase $m_1 = 10$ g și $m_2 = 30$ g, sunt suspendate de două fire de lungimi $l_1 = 1$ m și $l_2 = 50$ cm, astfel încât bilele se ating. Dacă prima bilă este deviată cu unghiul $\alpha = 60°$ și apoi este lăsată liberă, cu ce unghi față de verticală vor devia bilele după ciocnirea plastică? Dar după o ciocnire perfect elastică?

6. O bilă ce cade liber de la înălțimea $H = 10$ m lovește un plan înclinat, sub un unghi $\alpha = 30°$, la înălțimea $h = 5$ m de la baza planului. Până la ce înălțime urcă bila după ciocnirea, perfect elastică, cu planul?

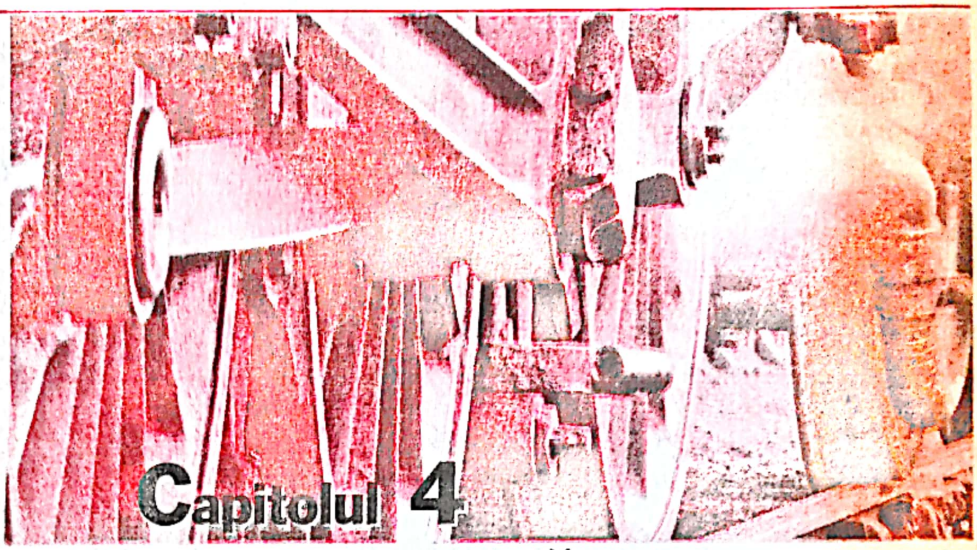
7. Un corp cu masa $m_1 = 0{,}2$ kg este lăsat liber pe o pantă. Dacă mișcarea pe plan, în lungime de 3 m, se desfășoară fără frecare iar la capătul planului corpul ciocnește perfect elastic un al doilea corp cu masa de 0,5 kg, să se determine:



a) vitezele celor două corpuri imediat după ciocnire;
b) distanța x, față de masă, la care aterizează corpul cu masa de 0,5 kg; c) cât de sus urcă înapoi pe pantă corpul de masă m_1; d) la ce distanță x' față de masă va ateriza corpul de masă m_2. Se dau $h_1 = 3$ m și $h_2 = 1$ m.

Scanned with OKEN Scanner

4.1. Echilibrul de translație
4.2. Echilibrul de rotație



Capitolul 4
ELEMENTE DE STATICĂ

4.1. Echilibrul de translație

4.1.1. Mișcări de translație, mișcări de rotație

Mișcările corpurilor solide sunt complexe. O minge de rugby șutată de un jucător se va deplasa pe o traiectorie curbilinie, dar va avea simultan și o mișcare de rotație în jurul uneia din axele sale (fig. 1).

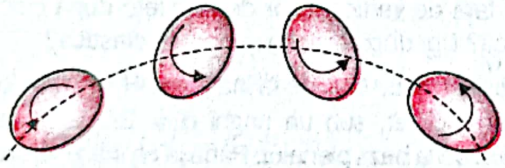


Fig. 1. Deplasarea unei mingi de rugby.

Și alte corpuri din jurul nostru efectuează mișcări complexe: apa unui râu, o albină, planeta noastră sau un autobuz. Indiferent de complexitatea mișcării, aceasta se poate descompune în mișcări simple de translație și rotație.

Dicționar
Translația unui solid = mișcare în care, în fiecare moment, toate punctele sale au aceeași viteză.

Fig. 2. Deplasarea unui corp prin translație.

Dicționar
Rotația unui solid în jurul unei axe fixe = mișcare în care fiecare punct al corpului descrie o traiectorie circulară, al cărei centru de rotație se află pe axă.

În fig. 3, solidul S are o mișcare de rotație în jurul unei axe fixe (Δ).

În cursul rotației, fiecare dintre punctele corpului se deplasează pe un cerc: pentru M_1, de exemplu, centrul traiectoriei este C_1, aflat pe axa Δ și în planul perpendicular pe ea.

În cursul mișcării, punctele *A*, *B*, *C* aflate pe axă sunt imobile, în timp ce M_1, M_2 și M_3 descriu traiectorii circulare, cu viteze diferite, în jurul acestei axe.

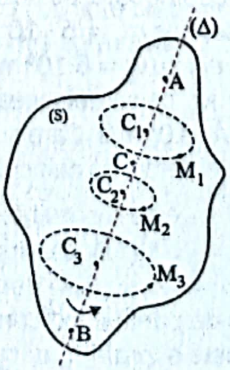


Fig. 3. Mișcare de rotație.

Scanned with OKEN Scanner

4.1.2. Compunerea forțelor

Corpurile sunt supuse de obicei acțiunii mai multor forțe, care formează un sistem de forțe. Dacă dreptele-suport ale acestor forțe se întâlnesc într-un punct, spunem că forțele sunt concurente.

Dacă sistemul de forțe astfel format va produce același efect ca al unei singure forțe cu care poate fi înlocuit, spunem că aceasta este rezultanta sistemului de forțe.

Rezultanta forțelor se obține printr-o operație de compunere vectorială. Faptul că forțele se supun regulilor vectoriale (Anexa V) este evidențiat în fig. 4.

Sub acțiunea rezultantei forțelor, corpul poate efectua o mișcare de translație.

Dacă numărul forțelor care acționează asupra corpului este mare compunerea forțelor prin metoda paralelogramului este laborioasă. În acest caz, se poate utiliza metoda analitică de compunere a vectorilor (Anexa V).

În această metodă, forțele se descompun după un sistem de axe ortogonale și după determinarea rezultantei pe fiecare axă, se calculează rezultanta finală utilizând teorema lui Pitagora.

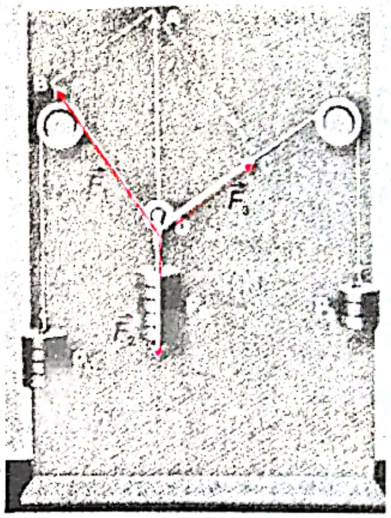


Fig. 4. *Demonstrația experimentală a regulii paralelogramului de compunere a două forțe $\vec{F}_1$ și $\vec{F}_3$. Forța $\vec{F}_2$ are rolul de a echilibra rezultanta celorlalte două forțe (masele discurilor utilizate în demonstrație sunt identice).*

4.1.3. Condiția de echilibru la translație

În cazul echilibrului punctului material este necesar și suficient ca rezultanta tuturor forțelor să fie nulă.

Punctul material se află în echilibru față de mișcarea de translație, în raport cu un referențial, dacă el este în repaus (echilibru static) sau în mișcare rectilinie uniformă (echilibru dinamic) față de acel referențial. Orice situație de echilibru dinamic se poate transforma într-una de echilibru static, dacă alegem convenabil referențialul.

Pentru un sistem de forțe $\vec{F}_1, \ldots, \vec{F}_n$ rezultanta este:

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \ldots + \vec{F}_n = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{R} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i = 0. \quad (1)$$

Pentru un corp solid, condiția de echilibru de translație este aceeași ca și pentru punctul material.

Solidul este în *echilibru de translație*, atunci când rezultanta sistemului de forțe care acționează asupra lui este zero (condiția 1).

Presupunând că forțele $\vec{F}_1, \ldots, \vec{F}_n$ acționează într-un plan, le vom putea compune prin aplicarea metodei analitice de compunere a vectorilor. Deci proiecțiile ecuației vectoriale, pe două axe rectangulare *Ox* și *Oy*, sunt:

$$\vec{R}_x = \vec{F}_{1x} + \vec{F}_{2x} + \ldots + \vec{F}_{nx} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{R}_x = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_{ix} = 0$$

$$\vec{R}_y = \vec{F}_{1y} + \vec{F}_{2y} + \ldots + \vec{F}_{ny} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{R}_y = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_{iy} = 0$$

În cazul unei distribuții spațiale a forțelor, celor două componente anterioare li se mai adaugă componenta după direcția *z*.

Conform principiului al II-lea al dinamicii:

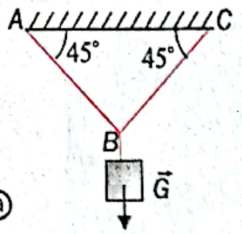
$$m\vec{a} = \vec{F} = 0 \Rightarrow \vec{a} = 0 \Rightarrow \vec{v} = \text{constant}.$$

Dacă inițial punctul material, solidul, se afla în repaus în raport cu un sistem de referință considerat și mai departe el va rămâne în repaus.

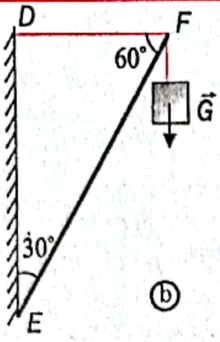
Exemple

1. În cazul sistemelor de bare articulate din figurile (a) și (b), determinați tensiunile din bare, dacă greutatea corpului *Q* este G = 100 N.

Scanned with OKEN Scanner



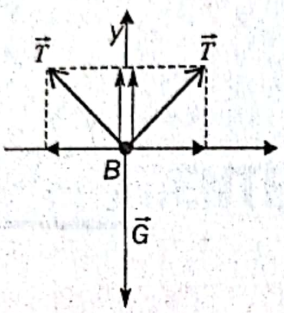
a



b

Rezolvare

a) La echilibru, forțele care acționează în punctul B dau rezultantă nulă. Aceste forțe sunt greutatea $\vec{G}$ și tensiunile din cele două fire $\vec{T}_1$ și $\vec{T}_2$ care, în cazul de față sunt egale: $|\vec{T}_1| = |\vec{T}_2| = T$.



Din $2T \sin 45° = G$ se obține:

$$T = \frac{G}{2\sin 45°} = 71{,}4 \text{ N}.$$

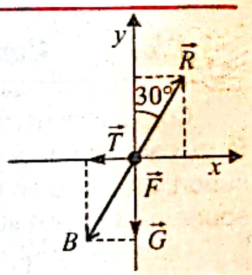
b) Fie $\vec{T}$ tensiunea din fir, $\vec{R}$ reacțiunea din bară, iar $\vec{G}$ greutatea corpului.

$R \cos 30° = G$; $T = R \sin 30°$.

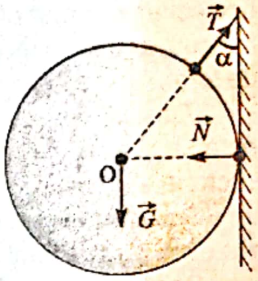
De aici se obțin:

$$R = \frac{G}{\cos 30°} = 115{,}47 \text{ N}$$

și $T = 57{,}73$ N.



2. O bilă omogenă de greutate G este suspendată de un perete. Dacă firul face unghiul α cu peretele, să se determine tensiunea T din fir și apăsarea normală exercitată de bilă pe perete.



Rezolvare

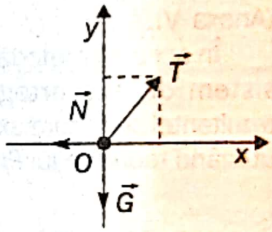
Potrivit forțelor ce acționează asupra bilei la echilibru rezultanta acestora este nulă.

Din diagrama forțelor rezultă:

$N = T \sin \alpha$; $G = T \cos \alpha$.

Rezolvând sistemul se obține:

$$N = G \operatorname{tg}\alpha \text{ și } T = \frac{G}{\cos \alpha}.$$



Rezumat

- În cazul echilibrului de translație al punctului material este necesar și suficient ca rezultanta tuturor forțelor să fie nulă.
- Pentru un sistem de forțe $\vec{F}_1, \ldots, \vec{F}_n$ rezultanta este:

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \ldots + \vec{F}_n = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{R} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i = 0. \quad (1)$$

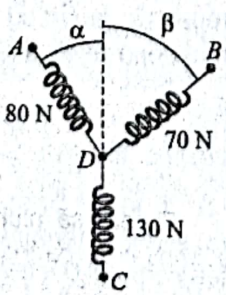
Pe componente ecuația vectorială se scrie:

$$R_x = \sum_{i=1}^{n} F_{ix} = 0;\ R_y = \sum_{i=1}^{n} F_{iy} = 0;\ R_z = \sum_{i=1}^{n} F_{iz} = 0.$$

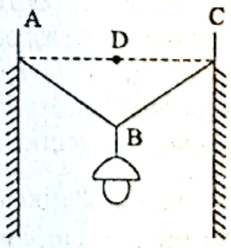
- Pentru determinarea rezultantei se utilizează metoda analitică de compunere a vectorilor.
- În cazul solidului rigid, condiția de echilibru la translație este tot (1).

Verificați-vă cunoștințele

1. Dacă cele trei resorturi din figură, situate într-un plan orizontal, indică 80, 70 și, respectiv 130 N, să se determine unghiurile α și β astfel încât punctul D să fie în echilibru.



2. O lampă cu greutatea de 150 N este suspendată, printr-un fir de masă neglijabilă, ca în figură. Să se determine tensiunile din fire. Se dă $AB + BC = 20$ m și $BD = 0{,}1$ m.



Scanned with OKEN Scanner

4.2.1. Compunerea forțelor paralele

Laborator

Compunerea forțelor paralele

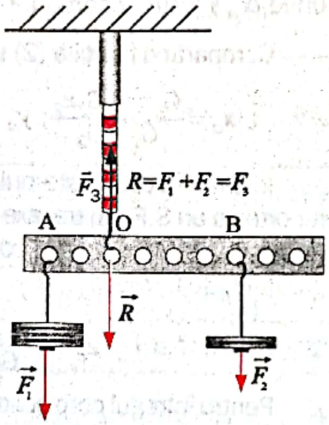
Materiale necesare:

– o tijă gradată, din material ușor (≈ 10 g), în care sunt prevăzute găuri de prindere din centimetru în centimetru;

– un dinamometru;

– un suport cu cârlige și discuri crestate, de câte 5 g și 10 g.

• Se realizează dispozitivul din figura alăturată.



• Se atârnă de cârlige diferite mase marcate.

• Se fixează cârligele în diferite poziții pe tijă.

• Se echilibrează tija pentru a rămâne în poziție orizontală.

Alcătuiți și completați în caiet un tabel de tipul celui de mai jos.

Tabel

Nr. det.	AO= b_1 (mm)	OB = b_2 (mm)	m_1 (g)	m_2 (g)	$F_1 = m_1 g$ (N)	$F_2 = m_2 g$ (N)	F_3 (N)
1							
2							
3							

a) Ce relații observați între modulele forțelor $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ și $\vec{F}_3$?

b) Calculați produsele $F_1 \cdot b_1$ și $F_2 \cdot b_2$ și comparați-le. Ce observați?

c) Cum vă explicați că, pentru o pereche de valori $\vec{F}_1$ și $\vec{F}_2$ există un singur punct de fixare a tijei, pentru care aceasta rămâne orizontală?

Să analizăm rezultatele acestui experiment și să tragem câteva concluzii.

După cum se observă, rezultanta forțelor paralele și de același sens, $\vec{F}_1$ și $\vec{F}_2$, este $\vec{R}$. Forța $\vec{F}_3$, egală în modul și opusă ca semn lui $\vec{R}$, echilibrează tija. Prin citire pe dinamometru, se va constata că modulul ei este $F_3 = F_1 + F_2$. Tija rămâne orizontală dacă punctul de aplicație al lui $\vec{R}$ împarte segmentul cuprins între punctele de aplicație ale forțelor în segmente invers proporționale cu modulele forțelor, adică:

$$\frac{AO}{OB} = \frac{F_2}{F_1} = \frac{b_1}{b_2},$$

$b_1 = AO$ și $b_2 = OB$ reprezintă brațele celor două forțe.

Compunerea a două forțe paralele $\vec{F}_1$ și $\vec{F}_2$ poate fi redusă la operația de compunere a două forțe concurente potrivit alese (fig. 1). În acest scop, în punctele A și B vom aplica două forțe egale și de sens contrar, ale căror acțiuni nu vor modifica mișcarea sistemului. Aceste forțe $\left(\vec{f}_1 = \vec{f}_2,\ \vec{f}_1 = -\vec{f}_2\right)$ se compun cu forțele $\vec{F}_1$ și respectiv $\vec{F}_2$, dând rezultantele $\vec{R}_1$ și respectiv $\vec{R}_2$.

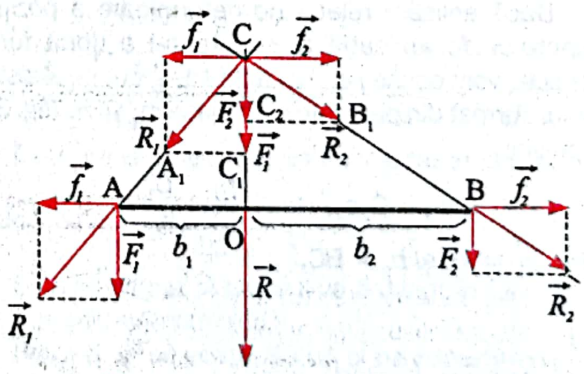


Fig. 1. Compunerea forțelor paralele de același sens.

Facem să alunece aceste forțe pe dreptele lor suport, care se întâlnesc în C, punct în care le vom descompune.

Scanned with OKEN Scanner

Forțele $\vec{f}_1$ și $\vec{f}_2$ se anulează, rămânând doar $\vec{F}_1$ și $\vec{F}_2$, a căror rezultantă $\vec{R}$ are modulul $R = F_1 + F_2$ și are punctul de aplicație în O, punct care se află la intersecția rezultantei forțelor cu dreapta AB.

Ținând cont de asemănarea triunghiurilor AOC și A_1C_1C și a triunghiurilor BOC și B_1C_2C, rezultă:

$$\frac{b_1}{f_1} = \frac{OC}{F_1} \quad \text{și} \quad \frac{b_2}{f_2} = \frac{OC}{F_2}$$

și împărțind cele două relații membru cu membru, obținem: $\frac{b_1}{b_2} = \frac{F_2}{F_1}$ sau $F_1 b_1 = F_2 b_2$.

4.2.2. Centrul de greutate

Orice corp solid poate fi considerat că este format dintr-o mulțime de puncte materiale. Fiecare particulă este supusă acțiunii unei forțe de greutate (fig. 2).

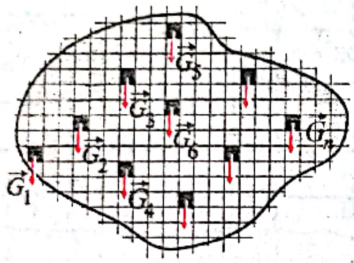


Fig. 2. Greutatea corpului se obține prin însumarea greutăților individuale ale particulelor ce îl compun; obținem un ansamblu de forțe paralele.

Deci, pentru ansamblul corpului, vom obține o mulțime de forțe de greutate paralele, ale fiecărei particule. Compunând aceste forțe paralele, vom găsi rezultanta care este tocmai greutatea corpului.

Punctul de aplicație al acestui vector este *centrul de greutate* și pentru un corp solid el este unic determinat.

Poziția centrului de greutate pentru un sistem de două puncte materiale

Dacă aplicăm relația de determinare a poziției punctului de aplicație al rezultantei a două forțe paralele, vom obține pentru centrul de greutate al sistemului format din particulele de mase m_1 și m_2 (fig. 3), expresia:

$$G_1 b_1 = G_2 b_2 \quad \text{sau} \quad \frac{b_1}{b_2} = \frac{G_1}{G_2}, \qquad (1)$$

unde $b_1 = AC$ și $b_2 = BC$.

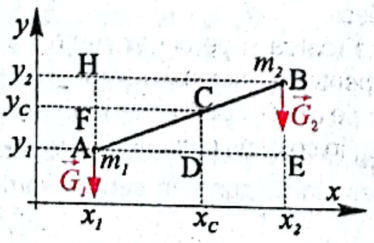


Fig. 3. Determinarea poziției centrului de greutate a două puncte materiale.

Din asemănarea triunghiurilor ADC și AEB, rezultă:

$$\frac{x_c - x_1}{x_2 - x_c} = \frac{b_1}{b_2}, \qquad (2)$$

iar din asemănarea triunghiurilor AFC și AHB, obținem:

$$\frac{y_c - y_1}{y_2 - y_c} = \frac{b_1}{b_2}, \qquad (3)$$

unde (x_c, y_c) sunt coordonatele centrului de greutate.

Comparând relațiile (2) și (3) cu relația (1) rezultă:

$$x_c = \frac{G_1 x_1 + G_2 x_2}{G_1 + G_2}; \; y_c = \frac{G_1 y_1 + G_2 y_2}{G_1 + G_2}. \qquad (4)$$

În cazul în care sistemul de puncte materiale este raportat la un S.R. cu trei axe de coordonate ortogonale (în spațiu), se va obține și coordonata z_c a centrului de greutate, de forma:

$$z_c = \frac{G_1 z_1 + G_2 z_2}{G_1 + G_2}.$$

Pentru întregul corp solid, operația trebuie repetată de un număr de ori egal cu numărul de particule minus unu, până la epuizarea forțelor. Potrivit regulii de compunere, vom obține atunci rezultanta acestor forțe ca:

$$\vec{G} = \vec{G}_1 + \vec{G}_2 + \ldots + \vec{G}_n$$

și coordonatele punctului de aplicație al acestora.

Exemple

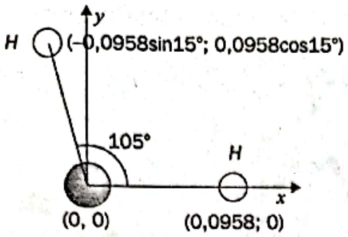
1. Distanța dintre atomul de oxigen și cei doi atomi de hidrogen în molecula de apă este 0,0958 nm, iar unghiul dintre cele două legături oxigen-hidrogen este de 105°. Tratând atomii ca puncte materiale, care este poziția centrului de masă?

Rezolvare

Problema presupune cunoașterea faptului că atomul de oxigen are o masă de 16 ori mai mare ca cea a hidrogenului.

Scanned with OKEN Scanner

Primul pas este alegerea sistemului de coordonate ca cel dat în diagrama de mai jos.



Coordonatele centrului de masă sunt date de expresile:

$$x_{CM} = \frac{m_i x_i}{M_{total}}$$

$$y_{CM} = \frac{m_i y_i}{M_{total}},$$

unde $m_i x_i$ și $m_i y_i$ sunt calculate în tabelul următor.

Atom	Masă (relativ la H)	x_i	y_i	$m_i x_i$	$m_i y_i$
H	1	-0,0958sin15	0,0958cos15	-0,02479	0,09254
O	16	0	0	0	0
H	1	0,058	0	0,0958	0
Total	18			0,07101	0,09254

Înlocuind în expresiile lui x_{CM} și respectiv y_{CM}, se obține:

$x_{CM} = 0{,}0039$ nm și $y_{CM} = 0{,}0051$ nm.

Deci centrul de masă este localizat în punctul de coordonate (0,0039; 0,0051) nm.

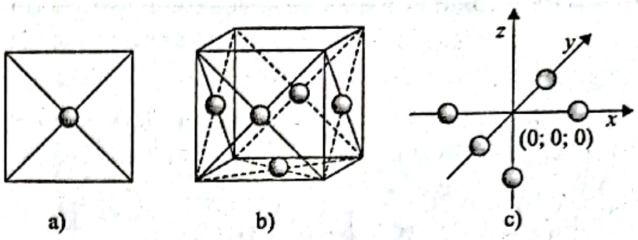
Răspunsul obținut va depinde de sistemul de coordonate ales.

2. Unde este centrul de masă al unei cutii cubice de latură L, care nu are capac?

Rezolvare

Când se lucrează cu obiecte reale și nu cu puncte materiale, se poate încerca tratarea unui obiect complex ca un grup de corpuri mai simple. În cazul din problemă acestea vor fi pereții cubului. Dacă aceștia sunt uniformi, fiecare dintre ei poate fi înlocuit cu un punct material de masă egală cu a peretelui situat în centrul de masă al acestuia. Pentru pătrat centrul de masă se află la intersecția diagonalelor.

Rezultă un sistem de 5 particule materiale situate ca în figură:



Pentru sistemul de coordonate ales în figura (c) rezultă următorul tabel:

Fața	Masa	x_i	y_i	z_i	$m_i x_i$	$m_i y_i$	$m_i z_i$
Bază	M	0	0	$-\frac{1}{2}L$	0	0	$-\frac{1}{2}ML$
față	M	0	$-\frac{1}{2}L$	0	0	$-\frac{1}{2}ML$	0
spate	M	0	$\frac{1}{2}L$	0	0	$\frac{1}{2}ML$	0
Perete stâng	M	$-\frac{1}{2}L$	0	0	$-\frac{1}{2}ML$	0	0
Perete drept	M	$\frac{1}{2}L$	0	0	$\frac{1}{2}ML$	0	0
Total					0	0	$-\frac{1}{2}ML$

Coordonatele centrului de masă sunt date de:

$$x_{CM} = \frac{\sum m_i x_i}{M_{total}} = 0$$

$$y_{CM} = \frac{\sum m_i y_i}{M_{total}} = 0$$

$$z_{CM} = \frac{\sum m_i z_i}{M_{total}} = -\frac{1}{2}ML/5M = -\frac{L}{10}.$$

Deci, centrul de masă va fi localizat în punctul de coordonate $\left(0;0;\frac{L}{10}\right)$.

Și în acest caz răspunsul va fi diferit în funcție de sistemul de referință ales.

Rezolvarea se poate realiza și pe considerente de simetrie. De exemplu, pentru figura din diagramă (b, c) dezechilibru apare doar pe axa Oz. Deci $x_{CM} = y_{CM} = 0$ și trebuie calculat doar z_{CM} în coloana corespunzătoare a tabelului.

Scanned with OKEN Scanner

4.2.3. Momentul forței

Fig. 4. Pârghia și utilizările ei.

La compunerea forțelor paralele a apărut mărimea $F \cdot b$, adică produsul dintre o forță care acționează asupra unui corp și distanța de la punctul de aplicație al forței la un punct fix. Rezultatul acțiunii acestei mărimi este o rotație a corpului în jurul unui ax fix, iar mărimea care caracterizează o astfel de mișcare și care este dată de relația:

$$M = Fb \qquad (1)$$

poartă numele de *moment al forței*. În relația (1), cu b s-a notat brațul forței.

Dicționar

Brațul forței față de un punct = distanța de la acel punct până la dreapta-suport a forței.

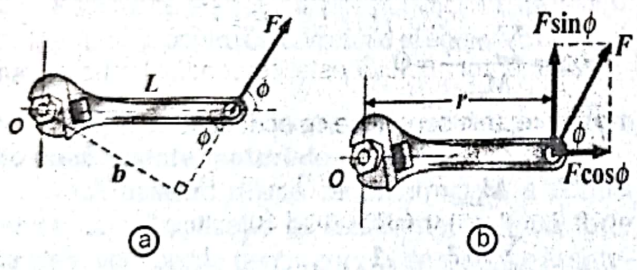
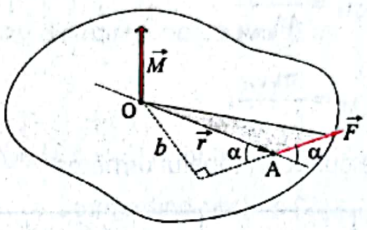


Fig. 5. a) Acțiunea forței $\vec{F}$ sub un unghi Φ determină un moment al forței, cu modulul $M = Fb$, în jurul axei O. b) Componenta $F\sin\Phi$ tinde să rotească sistemul în jurul axei O, în timp ce componenta $F\cos\Phi$ nu produce moment al forței.

Pentru a înțelege mai bine această mărime fizică, să considerăm următorul exemplu, mai general. Se consideră un corp cu o articulație fixă și o forță care acționează asupra lui, forță a cărei direcție nu trece prin articulație.

Dacă ținem seama că, în funcție de sensul forței, sensul de rotație este diferit, rezultă că această mărime poate fi tratată ca un vector. Acest vector este *vectorul moment al forței* în raport cu articulația O.



O = articulație
A = punct de aplicație a forței F
b = brațul forței

Fig. 6. Momentul forței față de un punct.

Dicționar

Momentul forței = mărime fizică vectorială egală cu produsul vectorial al vectorului de poziție $\vec{r}$ a punctului de aplicație a unei forțe în raport cu un punct fix (pol) și forța respectivă $\vec{F}$.

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$$

Modulul momentului forței este:

$$\left.\begin{array}{r} M = rF\sin\alpha \\ \text{și cum} \quad r\sin\alpha = b \end{array}\right\} \Rightarrow M = Fb$$

Sensul vectorului moment al forței $\vec{M}$ este dat de regula burghiului (Anexa IV).

Observații

– Momentul forței nu depinde de poziția forței pe dreapta-suport.

– Momentul forței este zero dacă polul se află pe dreapta-suport a forței.

– Dacă asupra unui corp acționează mai multe forțe concurente, $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$, este adevărată relația:

$$\vec{M} = \vec{M}_1 + \vec{M}_2 + \vec{M}_3 = \vec{r} \times \vec{F}_1 + \vec{r} \times \vec{F}_2 + \vec{r} \times \vec{F}_3 =$$

$$= \vec{r} \times \left(\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3\right) = \vec{r} \times \vec{F}, \text{ unde } \vec{F} \text{ este forța rezultantă}$$

și $\vec{r}$ vectorul de poziție al intersecției forțelor.

Scanned with OKEN Scanner

4.2.4. Cuplu de forțe. Momentul cuplului

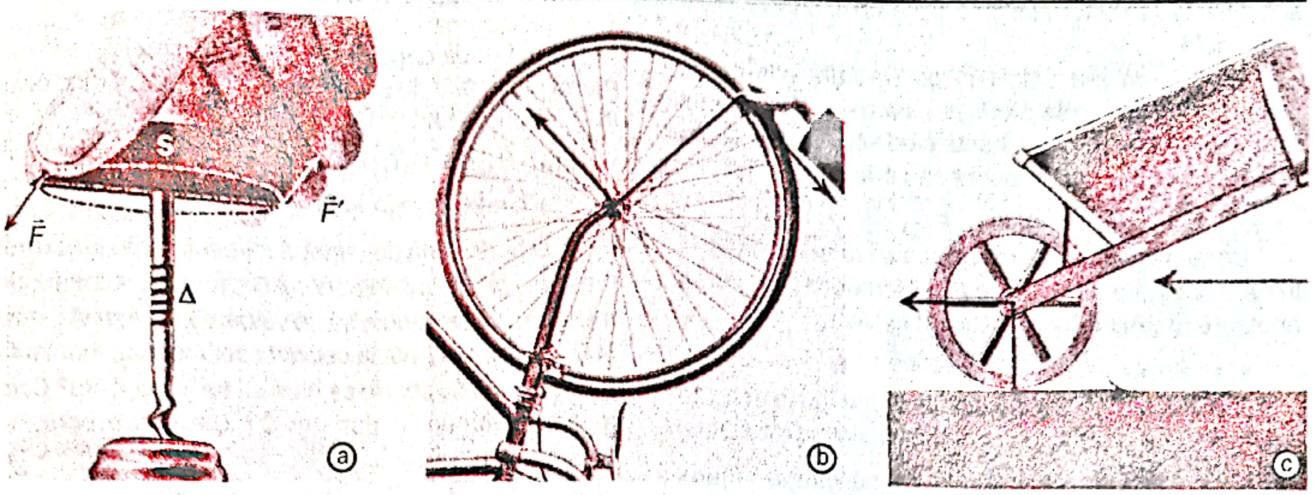


Fig. 7. Exemple de cupluri de forțe. a) degetul mare și arătătorul exercită forțe egale, paralele și de sens contrar pentru a răsuci tirbușonul; b), c) exemple de acțiune a cuplurilor de forțe în cazul unor roți.

Fiecare dintre exemplele din figura 7 evidențiază cupluri de forțe.

Dicționar

Cuplu de forțe = ansamblul de două forțe paralele ce au aceeași direcție, același modul, dar sens opus.

În fig. 7.a. cuplul forțelor $\vec{F}$ și $\vec{F}'$ (egale și de sens contrar) ($\vec{F} = -\vec{F}'$; $F = F'$) rotește solidul (S) în jurul unei axe (Δ) ce trece prin punctul *O*, perpendicular pe planul foii.

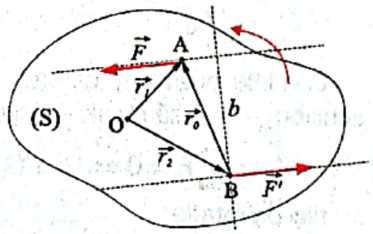


Fig. 8. Cuplu de forțe.

Cuplul celor două forțe face ca solidul S să se rotească în sensul indicat în desen. Mărimea care caracterizează din punct de vedere fizic această mișcare este *momentul cuplului*.

Momentul cuplului în raport cu punctul O (fig. 8) este dat de expresia:

$$\vec{M} = \vec{r}_1 \times \vec{F} + \vec{r}_2 \times \vec{F}'.$$

Deoarece $\vec{F} = -\vec{F}'$ și $\vec{r}_1 - \vec{r}_2 = \vec{r}_0$, rezultă:

$$\vec{M} = (\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \times \vec{F} = \vec{r}_0 \times \vec{F}.$$

Momentul cuplului este perpendicular pe planul dat de dreptele suport ale celor două forțe $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ și are modulul: $M = F r_0 \sin \alpha = Fb$,
unde $b = r_0 \sin \alpha$ este brațul cuplului.

4.2.5. Condiția de echilibru de rotație

Cea de-a doua condiție de echilibru privește mișcarea de rotație.

Cum această mișcare este datorată existenței unui moment al forței diferit de zero care acționează asupra corpului, rezultă că, dacă această mărime se anulează, corpul nu va suferi mișcare de rotație. Cum, în general, asupra unui corp pot acționa una sau mai multe forțe, condiția de echilibru la rotație se va scrie:

$$\vec{M} = \vec{M}_1 + \vec{M}_2 + \ldots + \vec{M}_n = 0 \Leftrightarrow \vec{M} = \sum_{i=1}^{n} \vec{M}_i = 0. \quad (1)$$

Pe componente, ecuația (1) este echivalentă cu sistemul:

$$M_x = \sum_{i=1}^{n} M_{xi} = \sum_{i=1}^{n} (y_i F_{zi} - z_i F_{yi}) = 0$$

$$M_y = \sum_{i=1}^{n} M_{yi} = \sum_{i=1}^{n} (z_i F_{xi} - x_i F_{zi}) = 0$$

$$M_z = \sum_{i=1}^{n} M_{zi} = \sum_{i=1}^{n} (x_i F_{yi} - y_i F_{xi}) = 0$$

Scanned with OKEN Scanner

Solidul rigid este în echilibru la rotație când se află în repaus. Condiția de echilibru, în acest caz, este ca suma momentelor forțelor ce acționează asupra corpului să fie nulă.

După cum s-a arătat în paragrafele anterioare mișcarea de rotație se produce ca urmare a existenței unui moment al forței rezultante care acționează asupra corpului în raport cu un punct sau o axă fixă.

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$$

Condiția de echilibru la rotație se referă la situația în care acest tip de mișcare nu se produce. Ea afirmă anularea momentului rezultant al forțelor.

Concluzie

Mișcarea unui corp se descompune într-o mișcare de translație a centrului de masă sub acțiunea rezultantei forțelor $\left(\vec{R} = m\vec{a}\right)$ și într-o mișcare de rotație în jurul unei axe trecând prin centrul de greutate (centrul de masă) sub acțiunea momentului rezultant.

Pentru a nu produce mișcarea de translație a centrului de greutate rezultanta tuturor forțelor trebuie să fie nulă.

Pentru a nu produce rotația rigidului în jurul centrului de greutate momentul rezultant al tuturor forțelor aplicate trebuie să fie nul.

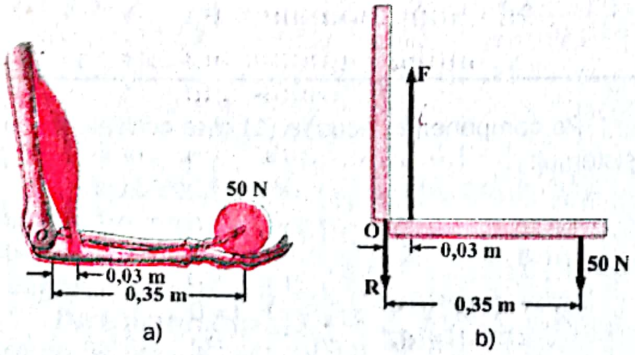
Exemple

1. Un corp cu greutatea de 50 N este ținut în mână, ca în figură.

Dacă mușchiul biceps este atașat la 0,03 m distanță de cot, iar centrul de greutate al corpului este la 0,35 m de cot, determinați forța exercitată asupra brațului de către biceps și forța ce acționează în cot asupra osului humerus.

Rezolvare

Modelul mecanic al sistemului este:



Din prima condiție de echilibru, rezultă:

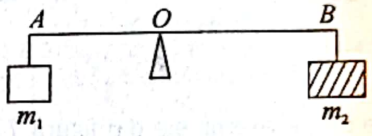
$$\sum_{i=1}^{n} F_i = 0 \Leftrightarrow F - R - 50\ \text{N} = 0$$

Din a doua condiție de echilibru, rezultă că suma momentelor față de un pol este zero. Considerând polul în O, obținem că:

$$50 \cdot 0{,}35 = F \cdot 0{,}03 \Rightarrow F = 583\ \text{N},$$

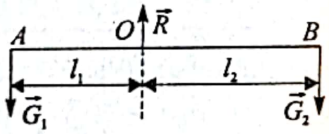
iar $R = F - 50\ \text{N} = 533\ \text{N}$.

2. O bară rigidă de capătul căreia atârnă un corp cu masa m_1 se sprijină în punctul O situat la distanța l_1 de masa m_1. Care trebuie să fie valoarea m_2 a masei unui al doilea corp atârnat la celălalt capăt, situat la distanța l_2 de punctul O, pentru ca bara să fie în echilibru? Care este reacțiunea în punctul O? Greutatea barei se presupune neglijabilă.



Rezolvare

Diagrama forțelor care acționează asupra barei este dată alăturat unde $\vec{G}_1$ și $\vec{G}_2$ sunt greutățile celor două corpuri, iar $\vec{R}$ este reacțiunea în punctul O.



Condiția pusă în problemă este ca bara să fie în echilibru, adică să nu aibă nici mișcare de translație:

$$\sum \vec{F}_i = 0 \Leftrightarrow G_1 + G_2 - R = 0, \qquad (1)$$

nici de rotație:

$$\sum \vec{\tau}_i = 0 \Leftrightarrow G_1 l_1 - G_2 l_2 = 0, \qquad (2)$$

unde cu $\vec{\tau}_i$ s-au notat momentele forțelor care acționează asupra corpului în raport cu punctul O.

Rezolvând sistemul, se obține:

$$G_2 = \frac{G_1 l_1}{l_2} \Rightarrow m_2 g = \frac{m_1 g l_1}{l_2} \Leftrightarrow m_2 = m_1 \frac{l_1}{l_2}$$

și, respectiv

$$R = G_1 + G_2 = m_1 g + m_2 g =$$

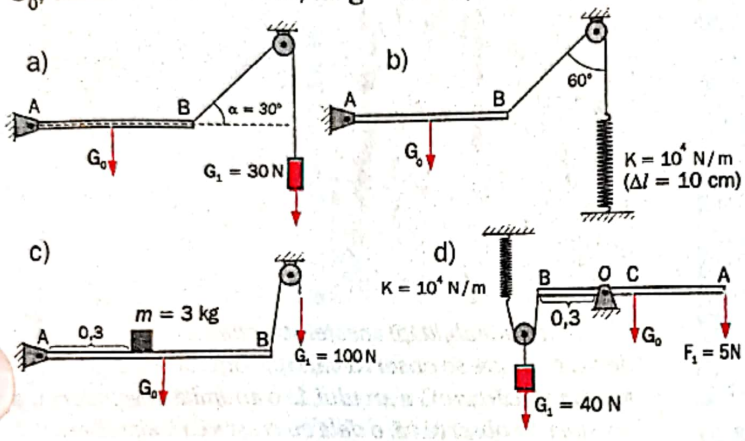
$$= g(m_1 + m_2) = g\left(m_1 + m_1 \frac{l_1}{l_2}\right) = m_1 g\left(1 + \frac{l_1}{l_2}\right).$$

Scanned with OKEN Scanner

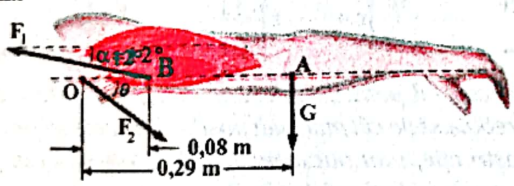
Verificați-vă cunoștințele

1. Care este momentul cuplului necesar scoaterii unei găleți de apă de 10 *l* dintr-o fântână, cu viteză uniformă, dacă greutatea găleții este de 2 kg, tamburul pe care se înfășoară cablul de legătură de greutate neglijabilă are diametrul de 20 cm, iar roata are raza de 50 cm? Ce forță i se aplică roții?

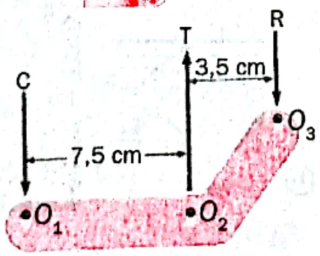
2. În următoarele cazuri, determinați greutatea barei G_0, dacă AB este de 1 m, iar $g = 10\ m/s^2$.



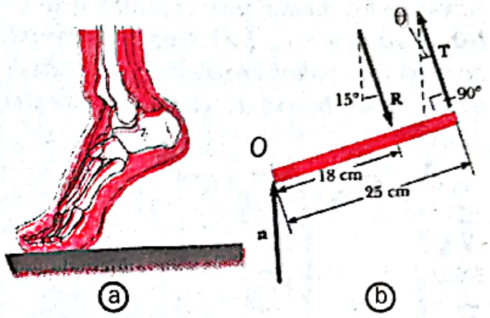
3. Un braț de om are 41,5 N și se consideră că greutatea lui proprie acționează în punctul A. Determinați intensitățile forțelor de tensiune F_1 și F_2 ce acționează în mușchii deltoid și respectiv în humerus (osul brațului superior), pentru a se putea ține brațul în poziția considerată.



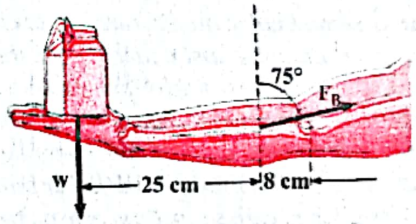
4. Mușchiul masticator, unul dintre cei mai puternici dintre mușchii corpului uman, este prins de mandibulă, ca în figură. Dacă forțele de reacțiune care acționează asupra maxilarului inferior sunt notate cu *R* și *C*, să se determine valorile lui *T* (tensiunea din mușchi) și *R* dacă, mestecând gumă, acționați asupra ei cu o forță C = 50 N.



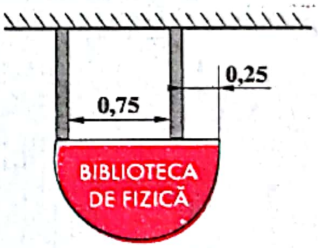
5. Când o persoană stă pe vârfuri, poziția piciorului este cea din figura *a*, iar diagrama forțelor care acționează asupra acestuia este dată în figura *b*, unde *T* este forța de tensiune din tendonul lui Ahile, iar *R* este forța exercitată asupra piciorului de către tibie. Considerând greutatea persoanei de 70 kg, găsiți valorile lui *T* și *R*.



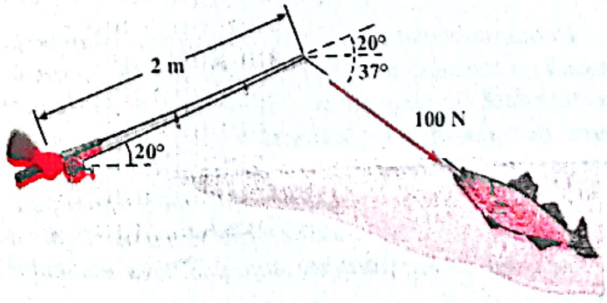
6. Un om ține în palmă, cu brațul întins orizontal, un corp de greutate G = 2 kg. Ce forță va exercita mușchiul biceps $(\vec{F}_B)$. Nu se va lua în considerare greutatea brațului.



7. O firmă semicirculară este susținută de două sfori, ca în figură. Ce forță se va exercita în fiecare fir, dacă firma este de densitate omogenă și are greutatea de 20 kg.



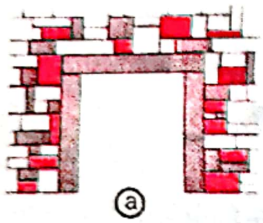
8. Dacă undița unui pescar face un unghi de 20° cu orizontala, care este momentul forței exercitate de un pește prins în cârlig față de o axă perpendiculară pe planul figurii ce trece prin pumnul pescarului?



Scanned with OKEN Scanner

Arcul de piatră este una dintre cele mai vechi structuri întâlnite la clădiri, ziduri sau poduri. Chiar dacă au fost utilizate şi alte materiale, ca lemnul sau lutul ars sau nears, doar cele din piatră au putut rezista timpului şi proceselor de distrugere naturale.

Până la dezvoltarea arcului, principala metodă de acoperire a unui spaţiu era prin intermediul unor plăci sau bârne orizontale (fig. 1. a). Acest fapt determină o limitare a deschiderii şi necesitatea utilizării unor coloane de susţinere, după cum se observă şi în cazul templelor greceşti (fig. 1. b).



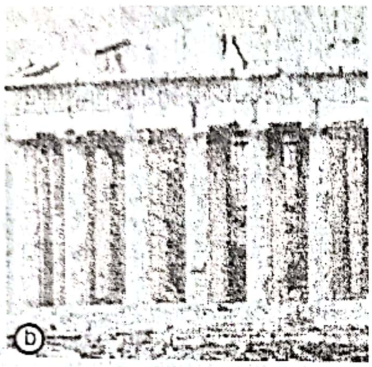
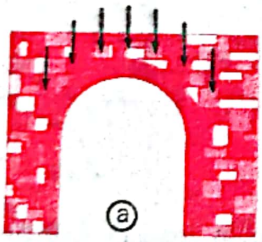


Fig. 1. Deschidere realizată pe bârnă orizontală (a) şi templu grecesc (b).

Arcul semicircular, numit şi arc în plin cintru (fig. 2. b), dezvoltat de romani, a fost o mare realizare tehnologică. Stabilitatea, în cazul acestui tip de arc, depinde de compresia dintre pietrele ce formează arcul, pietre care sunt obligate să se susţină una pe alta, datorită forţelor laterale de pe ambele laturi ale arcului. O slăbire a fundaţiei ar putea determina slăbirea forţelor cu care se susţin aceste pietre ale arcului şi prăbuşirea acestuia.



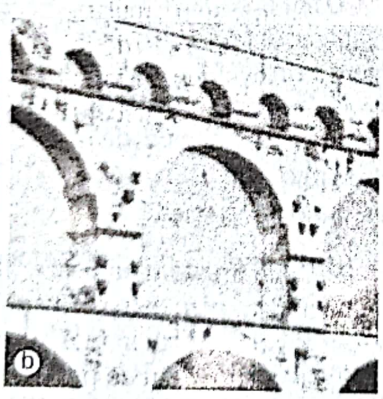
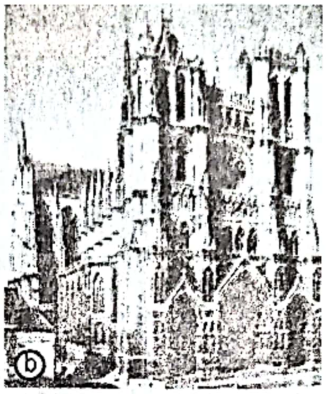


Fig. 2. Arc în plin cintru (a) şi utilizarea lui la construirea unui apeduct roman (b).

Trebuie subliniat faptul că, la construcţia acestor bolţi, romanii nu foloseau mortar, echilibrul acestor pietre, în structura dată, fiind asigurat doar de forţele de frecare dintre pietre, de valoare mare, datorită forţelor de compresie exercitate de încărcarea zidului superior.

O inovaţie arhitecturală a fost arcul gotic, sau arcul frânt, utilizat în construirea catedralelor, începând cu secolul al XII-lea. Acest tip de arc permitea supraînălţarea edificiilor, ajungându-se la înălţimi de 40 m, ca în cazul catedralei din Chartres, sau de 35 m – în cazul celei din Amiens (fig. 3).

Fig. 3. Arcul gotic (a) utilizat la construirea catedralei din Amiens (b).



Motivul stabilităţii acestei structuri poate fi evidenţiat de fig. 4, în care se observă variaţia forţei laterale, pentru o anumită încărcare G a arcului, la o anumită deschidere L a acestuia. Se observă că, o dată cu creşterea înălţimii arcului, forţa laterală scade.

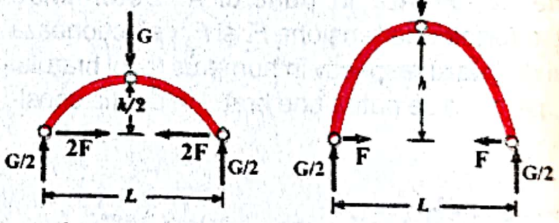


Fig. 4.

În acest fel, pentru a micşora forţa laterală de la bază, arcul trebuia să fie cât mai înalt posibil. Pe aceleaşi principii de construcţie, s-au putut realiza şi bolţile sau cupolele vechilor catedrale şi palate (fig. 5).

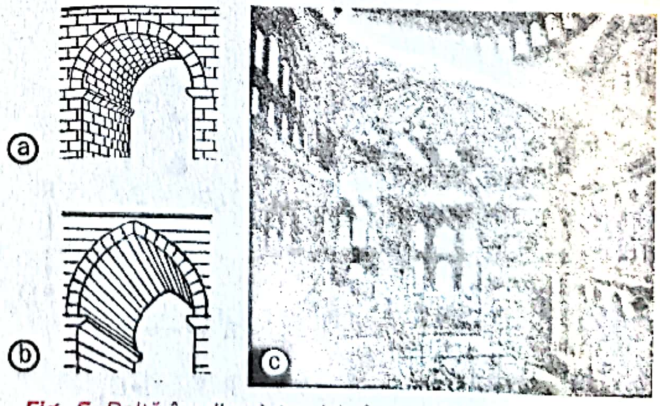


Fig. 5. Boltă în plin cintru (a), în arc frânt (b), boltă în ogivă şi cupolă pe pandantive (cupolă rotundă pe baza pătrată) (c) la catedrala Sf. Sofia (Istanbul).

Scanned with OKEN Scanner

TESTE DE EVALUARE SEMESTRIALĂ

Testul 1

1. Care din următoarele afirmații, privitoare la reflexia luminii, sunt adevărate?

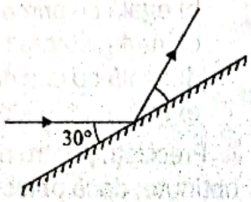
a) este întoarcerea luminii în mediul din care provine, la întâlnirea suprafeței de separație a două medii;

b) raza incidentă, reflectată și normala sunt situate în același plan;

c) unghiul de incidență și unghiul de reflexie depind de viteza undei în cele două medii;

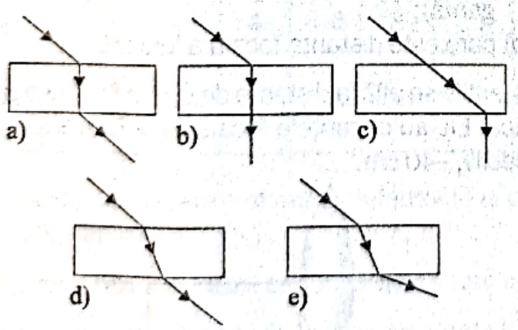
d) dacă raza de lumină cade perpendicular pe suprafața de separație, lumina nu se reflectă.

2. O rază de lumină, incidentă pe o oglindă plană, face cu suprafața acesteia un unghi de 30°. Care este unghiul de reflexie?



3. O rază cade pe sistemul de oglinzi din imaginea alăturată sub un unghi de 45°. După câte reflexii părăsește sistemul de oglinzi?

4. În care dintre diagrame este reprezentată corect trecerea luminii printr-o lamelă de sticlă? Argumentați răspunsul.



5. O rază de lumină este incidentă pe o oglindă. Dacă oglinda este rotită cu 30°, cu cât se va roti raza reflectată?

a) 15°; b) 30°; c) 60°; d) 75°; e) 90°.

Care este răspunsul corect?

6. Când lumina trece dintr-un mediu mai dens optic într-unul mai puțin dens optic, raza de lumină:

a) se apropie de normală;

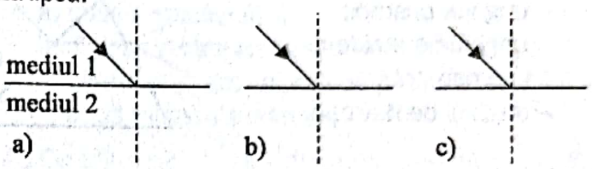
b) se îndepărtează de normală.

7. Când lumina trece dintr-un mediu cu un indice de refracție mai mic într-unul cu indice de refracție mai mare, raza de lumină:

a) se apropie de normală;

b) se îndepărtează de normală.

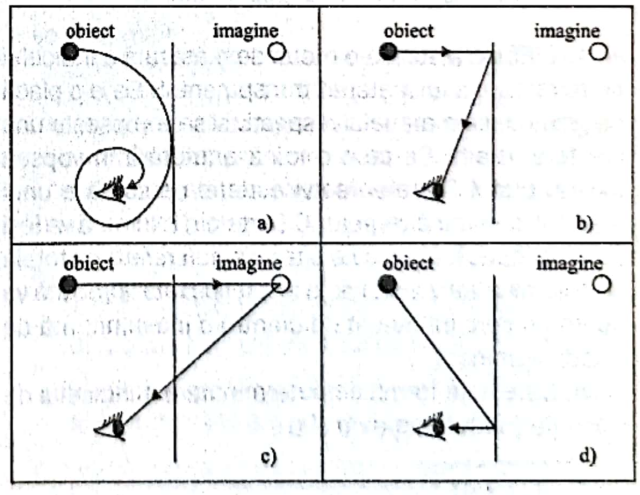
8. Faceți pe caiete diagramele de mai jos și completați raza lipsă.



mediul 1 este mai dens optic decât 2 | mediul 1 este mai puțin dens optic decât 2 | lumina are o viteză mai mare în mediul 1

Testul 2

1. Următoarele diagrame dau câteva idei despre cum s-ar putea deplasa lumina de la un obiect la ochi, când imaginea este văzută prin reflexia într-o oglindă. Ce face ca aceste diagrame să fie incorecte?



2. Pentru a determina indicele de refracție al unui material transparent se măsoară unghiul de reflexie totală în aer. Dacă acesta are valoarea $\theta = 40{,}5°$, care este indicele de refracție al corpului?

a) 1,32; b) 1,44; c) 1,64; d) 1,54.

Scanned with OKEN Scanner

3. Un recipient cilindric cu un diametru de 3 m este umplut complet cu apă ($n = 4/3$). Când Soarele este la 28° deasupra orizontului, razele sale nu mai iluminează fundul cilindrului. Cât de adânc este recipientul?

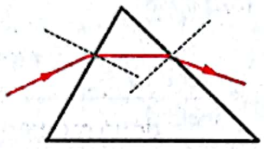
a) 3,4 m; b) 4,2 m; c) 5,7 m; d) 3,1 m;

5. În cazul unei radiații compuse din două culori, roșu (r) și violet (v), desenați traiectoria razelor de lumină printr-o prismă de sticlă umplută cu vapori de iod.

6. Determinați expresia unghiului de deviație minimă, în condițiile problemei anterioare.

7. Dându-se traiectoria unei raze de lumină prin prismă, completați în caiet desenul, stabilind:

– unghiul prismei;
– unghiurile incident și emergent;
– unghiul de deviație.



8. Stabiliți care din următoarele afirmații sunt adevărate.

a) Dispersia luminii se datorează variației indicelui de refracție în funcție de culoarea radiației luminoase.

b) Dispersia depinde doar de unghiul prismei, nu și de tipul de material din care este făcută aceasta.

c) Într-un mediu optic anomal, indicele de refracție este mai mare pentru lumina roșie față de cea albastră.

d) Unghiul de deviație este minim când mersul razei de lumină prin prismă este simetric.

9. A.H. Pfund a stabilit o metodă de măsură a indicelui de refracție n a unui material transparent. Se ia o placă de grosime t din materialul respectiv și se vopsește una din fețe în alb. Se face o mică zgârietură în vopsea într-un punct P, care va servi astfel ca sursă a unui fascicul de lumină divergent. O parte din lumină va ieși prin fața opusă, în timp ce o alta va suferi reflexie totală și va ilumina zona vopsită. În acest fel pe fața vopsită va apare un cerc întunecat de diametru d înconjurată de o zonă iluminată.

A. Care este formula de determinare a indicelui de refracție (n) în funcție de d și t.

a) $\sqrt{1+\left(\frac{4t}{d}\right)^2}$;

b) $\sqrt{1+\left(\frac{t}{d}\right)^2}$;

c) $\sqrt{1-\left(\frac{2t}{d}\right)^2}$;

d) $\sqrt{\left(\frac{4t}{d}\right)^3}$.

B. Care este diametrul d al cercului pentru un corp cu $n = 1{,}52$ și o grosime de 0,6 cm?

a) 6,3 cm; b) 2,1 cm;
c) 5,7 cm; d) 3,1 cm;

Testul 3

1. O imagine mărită și inversată se obține cu ajutorul unei lentile convergente dacă distanța obiect este:

a) mai mică decât distanța focală;
b) egală cu prima distanță focală;
c) între distanța focală și dublul ei;
d) egală cu cea de a doua distanță focală;
e) mai mare decât dublul distanței focale.

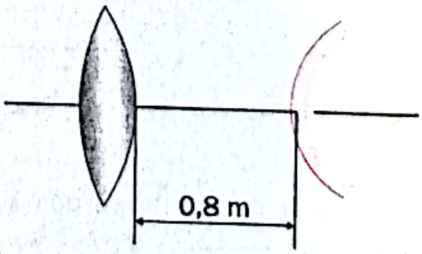
2. Precizați, pentru o lentilă convergentă, tipul imaginii obținute, dacă obiectul se află:

a) dincolo de dublul distanței focale;
b) între distanța focală și dublul distanței focale;
c) între focar și centrul lentilei;
d) în focar.

3. Când un obiect luminos este deplasat de-a lungul axului optic principal al unei lentile, mărirea imaginii față de obiect este egală cu 5 în două poziții, A și B, situate de aceeași parte a lentilei. Dacă în cea de-a doua poziție obiectul se află la distanța de 20 cm de lentilă, să se determine:

a) ce fel de lentilă este (convergentă sau divergentă);
b) care este distanța focală a lentilei.

4. O lentilă se află la distanța de 0,8 m față de o oglindă sferică. Ele au distanțele focale de +60 cm și, respectiv, –40 cm.



Dacă obiectul este situat la 50 cm distanță de lentilă, în stânga acesteia, unde se obține imaginea finală a obiectului, în sistem?

Care este mărimea imaginii și ce fel de imagine se obține?

Scanned with OKEN Scanner

5. Care din următoarele relații sunt valabile, în cazul unui sistem optic format din două lentile subțiri:

a) $C = C_1 + C_2$;

b) $F = \frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2}$;

c) $\beta = \beta_1 \cdot \beta_2$.

6. Ce fel de imagine dă o lentilă convergentă?

a) virtuală-răsturnată;

b) reală-dreaptă;

c) virtuală-dreaptă;

d) reală-răsturnată.

Testul 4

1. Un student utilizează o lupă pentru a examina structura aripii unei insecte. Dacă lupa se găsește la o distanță de 3 cm deasupra suprafeței de lucru, iar imaginea se formează la 25 cm de ochi, care este distanța focală a lupei?

2. a) Care este mărirea unghiulară a unei lentile având distanța focală de 25 cm? b) Care este mărirea dată de lentilă când ochiul este relaxat?

3. În 1675, biologul olandez Anton van Leeuwenhoek, utilizând o singură lentilă, cu o distanță focală probabilă de 1,25 mm, a descoperit bacteria. Care era mărirea dată de acest strămoș al microscopului?

4. Completați tabelul următor cu diametrul deschiderii obturatorului pentru două obiective cu distanțele focale de 28 mm și respectiv 105 mm.

$\frac{f}{D}$	4	4,6	8	11	16
D (f = 28 mm)					
$D(f = \lvert a \rvert$ mm)					

5. Care din următoarele afirmații, referitoare la vedere, sunt adevărate?

a) imaginea obiectelor se formează pe retină;

b) în retină se găsesc celule fotoreceptoare în formă de conuri și bastonașe;

c) conurile sunt celulele fotoreceptoare responsabile de vederea nocturnă;

d) bastonașele sunt răspunzătoare de vederea diurnă;

e) în conuri se găsesc fotopigmenți sensibili la diferite zone spectrale din domeniul vizibil.

Testul 5

1. *Alege răspunsul corect!*
Punctul material este:

a) un model fizic;

b) un punct în care este concentrată toată masa corpului;

c) un mobil la care interesează masa.

2. Sistemul de referință necesar studiului mișcării este dat de:

a) ceas, riglă și axe de coordonate;

b) sistemul de axe ortogonale;

c) origine.

3. Traiectoria indică:

a) traseul mobilului;

b) direcția vectorului deplasare;

c) diferența dintre vectorii de poziție ai mobilului la două momente diferite.

4. Ce afirmație, legată de coordonatele și axele de coordonate, este falsă?

a) coordonatele unui punct stabilesc poziția punctului în raport cu originea axelor;

b) coordonatele măsoară distanța de la originea axelor la proiecțiile punctului pe axe;

c) coordonata este pozitivă dacă se află pe partea pozitivă a axei și negativă în rest;

d) coordonata unui punct stabilește momentul în care mobilul se găsește în originea axelor.

5. Fiind dată legea de mișcare: $\vec{r} = 6t^2\vec{i} - 2t\vec{j} + 3\vec{k}$ să se determine:

a) viteza medie între $t = 2$ s și $t = 5$ s;

b) modulul vitezei medii în același interval.

Testul 6

1. Care afirmație referitoare la viteză este adevărată?

A. Vectorul viteză medie este:

a) raportul dintre vectorul de poziție și timp;

b) produsul dintre vectorul deplasare și timp;

c) raportul dintre modulul vitezei și timp;

d) raportul dintre vectorul deplasare și timp.

B. Vectorul viteză medie într-o diagramă spațiu-timp este:

a) totdeauna paralel la axa timpului;

b) tangent în orice punct la grafic;

c) secant la grafic în punctele între care se consideră mișcarea;

d) orientat în sensul invers mișcării.

Scanned with OKEN Scanner

C. Viteza instantanee pe o direcție notată x este dată de expresia:

a) $v = (x_f - x_i) / (t_f - t_i)$;

b) $v = (x_f - x_i) / (t_i - t_i)$;

c) $v = \lim_{t_i \to t_i} (y_f - y_i)/(t_f - t_i)$;

d) $v = x_t / t_t$..

2. Care afirmație despre accelerație este adevărată?

A. Vectorul accelerației instantanee este:

a) întotdeauna orientat în sensul vectorului viteză;

b) întotdeauna perpendicular pe direcția vitezei;

c) tangent la traiectorie;

d) paralel cu vectorul viteza medie.

B. Accelerația tangențială exprimă:

a) o variație a vectorului viteză în orientare;

b) un vector viteză de modul constant;

c) o variație a vectorului viteză în modul;

d) un vector viteză cu aceeași orientare.

C. Accelerația normală determină:

a) o variație a vectorului viteză în modul;

b) o variație a vectorului de poziție în orientare;

c) o variație a vectorului viteză în orientare;

d) nimic din cele afirmate mai sus.

3. Dacă vectorul accelerație al unui corp este perpendicular pe vectorul viteză, care dintre următoarele afirmații este adevărată ?

a) Modulul vitezei se modifică.

b) Direcția se modifică.

c) Atât direcția cât și modulul vitezei se modifică.

d) Direcția nu se modifică.

4. În care din următoarele situații, ecuațiile mișcării liniare nu pot fi aplicate pentru a determina deplasarea, viteza, accelerația sau timpul?

a) O mașină de curse accelerează constant de la zero la 60 m/s în 5 s.

b) Un obuz este aruncat de un tun sub un unghi de 30° cu o viteză de 100 m/s.

c) Un automobil se deplasează în linie dreaptă între două localități cu o viteză medie de 73 km/h în 2 ore făcând câteva opriri.

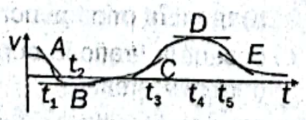
d) O piatră cade de la o înălțime de 10 m.

5. Graficul alăturat arată viteza unui mobil în funcție de timp. Pentru momentele t_1, t_2, t_3, t_4 și t_5, determină intervalul pe care accelerația este :

A. pozitivă

a) A b) B

c) C d) E



B. negativă

a) A b) B c) C d) D

C. zero

a) A b) B c) C d) E

Testul 7

1. Constantele unei mișcări rectilinii uniform variate a unui mobil care are viteza de 17 m/s după 4 s de la începutul mișcării, iar la momentele $t_1 = 2$ s și $t_2 = 4$ s, se află în punctele de coordonate $x_1 = 12$ m și $x_2 = 40$ m sunt:

A. spațiul

a) – 4 m; b) 4 m;

c) –3 m; d) –2 m.

B. viteza inițială

a) 4 m/s; b) –2 m/s;

c) 5 m/s; d) 8 m/s.

C. accelerația

a) 1,5 m/s²; b) 3 m/s²;

c) 2 m/s²; d) 5 m/s².

2. Știind că accelerația unui mobil este de 8 m/s², viteza acestuia se anulează la $t = 3$s, iar la $t = 11$ s mobilul trece prin originea S.R., determinați:

A. ecuația de mișcare a mobilului

a) $120 - 14t + t^2$ (m);

b) $-220 - 24t + 4t^2$ (m);

c) $-24 + 18t - 2t^2$ (m);

d) $220 - 4t^2$ (m).

B. ecuația vitezei mobilului

a) $24 - 8t$ (m/s); b) $-21 - 4t$ (m/s);

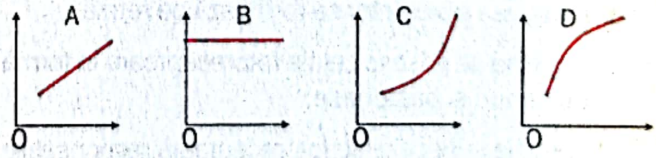
c) $2 + 6t$ (m/s); d) $-24 + 8t$ (m/s).

3. Un mobil care se deplasează cu 5 m/s își schimbă sensul de deplasare ajungând la aceeași viteză, în modul, într-o secundă. Care a fost deplasarea mobilului în raport cu poziția lui inițială? Accelerația se consideră constantă.

a) 0 m; b) 1,215 m;

c) 21,5 m; d) 5 m.

4. Întrebările a - f se referă la următoarele grafice:



a. Dacă graficele reprezintă deplasarea unui mobil ca funcție de timp, în care dintre ele accelerația mobilului este diferită de zero?

a) doar în C;

b) doar în D;

Scanned with OKEN Scanner

c) în C și D;
d) în A, C și D.

b. Dacă graficele reprezintă deplasarea unui mobil ca funcție de timp, panta acestora reprezintă:
a) distanța parcursă;
b) deplasarea;
c) viteza;
d) accelerația.

c. Dacă graficele reprezintă deplasarea unui mobil în funcție de timp, aria de sub curbă reprezintă:
a) deplasarea;
b) viteza;
c) accelerația;
d) nimic din toate acestea.

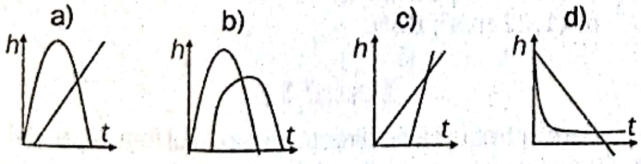
d. Dacă graficele reprezintă deplasarea unui mobil în funcție de timp, în care grafic mobilul are o accelerație pozitivă?
a) doar A;
b) doar C;
c) doar D;
d) doar A și C.

e. Dacă graficele reprezintă deplasarea unui mobil în funcție de timp, care dintre ele reprezintă un mobil cu viteza pozitivă.
a) doar A;
b) doar C și D;
c) doar A, C și D;
d) toate graficele.

f. Dacă graficele reprezintă viteza în funcție de timp, care dintre ele va reprezenta un mobil cu o viteză pozitivă?
a) doar A;
b) doar C;
c) doar A, C și D;
d) toate graficele.

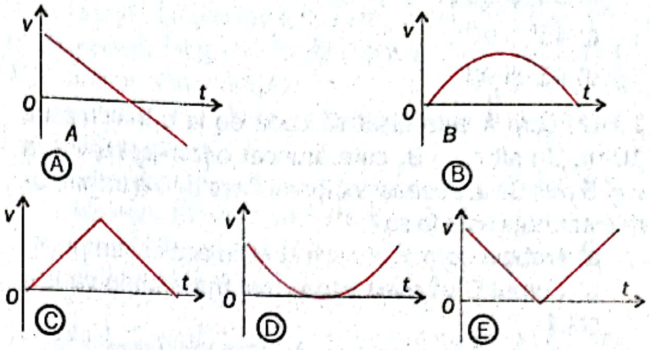
5. Două mobile sunt aruncate pe verticală, din același punct, la 1,15 s diferență. Vitezele inițiale ale celor două mobile sunt: 15 m/s și respectiv 12 m/s.

A. Care dintre diagramele următoare reprezintă situația descrisă în problemă desenele?



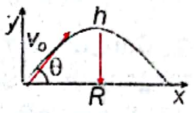
B. La ce înălțime s-au întâlnit mobilele?
a) 5,21 m b) 7,31 m
c) 6,61 m d) 9,41 m

6. Care din următoarele grafice viteză-timp reprezintă cel mai bine ce se întâmplă cu o minge aruncată pe verticală care se va întoarce înapoi către cel care a aruncat-o?



Testul 8

Problemele 1 - 6 se referă la aruncarea sub un unghi a unui proiectil (diagrama alăturată), în care R este distanța parcursă, v este viteza inițială, h este înălțimea maximă, θ este unghiul față de orizontală sub care este lansat proiectilul, iar t este timpul cât durează deplasarea. Se neglijează rezistența aerului.



1. Care dintre următoarele răspunsuri reprezintă distanța R parcursă de proiectil:
a) $vt \sin\theta$; b) $vt \cos\theta$;
c) vt; d) $h \sin\theta$.

2. Care dintre următoarele răspunsuri reprezintă înălțimea maximă atinsă de proiectil?
a) $v^2/2g$; b) $gt^2/8$;
c) vt; d) $vt \sin\theta$.

3. Dacă unghiul θ crește de la 0 la 90°, distanța parcursă R:
a) crește;
b) descrește;
c) crește până la 45° iar apoi descrește;
d) crește până la un anumit unghi θ, în funcție de viteza v a proiectilului, după care descrește.

4. Dacă masa proiectilului crește, deplasarea R:
a) descrește;
b) crește;
c) crește și apoi descrește;
d) rămâne constantă.

5. Pentru ca distanța parcursă R să fie maximă, unghiul de aruncare θ trebuie să fie:
a) 30°; b) 45°; c) 60°; d) 90°.

Scanned with OKEN Scanner

6. Pentru care pereche de unghiuri distanța parcursă R va fi aceeași?

a) 30° și 45°;
b) 30° și 60°;
c) 45° și 60°;
d) 45° și 90°.

7. Un corp A este lăsat să cadă de la o înălțime de 10 m. Un alt corp B, este aruncat orizontal cu viteza $v = 5$ m/s de la aceeași înălțime. Care dintre următoarele afirmații este falsă?

a) Ambele corpuri vor lovi solul în același timp.
b) Corpul B va avea viteza mai mare când va lovi solul.
c) Corpul B va avea o accelerație mai mare.
d) Corpul B se va deplasa o distanță mai mare.

Testul 9

1. Care din următoarele expresii de calcul ale vitezei tangențiale nu sunt corecte?

a) $v = 2\pi Rv$;
b) $v = \omega^2 R$;
c) $v = 2\pi R / T$;
d) $v = \sqrt{aR}$;
e) $v = a / \omega$.

2. Stabiliți care din următoarele afirmații sunt corecte: Viteza unghiulară este:

a) măsurată în radiani / secundă;
b) egală cu raportul dintre unghiul la centru parcurs de raza vectoare într-un interval de timp și timpul respectiv;
c) dată de una din expresiile:

(i) $\omega^2 = 2\pi v$; (ii) $\omega = 2\pi/T$; (iii) $\omega = vR$.

3. Care dintre expresiile următoare determină accelerația centripetă?

a) $a = \omega R$;
b) $a = \omega^2 R$;
c) $a = v^2 / R$;
d) $a = 4\pi^2 v^2 R$.

4. La o transmisie prin curele, roata conducătoare are diametrul $D_1 = 10$ cm. Care este diametrul roții conduse D_2, și lungimea curelei necesare, știind că raportul de transmisie este $i = \frac{2}{7}$ și că distanța dintre centrele celor două roți este de 1,25 m. Unghiul format de razele roților, duse în punctele de tangență ale curelei, este de 157°.

Testul 10

1. Trei forțe: $F_1 = 2i - 5j + 2k$; $F_2 = -4i + 8j + k$ și $F_3 = 5i + 2j - 5k$ acționează asupra unui corp cu masa de 6 kg.

A. Care este forța rezultantă?
a) $3i - 5j + 2k$;
b) $3i + 5j - 2k$;
c) $5i - 2j + 4k$;
d) $5i + 2j - 2k$.

B. Care este modulul forței rezultante?
a) 7,4 N;
b) 5,2 N;
c) 8,1 N;
d) 6,2 N.

C. Care este vectorul accelerație?
a) $0{,}6i + 0{,}4j + k$;
b) $0{,}5i + 0{,}83j - 0{,}33k$;
c) $i - 0{,}8j - 0{,}5k$;
d) $i + j - 2k$.

D. Care este modulul accelerației?
a) 2,07 m/s²;
b) 1,5 m/s²;
c) 2,8 m/s²;
d) 1,03 m/s².

2. O forță poate fi dată printr-o pereche de numere $F = (A, B)$, unde A reprezintă modulul forței, iar B unghiul pe care aceasta îl face cu abscisa. Fiind făcută această observație, se dau forțele: $F_1 = (25\text{N}; 42{,}5°)$; $F_2 = (15{,}5\text{N}; 215°)$; $F_3 = (20{,}5\text{N}; 155°)$. Acestea accelerează un corp cu masa $m = 8{,}75$ kg.

A. Care este forța rezultantă care acționează asupra corpului?
a) (37N; 215°);
b) (21N; 127,6);
c) (44N; 35°);
d) (65N; 118°).

B. Care este valoarea și direcția accelerației care acționează asupra masei m?
a) (16,1 m/s²; 35°);
b) (3,5 m/s²; 215°);
c) (2,4 m/s²; 127,6°);
d) (1,22 m/s²; 63°).

Testul 11

1. Care ar trebui să fie direcția și modulul forței F_4 astfel încât accelerația corpului să fie nulă?

a) (21N; 307,6°);
b) (37N; 40);
c) (11N; 23°);
d) (44N; 315°).

Scanned with OKEN Scanner

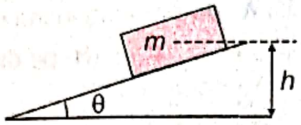
2. Asupra unui corp de 8 kg acționează o forță de 160 N, determinând o creștere a vitezei de 40 m/s. Cât timp a acționat forța?

a) 2 s;
b) 5 s;
c) 10 s;
d) 40 s.

3. Un corp de 5 kg accelerează cu 10 m/s². Care este forța care determină această accelerare?

a) 0,2 N;
b) 0,5 N;
c) 2 N;
d) 50 N.

Pentru **problemele 4 - 5** este valabil textul:
Un corp de masă m se află pe o suprafață înclinată de unghi θ fără frecare?



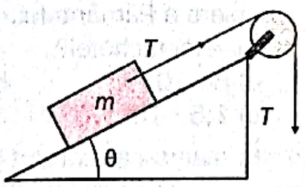
4. Care dintre următoarele expresii reprezintă forța de apăsare normală datorată planului:

a) $mg\sin\theta$;
b) $mg\cos\theta$;
c) mg;
d) $g\sin\theta$.

5. Care este accelerația corpului pe plan?

a) $g\sin\theta$;
b) $g\cos\theta$;
c) g;
d) $g/2$.

6. Problemele a - b se referă la textul următor:
Planul înclinat dat în imagine face cu orizontala un unghi $\theta = 30°$. Un corp cu masa $m = 100$ kg se află pe acest plan.



a. Coeficientul de frecare dinamic dintre corp și plan este 0,1 o dată ce masa m se află în mișcare, care este forța minimă T necesară pentru a deplasa corpul în sus pe plan?

a) 59 N;
b) 413 N;
c) 509 N;
d) 587 N.

b. Pentru aceeași problemă, având coeficientul static de frecare dintre corp și plan de 0,2, care este forța minimă necesară pentru a nu permite corpului să alunece pe plan?

Testul 12

1. Stabiliți care din următoarele afirmații despre lucrul mecanic sunt adevărate:

a) este o mărime fizică scalară;
b) reprezentat grafic, în coordonate (F, d), reprezintă aria unei suprafețe;
c) este nul, dacă forța este perpendiculară pe direcția deplasării;
d) este maxim, dacă forța are aceeași direcție și același sens cu deplasarea;
e) este totdeauna pozitiv;
f) se măsoară în jouli.

2. Stabiliți care din relațiile următoare exprimă un lucru mecanic:

a) $L = F \cdot d\cos\alpha$;
b) $L = -\frac{k\Delta l^2}{2}$;
c) $L = \gamma mM\left(\frac{1}{R_B} - \frac{1}{R_A}\right)$;
d) $L = mgh$;
e) $L = mgh\sin\alpha$;
f) $L = m\vec{g}\cdot\vec{R}$.

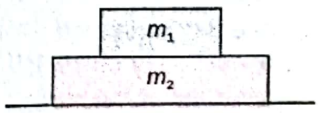
3. Stabiliți care din unitățile de măsură următoare sunt corecte pentru lucrul mecanic.

a) $kg \cdot \frac{m}{s}$;
b) W·s;
c) $kg \cdot \frac{m^2}{s}$;
d) N·m;
e) $kg \cdot \frac{m}{s^2}$;
f) $\frac{N \cdot m}{s}$;
g) $\frac{W \cdot m}{s^2}$;
h) $J\frac{N \cdot s^2}{kg \cdot m}$.

4. Un corp cu masa de 3 kg este tras sub un unghi de 30° față de orizontală cu o forță de 20 N. Corpul se deplasează 5 metri, cu viteză constantă. Calculați:

a) lucrul mecanic al forței de tracțiune;
b) lucrul mecanic al forței de frecare;
c) valoarea forței de frecare;
d) coeficientul de frecare (μ).

5. În diagrama alăturată un bloc de 10 kg se află deasupra unui bloc de 20 kg, pe o suprafață



orizontală. Coeficienții de frecare dintre cele două blocuri sunt $\mu_{1s} = 0,35$ și $\mu_{1d} = 0,19$ (unde cu s s-a notat coeficientul static, iar cu d cel dinamic). Coeficienții de frecare dintre blocul de 20 kg și plan sunt $\mu_{2s} = 0,35$ și $\mu_{2d} = 0,1$.

A. Care este forța orizontală maximă aplicată blocului de deasupra astfel încât acesta să se afle în repaus față de cel de-al doilea bloc?

Scanned with OKEN Scanner

a) 41,2 N; b) 37,8 N;
c) 50,4 N; d) 27,3 N.

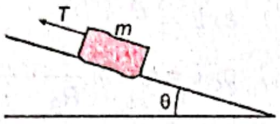
B. Care este accelerația blocurilor?
a) 0,27 m/s²; b) 0,15 m/s²;
c) 0,39 m/s²; d) 0,74 m/s².

C. Care este forța orizontală maximă aplicată blocului de dedesubt pentru ca acesta să fie în repaus față de blocul de deasupra?
a) 156 N; b) 141 N;
c) 113 N; d) 72 N.

D. Care este accelerația blocurilor?
a) 0,75 m/s²; b) 0,15 m/s²;
c) 2,14 m/s²; d) 3,73 m/s².

Testul 13

1. Pentru situația din desenul alăturat, dacă masa *m* alunecă pe distanța *d*, care dintre următoarele situații nu modifică lucrul mecanic?

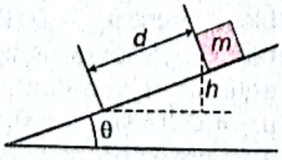


a) o modificare a unghiului q;
b) o modificare a distanței *d*;
c) o modificare a masei *m*;
d) toate cele de mai sus modifică lucrul mecanic efectuat asupra corpului de masă *m*.

2. Moleculele dintr-un gaz sunt atrase unele de altele prin forțe electrostatice. Dacă volumul gazului crește fără a exista un transfer de energie între gaz și mediul extern în timp ce moleculele se îndepărtează unele de altele, energia cinetică a moleculelor:
a) va crește;
b) va descrește;
c) va crește și apoi va descrește;
d) va rămâne constantă.

3. Dacă asupra unui corp acționează doar forțe conservative, iar singurul transfer de energie este prin lucru mecanic, care dintre următoarele proprietăți nu poate fi modificată?
a) energia cinetică;
b) energia potențială;
c) temperatura;
d) viteza.

4. În diagrama alăturată, tensiunea din frânghie este $T = 150$ N, blocul are 15 kg și este deplasat pe o distanță $d = 3$ m pe un plan înclinat cu $\theta = 25°$.



A. Care este lucrul mecanic al forței de tensiune? Se dă coeficientul de frecare dinamic dintre corp și plan $\mu_d = 0,2$.
a) 300 N; b) 450 N;
c) 400 N; d) 250 N.

B. Care este lucrul mecanic al forței de frecare?
a) –60 N; b) –80 N;
c) 80 N; d) 60 N.

C. Care este lucrul mecanic al normalei la planul înclinat:
a) –70 N; b) 0 N;
c) 70 N; d) 37 N.

D. Care este lucrul mecanic al greutății?
a) –235 N; b) 187 N;
c) 235 N; d) –187 N.

5. A. Determinați lucrul mecanic făcut de forța $\vec{F} = \vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$ (N) pe distanța $\Delta\vec{r} = 4\vec{i} + 5\vec{j} + 6\vec{k}$ (m).
a) 27 J; b) –15 J;
c) 44 J; d) 32 J.

B. Care este unghiul dintre forță și deplasare?
a) 45°; b) 31,8°;
c) 19°; d) 12,9°.

Testul 14

1. Un ciocan bate un cui de 3 cm într-o bucată de lemn în 0,5 s. Dacă forța de frecare este 200 N, ce putere este disipată prin frecare?
a) 3 W; b) 6 W;
c) 12 W; d) 60 W.

2. O rachetă de 5 t se deplasează cu 30 m/s în imediata apropiere a Pământului. Care este puterea minimă a motoarelor rachetei?
a) $6 \cdot 10^4$ W; b) $1,5 \cdot 10^5$ W;
c) $1,5 \cdot 10^6$ W; d) $3 \cdot 10^6$ W.

3. În diagrama alăturată resortul are o constantă de 5000 N/m, iar blocul are o masă de 6,2 kg. Dacă înălțimea dealului este de 5,25 m și considerând că nu sunt implicate forțe neconservative, care trebuie să fie comprimarea resortului pentru ca blocul să ajungă în vârful dealului?

a) 0,118 m; b) 0,357 m;
c) 0,273 m; d) 0,139 m.

4. Considerăm că în problema anterioară ar exista o forță de frecare, iar comprimarea resortului pentru ca blocul să ajungă în vârful dealului este 0,425 m. Care este lucrul mecanic al forței de frecare?
a) –132 J; b) 132 J;
c) –144 J; d) 144 J.

Scanned with OKEN Scanner

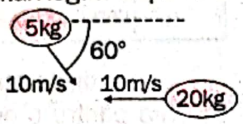
Testul 15

1. Care din următoarele afirmații sunt adevărate, pentru impulsul unui corp.

a) impulsul este o mărime scalară;
b) este produsul dintre masa corpului și variația vitezei acestuia;
c) se măsoară în N/m;
d) este orientat în sensul vitezei;
e) variația impulsului este numeric egală cu produsul dintre forța ce acționează asupra corpului și timpul cât acționează această forță.

Problemele 2 - 4 se referă la diagrama alăturată.

2. Dacă corpurile din diagramă rămân legate după ciocnire, care este componenta orizontală a vitezei după ciocnire?



a) 0 m/s;
b) 5 m/s spre stânga;
c) 7 m/s spre stânga;
d) 9 m/s spre stânga.

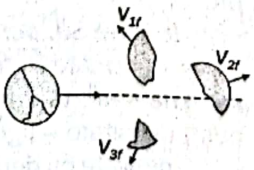
3. Dacă cele două corpuri se ciocnesc perfect elastic, care dintre următoarele mărimi NU se conservă:

a) impulsul;
b) energia cinetică;
c) energia totală;
d) viteza corpului cu masa de 5 kg.

4. Dacă corpurile se ciocnesc elastic, care este viteza și orientarea deplasării acestora după ciocnire?

a) 7,2 m/s spre stânga în jos;
b) 8,3 m/s în jos;
c) 10 m/s spre stânga;
d) 12,2 m/s spre dreapta în jos.

5. Un corp care se deplasează cu viteza v, explodează în trei fragmente, având masele de 27% fragmentul 1 și 52% fragmentul 2 din masa inițială, cel de-al treilea fragment având restul de masă. Vitezele celor trei fragmente sunt în ordine: 14,2 m/s; 18,9 m/s și 35,9 m/s, iar unghiurile sub care acestea sunt aruncate sunt: 42° cu direcția pozitivă a axei y, 17,8° cu direcția pozitivă a axei x și 39° cu direcția negativă a axei y. Care a fost viteza inițială a corpului?



a) 4 m/s;
b) 2,05 m/s;
c) 3,4 m/s;
d) 1,5 m/s.

Testul 16

Alegeți răspunsul corect!

1. Pentru un corp cu o articulație fixă, care poate efectua o mișcare de rotație, sunt adevărate afirmațiile:

a) axa de rotație este paralelă cu forța aplicată;
b) efectul de rotație este același, indiferent de punctul de aplicație;
c) efectul de rotație este diferit dacă aplicăm forța în puncte diferite pe dreapta ei suport;
d) efectul de rotație este direct proporțional cu mărimea forței.

2. În aceeași situație, nu este adevărată afirmația:

a) dacă forța acționează asupra axei, nu se produc rotații;
b) efectul de rotație este independent de distanța de la dreapta-suport la axa de rotație;
c) efectul de rotație depinde de lungimea brațului forței.

3. În definirea momentului forței față de un pol am folosit produsul vectorial a doi vectori. Ce este greșit în următoarea definiție?

a) produsul vectorial pentru doi vectori $\vec{a}$ și $\vec{b}$;
b) este notat cu $\vec{a} \cdot \vec{b}$;
c) este un vector perpendicular pe planul celor doi vectori;
d) are modulul dat de produsul dintre modulele lor și cosinusul unghiului dintre vectori.

4. Stabiliți care din următoarele afirmații sunt adevărate:

a) brațul forței este perpendicular pe vectorul moment al forței;
b) brațul forței unește polul cu punctul de aplicație a forței;
c) brațul forței se notează cu b;
d) brațul forței face un unghi diferit de zero cu dreapta-suport a forței.

Scanned with OKEN Scanner

Anexa I – Mărimi fizice – unități fundamentale în Sistemul Internațional de Unități

O **mărime fizică** este o proprietate caracteristică măsurabilă a unui obiect sau a unui sistem fizic. Ea prezintă atât o latură calitativă (de exemplu: masa unui corp caracterizează inerția corpului, accelerația caracterizează variația vitezei, forța caracterizează interacțiunea dintre corpuri etc.), cât și una cantitativă (pot avea valori mai mari sau mai mici în raport cu mărimi de aceeași natură).

Dicționar

Mărimi fizice de aceeași natură = mărimi fizice care exprimă aceeași proprietate calitativă a corpurilor sau sistemelor fizice.

Stabilirea valorii unei mărimi fizice se bazează pe *procesul de măsurare*. Aceasta se poate face prin compararea mărimii investigate cu o alta, de aceeași natură, numită *unitate de măsură*. Unitatea de măsură poate fi stabilită, la rândul ei, pe baza acceptării unui etalon (de exemplu masa) sau a determinării acesteia în urma unui proces independent de măsurare (de exemplu secunda).

Figura 1 prezintă schematic etapele procesului de măsurare, în care sunt stabilite atât modul de determinare a etalonului și a unității de măsură (A), cât și procesul de măsurare a mărimii de interes (B).

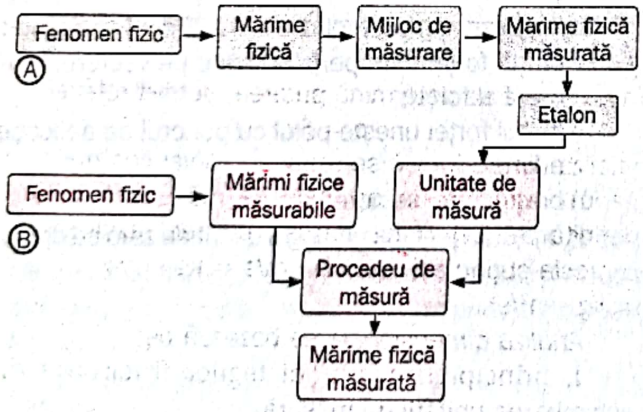


Fig. 1. *Diagrama unui proces de măsurare.*

Practica a arătat că în procesul de măsurare este necesară rezervarea unui număr de mărimi fizice numite fundamentale, pe baza cărora să poată fi stabilite toate celelalte mărimi fizice. Din unitățile de măsură ale mărimilor fundamentale (unități fundamentale) se stabilesc unitățile de măsură ale mărimilor derivate sub forma unor combinații ale unităților mărimilor fundamentale. De exemplu, forța se măsoară în newton (N), dar 1 N = 1 kg · 1 m/s² (unitatea derivată N, se exprimă prin intermediul altor unități: kg; m; s).

Tabelul 1 prezintă mărimile fizice fundamentale din mecanică și etaloanele acestora.

Tabelul 1.

Mărime fizică	Etalon	Unitate de măsură
lungime	lungimea traseului parcurs de lumină, în vid, în timp de 1/299792458 secunde	1 metru
masă	kilogram, cilindru de platină și iridiu	1 kilogram
durată	perioada asociată tranziției între două niveluri electronice ale atomului de cesiu 133	1 secundă = =9192631770 perioade ale cesiului

În condițiile stabilirii unui etalon și a unității de măsură pentru o anumită mărime fizică, oricare altă mărime fizică de aceeași natură poate fi scrisă ca:

$$\text{MĂRIME FIZICĂ} = \text{VALOARE NUMERICĂ} \times \text{UNITATE DE MĂSURĂ}$$

Unitatea de măsură trebuie să îndeplinească următoarele condiții:

- să fie constantă, adică nu trebuie să se modifice în timp și nici să depindă de cel care realizează măsurătoarea.
- să fie universală, adică să poată fi utilizată de toți.
- fenomenul pe baza căruia se definește să fie ușor de reprodus.

Celelalte mărimi fizice fundamentale și unitățile lor de măsură sunt: temperatura termodinamică (gradul Kelvin [K]), intensitatea curentului electric (amperul [A]), intensitatea luminoasă (candela, [cd]), cantitatea de substanță (molul, [mol]).

Unitățile de măsură pentru mărimile fundamentale precum și numărul acestor mărimi nu se consideră stabilite odată pentru totdeauna. Acestea pot suferi perfecționări, dovadă fiind schimbările produse în ultimele decenii (unitatea de măsură a cantității de substanță a fost adoptată abia în 1971, unitățile de măsură pentru lungime, timp care a suferit redefiniri etc.).

Unitățile S.I. derivate pot fi:

– exprimate în funcție de unitățile fundamentale (ex: arie – m²; volum – m³; viteză – m/s; accelerație – m/s²; densitate – kg/m³);

– derivate cu denumiri speciale (ex: forța – newton [N] = kg · m/s²; energie – joule [J] = N · m = kg · m²/s²; putere Walt [W]; [W] = J/s = kg · m²/s³ etc.)

– derivate care se exprimă folosindu-se denumiri

Scanned with OKEN Scanner

speciale (ex: manometrul unei forțe – newton-metru [N · m] = kg · m²/s² etc.).

În urma clasificării unităților de măsură în fundamentale și derivate a rămas nedecisă categorizarea a două unități de măsură pur geometrice: radianul (rad) – unitatea de măsură a unghiului plan și sterodianul (sr) – unitatea de măsură a unghiului solid.

Cele două unități de măsură participă la formarea unor unități de măsură a unor mărimi derivate (de exemplu, viteza unghiulară (rad/s)).

Datorită marii diversități de valori întâlnite în univers ale unor mărimi fizice (tabel 2, 3 și 4) sunt utilizați multiplii și submultiplii acestora (tabel 5).

Tabelul 2.

Valori aproximative ale unor lungimi măsurate	*lungime [m]*
distanța de la Pământ la cel mai îndepărtat quasar cunoscut	1×10^{26}
distanța de la Pământ la cea mai apropiată galaxie mare (M31, în Andromeda)	2×10^{22}
distanța de la Pământ la cea mai apropiată stea (Proxima Centauri)	4×10^{16}
orbita medie a Pământului în jurul Soarelui	2×10^{11}
distanța medie Pământ-Lună	4×10^{8}
altitudinea tipică a unui satelit pe orbita terestră	2×10^{5}
lungimea unui teren de fotbal	9×10^{1}
înălțimea unui om	$1{,}7 \times 10^{0}$
lungimea unei muște de casă	5×10^{-3}
diametrul mediu celular	1×10^{-5}
diametrul atomului de hidrogen	1×10^{-10}
diametrul nucleului atomic	1×10^{-14}
diametrul unui proton	1×10^{-15}

Tabelul 3.

Valori aproximative ale unor mase	*Masa [kg]*
Univers	10^{52}
galaxia Calea Lactee	7×10^{41}
Soare	2×10^{30}
Pământ	6×10^{24}
Lună	7×10^{22}
rechin	1×10^{2}
om	7×10^{1}
broască	1×10^{-1}
țânțar	1×10^{-5}
bacterie	1×10^{-15}
atom de hidrogen	2×10^{-27}
electron	$9{,}1 \times 10^{-31}$

Analiza dimensională

Este mijloc larg utilizat în verificarea corectitudinii expresiei de determinarea unei mărimi fizice prin verificarea unității sale de măsură. Dacă, de exemplu,

Tabelul 4.

Valori aproximative ale unor intervale de timp	Intervale de timp [s]
vârsta Universului	5×10^{17}
vârsta Pamântului	1×10^{17}
vârsta medie a unui elev	6×10^{8}
un an	3×10^{7}
o zi	9×10^{4}
perioada normală între două bătăi ale inimii	10^{0}
perioada tipică a undelor sonore	1×10^{-3}
perioada tipică a undelor radio	1×10^{-6}
perioadă a vibrației unui atom într-un corp solid	1×10^{-13}
perioadă a undelor luminii vizibile	2×10^{-15}
durata unei ciocniri nucleare	1×10^{-22}
timp necesar luminii să traverseze un proton	3×10^{-24}

Tabelul 5.

	Prefix	Simbol	Echivalență
submultipli	pico	p	10^{-12}
	nano	n	10^{-9}
	micro	μ	10^{-6}
	mili	m	10^{-3}
	centi	c	10^{-2}
	deci	d	10^{-1}
multipli	deca	da	10^{1}
	hecto	h	10^{2}
	kilo	k	10^{3}
	mega	M	10^{6}
	giga	G	10^{9}
	tera	T	10^{12}

în problemă se determină puterea, potrivit relației

$$p = Fv,$$

analiza dimensională se reduce la a verifica obținere pentru putere a unității sale de măsură Watt (W), definită de [W] = kg · m²/s³, cu cea rezultată din expresia obținută F · v = N · m/s = kg · m/s² · m/s = = kg · m²/s³.

Analiza dimensională se bazează pe:

I. principiul invariației legilor fizicii față de schimbarea unității de măsură.

II. principiul omogenității formulelor fizice.

În cazul mecanicii, de exemplu, orice mărime fizică poate fi scrisă ca o combinare a mărimilor fundamentale. De exemplu, mărimea mecanică derivată X se poate scrie $[X] = L^{\alpha}M^{\beta}T^{\gamma}$, unde L, M, T sunt mărimile fundamentale (energie, masă, timp), α, β, γ coeficienți întregi sau fracționari, pozitivi sau negativi.

Exemple: viteză [v] = LT^{-1}; accelerație [a] = LT^{-2}; forță [F] = MLT^{-2} etc.

Scanned with OKEN Scanner

Anexa II – Deducerea expresiei distanței focale a unei lentile subțiri

Două medii transparente, având indicii de refracție n_1 și n_2, despărțite de o suprafață de separație, poartă numele de dioptru. Dacă suprafața de separație este sferică, dioptrul se va numi *sferic*.

În cazul unui fascicul de lumină îngust (fig. 1) care cade pe un dioptru sferic, razele cu originea în *I* sunt refractate și converg în punctul imagine *I'*. În aproximația fasciculului îngust și foarte puțin înclinat față de axul optic principal (aproximație paraxială), se poate considera că $IP = IV$, iar $PI' = VI'$. Punctele *I* și *I'* sunt puncte conjugate. Razele *IP* și *PI'* vor fi la rândul lor raze conjugate. La fel *IV* și *VI'*.

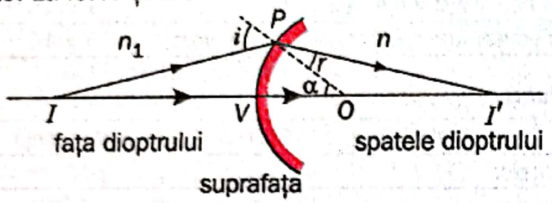


Fig. 1. Refracția razelor paraxiale pe dioptrul sferic.

Determinarea poziției punctului imagine al unui punct obiect (fig. 1) printr-un dioptru sferic:

din ΔPIO și din $\Delta POI'$ se poate scrie:

$$\frac{IO}{IP} = \frac{\sin i}{\sin \alpha} \quad (1) \qquad \frac{I'P}{I'O} = \frac{\sin \alpha}{\sin r} \quad (2)$$

Înmulțind cele două relații, rezultă:

$$\frac{IO}{IP} \times \frac{I'P}{I'O} = \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n}{n_1}. \quad (3)$$

Notăm $IV = x_1$, $OV = R$ și $I'V = x_2$, în aproximația fasciculului îngust $IP = IV = x_1$ și $I'P = I'V = x$.

Înlocuind în relația (3), se obține:

$$\frac{x_1 + R}{x_1} \cdot \frac{x}{x - R} = \frac{n}{n_1} \quad (4)$$

sau: $n_1 x_1 x + n_1 x R = n_2 x_1 x - n_2 x_1 R.$ (4')

Împărțind relația (4') cu $x_1 x_2 R$ și regrupând termenii rezultă:

$$\frac{n}{x} + \frac{n_1}{x_1} = \frac{n - n_1}{R}. \quad (5)$$

O lentilă prezintă doi dioptrii. Pentru a determina poziția imaginii formate prin lentilă se consideră, pe rând formarea imaginii la trecerea prin fiecare dioptru. Imaginea obiectului față de primul dioptru este obiect pentru cel de-al doilea dioptru. Notăm cu n_1, respectiv n_2, indicii de refracție ai mediului din fața (spațiul în care se găsește obiectul) și spatele lentilei și cu *n* indicele de refracție al lentilei. Formula fundamentală a dioptrului sferic aplicată celor două suprafețe este pentru primul și cel de-al doilea dioptru:

$$\frac{n}{x} + \frac{n_1}{x_1} = \frac{n - n_1}{R_1} \quad (6) \qquad \frac{n_2}{x_2} + \frac{n}{x} = \frac{n_2 - n}{R_2}, \quad (7)$$

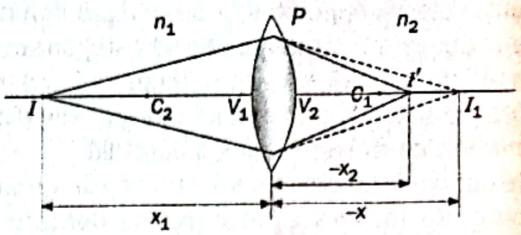


Fig. 2. Imaginea punctului I prin dioptrul sferic cu vârful V_1 este I_1. Aceasta devine obiect pentru dioptrul sferic cu vârful V_2, dând imaginea finală I' prin lentilă.

unde R_1 și R_2 sunt razele sferelor celor doi dioptri ai lentilei.

Considerând lentila aflată în aer ($n_2 = n_1$) și eliminând *x* între relațiile (6) și (7), se obține relația:

$$\frac{1}{x_2} - \frac{1}{x_1} = (n' - 1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right), \quad (8)$$

unde cu *n'* s-a notat indicele de refracție relativ al lentilei în raport cu mediul: $n' = \frac{n}{n_1}$.

Relația (8) reprezintă *formula fundamentală a lentilelor subțiri*.

O lentilă se caracterizează prin două focare principale (focare situate pe axul optic principal), numite așa pentru a le diferenția de celelalte focare, formate pe axe optice secundare (fig. 3).

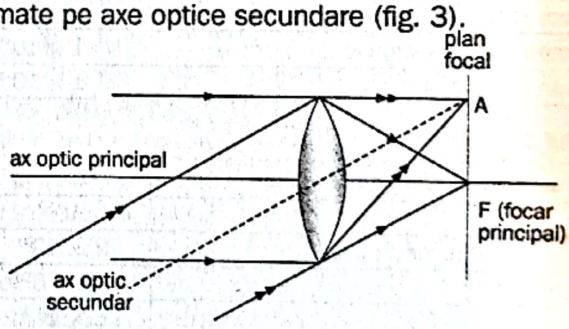


Fig. 3. Focarul principal, un focar secundar și planul focal ale unei lentile subțiri.

Pentru stabilirea distanțelor focale f_1 și f_2, la care se găsesc cele două focare ale lentilei, se pun condițiile $x_2 = \infty$ și respectiv $x_1 = \infty$. Se obține:

$$f_1 = \frac{1}{(n' - 1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)} = -f_2. \quad (9)$$

Relația (9) reprezintă *expresia distanței focale a unei lentile subțiri*. Aceasta este o constantă care depinde doar de razele de curbură ale fețelor lentilei și de indicele de refracție relativ al acesteia în raport cu mediul.

Scanned with OKEN Scanner

ANEXA III - Erori de măsurare

Orice proces de măsurare prezintă un anumit grad de eroare. Erorile pot fi *accidentale*, *datorate unor cauze subiective* (operatorului uman), sau *sistematice*, *datorate condițiilor obiective* de măsurare (aparate și sisteme tehnice de măsurare, instrumente de măsură etc.).

Dicționar

Eroare de măsură = *diferența dintre valoarea măsurată sau calculată a unei mărimi și valoarea exactă (reală) a acesteia; este cu atât mai mică cu cât precizia măsurării sau a calculului este mai mare.*

Rezultatele obținute dintr-un set de măsurători identice vor prezenta întotdeauna o anumită dispersie (împrăștiere).

Pentru stabilirea valorii reprezentative a procesului de măsurare, acesta trebuie repetat, după care se determină media valorilor experimentale obținute.

Exemplu

Trei elevi au măsurat cu același cronometru timpul în care o bilă coboară pe un plan înclinat. Datorită reflexelor fiecăruia, sau aprecierii diferite a momentului în care bila se pune în mișcare, ei au obținut rezultate diferite, și anume: 2,25 s; 2,28 s; 2,19 s. Rezultatul măsurătorii se determină parcurgând următoarele etape. Se determină **valoarea medie** a măsurătorilor efectuate $\bar{x}$:

$$\bar{x} = (2{,}25 + 2{,}28 + 2{,}19) / 3 = 2{,}24 \text{ s}$$

Considerând ca *reprezentativă* valoarea medie a rezultatelor măsurătorilor, nu se poate afirma că aceasta este valoarea exactă a măsurării. Valoarea exactă nu se cunoaște, deși ea este aproximativ egală cu valoarea medie.

Care este gradul de încredere în măsurătorile efectuate? Pentru a răspunde la această întrebare, trebuie cunoscute abaterile de la valoarea medie ale valorilor măsurate, mărimi ce reprezintă *erorile* care afectează fiecare măsurătoare. Pentru problema prezentată anterior, aceste erori sunt date în tabelul următor:

Valoare măsurată (x_i)	Valoare medie ($\bar{x}$)	Eroarea măsurătorii $\delta = \bar{x} - x_i$
2,25	2,24	–0,01
2,28	2,24	–0,04
2,19	2,24	0,05

În general, efectuând mai multe măsurători asupra unei mărimi x, se vor obține rezultatele: $x_1, x_2, \ldots, x_n$, afectate de erorile: $\delta_1, \delta_2, \ldots, \delta_n$, unde n reprezintă numărul de determinări.

Media aritmetică a erorilor în cazul problemei precedente va fi:

$$\delta_a = [(-0{,}01) + (-0{,}04) + (+0{,}05)] / 3 = 0$$

Acest rezultat nu indică faptul că măsurătoarea este exactă, deși în acest caz valorile absolute s-au compensat.

Pentru a înlătura acest neajuns, se introduce mărimea numită *eroare absolută* ($|\delta|$).

Dicționar

Eroare absolută = *modulul erorii măsurătorii:*

$$|\delta| = |x - x_i|$$

Eroarea absolută medie ($|\delta|$) *se va calcula cu relația:*

$$|\delta| = \frac{|\delta_1| + |\delta_2| + \ldots + |\delta_n|}{n}.$$

În cazul exemplului prezentat: $|\delta| = 0{,}03$.

Rezultatul măsurătorii se va prezenta sub forma:

valoarea medie ± *eroarea absolută medie* ($x = \bar{x} \pm |\delta|$)

Deci, în exemplul prezentat:

$$x = 2{,}24 \pm 0{,}03 \text{ (secunde)}.$$

În situația în care se face o singură măsurătoare, abaterea va fi determinată de sensibilitatea aparatului. Aceasta, dacă nu este indicată explicit pe aparat, este considerată egală cu cea mai mică subdiviziune a scalei de măsură a aparatului.

Pentru a compara valorile rezultate din două măsurători diferite și a decide care este mai precisă, nu este suficient să se cunoască eroarea absolută. Nu este la fel de precisă măsurarea distanței dintre București și Londra, cu o eroare de 10 m și măsurarea lungimii unei piscine, cu aceeași eroare de 10 m. Cu toate că, în ambele cazuri, eroarea absolută este aceeași, primul caz corespunde unei bune măsurători, iar al doilea – nu.

Pentru a cunoaște calitatea unei măsurători, se definește *eroarea relativă*.

Dicționar

Eroare relativă (ε) = *raportul între eroarea absolută și valoarea medie a măsurătorii. În mod curent, aceasta se exprimă procentual.*

Scanned with OKEN Scanner

În cazul problemei enunțate anterior, eroarea relativă este:

$$\varepsilon = (0{,}03 / 2{,}24) \cdot 100 = 1{,}3\ \%.$$

Mărimile care rezultă prin calcul din măsurarea altor mărimi care se combină într-o anumită formulă, sunt la rândul lor afectate de eroare. De exemplu, valoarea vitezei rezultată din expresia $v = \frac{s}{t}$ va fi afectată de eroare, dacă se măsoară spațiul parcurs $s = 2$ m cu o eroare $\Delta s = 0{,}01$ m, și timpul $t = 1$ s cu o eroare $\Delta t = 0{,}01$ s. Pentru determinarea acestei erori se vor utiliza proprietățile erorilor date în tabelul următor.

Formule pentru calculul erorilor: mărimi măsurate x, y; erorile absolute Δx, Δy.

Operația	Eroare absolută	Eroare relativă
$x + y$	$\Delta x + \Delta y$	$\frac{\Delta x + \Delta y}{\lvert x + y\rvert}$
$x - y$	$\Delta x + \Delta y$	$\frac{\Delta x + \Delta y}{x - y}$
$x \cdot y$	$\Delta x \cdot \lvert y\rvert + \Delta y \cdot \lvert x\rvert$	$\frac{\Delta x}{\lvert x\rvert} + \frac{\Delta y}{\lvert y\rvert}$
$\frac{x}{y}$	$\frac{\Delta x \lvert y\rvert + \Delta y \lvert x\rvert}{y^2}$	$\frac{\Delta x}{\lvert x\rvert} + \frac{\Delta y}{\lvert y\rvert}$
x^n	$\Delta x(nx^{n-1})$	$\lvert n\rvert \frac{\Delta x}{\lvert x\rvert}$

Potrivit tabelului, eroarea absolută cu care se obține viteza este dată de:

$$\Delta v = \frac{\Delta s\lvert t\rvert + \Delta t\lvert s\rvert}{t^2} = \frac{0{,}01 \cdot 1 + 0{,}01 \cdot 2}{1} = 0{,}03 \text{m/s}.$$

Eroarea relativă este:

$$\varepsilon = \frac{\Delta s}{\lvert s\rvert} + \frac{\Delta t}{\lvert t\rvert} = \frac{0{,}01}{2} + \frac{0{,}01}{1} = 0{,}015 = 1{,}5\ \%.$$

Exemplu

Trebuind să determine masa unei picături de lichid, un elev decide să cântărească picătura, utilizând o metodă diferențială. Astfel el cântărește o lamelă de sticlă uscată și apoi aceeași lamelă pe care a pus picătura cu pricina. Rezultatele obținute în cazul celor două cântăriri cu balanța analitică (are o eroare de 10^{-5} g) sunt:

$$m_{st} = (2113{,}62 \pm 0{,}01)\ \text{mg}$$

și respectiv $m_{st+pic} = (2116{,}17 \pm 0{,}01)\ \text{mg}.$

Masa picăturii obținută prin scădere este:

$$m_{st} + \text{pic} - m_{st} = 2{,}55\ \text{mg}.$$

Aplicând formula de calcul a erorii relative se obține:

$$\delta = \frac{\Delta m_{st} + \Delta m_{st+pic}}{m_{st+pic} - m_{st}} = \frac{0{,}01 + 0{,}01}{2{,}55} = 0{,}0078.$$

Observație

Dacă precizia balanței este $P \approx \frac{1}{10^{-5}} = 10^5$, precizia măsurătorii obținute prin metoda utilizată este de: $P' \approx \frac{1}{7{,}8 \cdot 10^{-3}} \cdot 0{,}13 \cdot 10^3$, adică de aproximativ 770 de ori mai mică.

Metoda utilizată nu este indicată deoarece conduce la erori cu mult peste cele furnizate de măsurătoare.

Verificați-vă cunoștințele

1. La cântărirea unei mase cu o balanță având o precizie de centigrame, se obțin următoarele rezultate: 12,51; 12,52; 12,54 (g).

a) Care valoare o considerați reprezentativă?

b) Calculați erorile absolută și relativă.

2. Dacă în rezolvarea anumitor probleme s-a folosit uneori valoarea de 10 m/s² pentru accelerația gravitațională, în loc de valoarea corectă de 9,81 m/s², să se calculeze eroarea absolută și cea relativă.

3. Dacă pentru măsurarea a trei mărimi fizice a, b și c se obțin valorile: $a = 2 \pm 0{,}1$; $b = 4 \pm 0{,}2$ și $c = 2{,}5 \pm 0{,}1$, care este eroarea relativă și eroarea absolută a mărimii $f = \frac{ab}{c}$?

4. Dacă prin măsurarea a trei mărimi se obțin rezultatele $a = 5{,}2 \pm 0{,}05$; $b = 3{,}4 \pm 0{,}05$ și respectiv $c = 3{,}5 \pm 0{,}05$, care este eroarea relativă și eroarea absolută a mărimii rezultată din expresia $f = ab + c$.

5. Pentru măsurarea accelerației gravitaționale se realizează un experiment de măsurare a timpului căderii libere. Dacă spațiul de cădere este 2 m, iar erorile de măsură sunt 0,05% pentru spațiu și 0,1% pentru timp, care este eroarea relativă rezultată pentru determinarea accelerației?

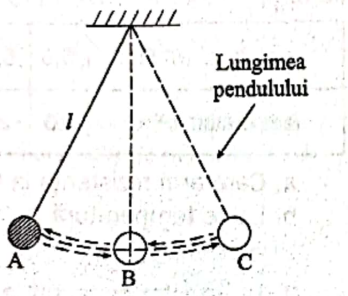
Scanned with OKEN Scanner

ANEXA IV – Prezentarea datelor experimentale

Pentru a putea interpreta măsurătorile efectuate în cadrul unui experiment, datele trebuie prezentate într-un mod sintetic și ușor de evaluat. Una din opțiunile de prezentare a datelor experimentale o constituie tabelul de valori. Acesta începe întotdeauna cu un cap de tabel în care sunt trecute mărimile măsurate (uneori sub formă de simboluri) și unitatea lor de măsură. O greșeală frecventă este lipsa marcării unității de măsură. În acest caz, datele nu au nici o relevanță pentru cel care nu a participat la experiment. În cazul datelor care nu au unitate de măsură, cum ar fi cazul unor raporturi de mărimi de același fel, este bine să se indice acest lucru specificându-se „adimensional".

Exemplu

Perioada unui pendul variază cu lungimea acestuia. Pentru această variație, s-au obținut datele din tabelul de mai jos.



Perioadă = intervalul de timp în care pendulul efectuează o oscilație completă (ABCBA)

Tabel: *Variația perioadei unui pendul în funcție de lungime.*

Cap de tabel	Mărime fizică măsurată	
Simbolul mărimii fizice	lungime ($l \pm 0{,}02$) m	perioadă ($T \pm 0{,}1$) s
Valori numerice înregistrate	0,1	0,6
	0,3	1,1
	0,5	1,4
	0,7	1,7
	0,8	1,8
	1,0	2,1
	1,3	2,2
	1,5	2,3

Unitate de măsură

Eroare de măsură

În cazul datelor prezentate în tabelul anterior, se pune problema determinării existenței unei relații între cele două coloane de date. În acest tip de prezentare, este dificil de identificat această relație. Lucrurile se simplifică însă, dacă vom apela la o reprezentare grafică.

Prezentarea datelor prin intermediul graficelor, se recomandă să cuprindă:

– titlul;

– marcarea pe axe a mărimilor fizice reprezentate și a unităților de măsură ale acestor mărimi fizice;

– scala de măsură a fiecărei axe;

– punctele reprezentative obținute (se pot utiliza diferite semne –, x, •, etc.).

În cazul problemei precedente graficul este dat în fig. 1.

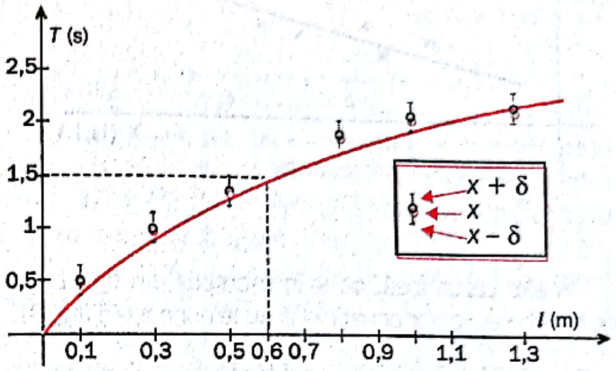


Fig. 1.

Observații

• Curba reprezentativă se duce printre puncte, cât mai apropiat de ele.

• Erorile se vor reprezenta prin intermediul unor bețișoare centrate pe valoarea medie a măsurătorii $\overline{T}$, de lungime $(\overline{T} - \delta, \overline{T} + \delta)$, unde cu δ am notat eroarea absolută a măsurătorii. Curba se consideră corect construită dacă este tăiată de bețișoarele de eroare ale cât mai multora dintre măsurători.

Datorită impreciziei măsurătorilor, pentru același set de date, cu erorile respective, se pot obține teoretic o infinitate de curbe reprezentative. Curba care se potrivește cel mai bine datelor poate fi calculată prin metode numerice.

• Un criteriu de corectitudine a curbei reprezentative este ca numerele de puncte reprezentative de pe fiecare parte a curbei să fie cât mai apropiate între ele.

O reprezentare grafică oferă mult mai multe date asupra experimentului decât un tabel și permite determinarea grafică și a altor valori decât cele obținute prin măsurare directă. De exemplu, ne putem întreba ce perioadă ar avea pendulul din exemplul anterior dacă lungimea firului ar fi 0,6 m. Urmărind fig. 1 se deduce modul simplu în care aceasta poate fi determinată.

Scanned with OKEN Scanner

În unele cazuri rezultatele reprezentate grafic pot fi sintetizate prin intermediul unei relații matematice. Dacă datele unui experiment, se vor așeza în așa fel încât să determine o dreaptă (fig. 2), deoarece știm că ecuația unei drepte este:

$$y = ax + b,$$

va trebui doar să identificăm coeficienții.

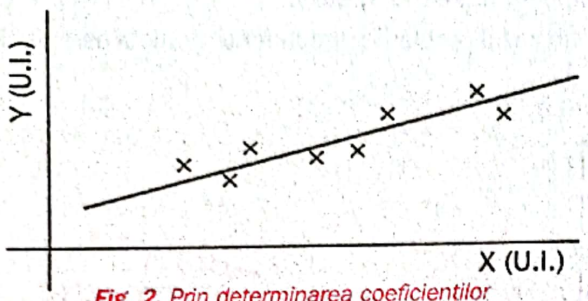


Fig. 2. Prin determinarea coeficienților „a" și „b" ai ecuației $y = ax + b$, se poate obține ecuația dreptei reprezentate grafic.

În alte cazuri însă, ca și în exemplul din fig. 1, se obțin curbe ale căror ecuații încă nu le cunoașteți (fig. 3).

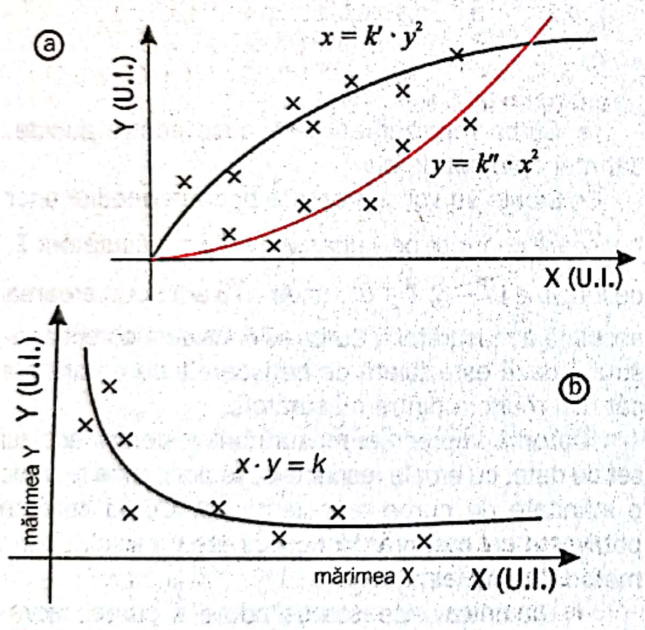


Fig. 3. Dacă graficul este o parabolă ce trece prin origine, ecuația acestuia poate fi $y = k''x^2$ sau $x = k'y^2$ (a), iar dacă este o hiperbolă $x \cdot y = k$ (b).

Dacă putem scrie o relație între mărimile reprezentate, putem enunța o „lege" potrivit căreia, cunoscând una din variabile, să o calculăm pe cea de-a doua. În general, însă, în majoritatea investigațiilor fizice relațiile între mărimi nu sunt atât de simple ca în exemplele indicate anterior.

Verificați-vă cunoștințele

1. Într-un experiment de măsurare a grosimii unei foi de hârtie (d) se obțin următoarele valori, pentru un top cu un număr variabil de foi:

grosime (d) mm	1,10	2,15	3,20	4,30	5,40	6,40
număr de foi (n)	10	20	30	40	50	60

a) Trasați graficul $d = f(n)$.

b) Calculați valoarea medie a grosimii unei foi și eroarea de măsură.

c) Pe cale grafică, găsiți grosimea a 25, 53 și 80 de coli.

2. Un fir de sârmă are o rezistență care variază cu temperatura θ, conform tabelului:

rezistența (R) Ω	5,5	6,0	6,4	6,9	7,4	8,0
temperatura (θ)°C	10	20	30	40	50	60

a) Care ar fi rezistența la 0°C?

b) La ce temperatură rezistența este de 7 Ω ?

3. Un rezistor conectat la bornele unei baterii indică modificarea tensiunii la capetele sale în funcție de variația rezistenței proprii. Datele obținute sunt trecute în următorul tabel:

1 / diferența de potențial (1/U) V^{-1}	2,0	1,6	1,3	1,1	1,0	0,89
1 / rezistența (1/R) Ω^{-1}	1,0	0,7	0,5	0,3	0,25	0,16

Trasați graficul $\frac{1}{U} = f\left(\frac{1}{R}\right)$ și găsiți valoarea lui $\frac{1}{R}$ când $\frac{1}{U} = 0$.

4. Măsurând masa și volumul câtorva fragmente ale unui metal, s-au găsit rezultatele:

masă (m) g	2	15	26	45	100
volum (V) cm^3	0,1	0,7	1,3	2,3	5,1

a) Reprezentați grafic $m = f(V)$.

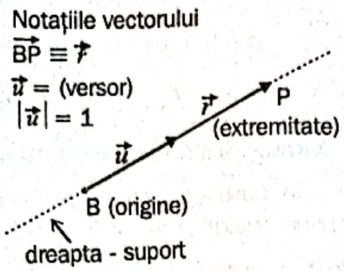
b) Există vreo relație între aceste date?

Scanned with OKEN Scanner

ANEXA V – Operații cu vectori

Vectori

Vector = obiect matematic reprezentat printr-un segment de dreaptă orientat. Este caracterizat prin modul, direcție, sens și punct de aplicație.



Modulul vectorului = măsură a lungimii vectorului, este numeric egal cu numărul vectorilor unitate (numiți și versori) cuprinși în vectorul dat.

Direcția vectorului = orice paralelă la dreapta din care face parte vectorul (numită și dreaptă - suport).

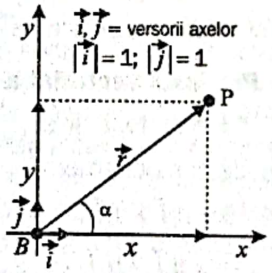
Sensul vectorului = indică orientarea vectorului.

Punctul de aplicație al vectorului = poate fi: fix (vector legat), în orice punct al spațiului (vector liber), sau în orice punct al dreptei - suport (vector alunecător sau glisant).

Versorul vectorului = vector care are aceleași direcție și sens cu vectorul considerat și modulul egal cu unitatea.

Componentele unui vector

Componentele unui vector față de un sistem de axe ortogonal se stabilesc prin proiecții pe axele sistemului respectiv, duse din extremitățile vectorului.



$$\vec{r} = \vec{x} + \vec{y}; \quad r^2 = x^2 + y^2; \quad tg\alpha = \frac{y}{x}.$$

Adunarea vectorilor

Fiind dați doi vectori $\vec{a}$ și $\vec{b}$ de componente:

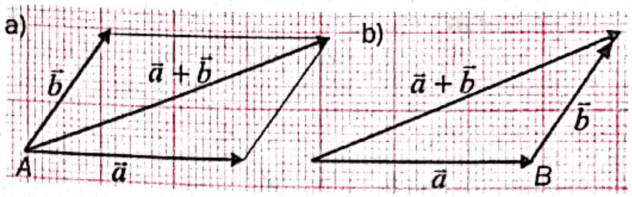
$$\vec{a} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j}; \quad \vec{b} = b_x\vec{i} + b_y\vec{j},$$

suma celor doi vectori va fi vectorul:

$$\vec{a} + \vec{b} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + b_x\vec{i} + b_y\vec{j} = (a_x + b_x)\vec{i} + (a_y + b_y)\vec{j}$$

a cărui direcție și sens sunt date de *regula paralelogramului*.

Regula paralelogramului: se translatează cei doi vectori într-o origine comună. Se construiește paralelogramul pe cei doi vectori ducând paralele la aceștia prin extremitățile vectorilor. Vectorul sumă este vectorul care unește originea celor doi vectori cu colțul opus al paralelogramului.



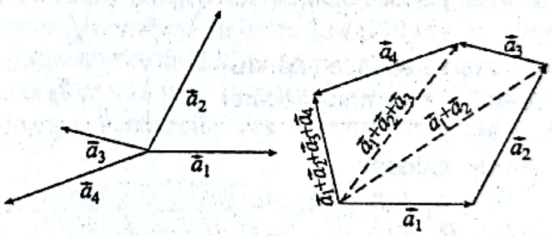
Regula paralelogramului (a) și varianta ei, regula triunghiului (b), obținută în urma operației de translație a unuia din vectorii din sumă pe cealaltă latură a paralelogramului construit.

Modulul vectorului sumă este:

$$|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{a^2 + b^2 + 2ab\cos\alpha}.$$

În cazul compunerii mai multor vectori se poate aplica succesiv regula triunghiului, mai întâi pentru primii doi vectori, a căror rezultantă se compune cu următorul vector și așa mai departe.

Din aplicarea acestui algoritm rezultă regula potrivit căreia vectorii se așază astfel încât fiecare are originea în extremitatea vectorului anterior. Vectorul rezultant va fi vectorul care închide linia poligonală astfel formată. El are originea în originea primului vector din sumă și extremitatea în extremitatea ultimului vector.



Aplicarea succesivă a regulilor de compunere a paralelogramului sau a triunghiului pentru adunarea mai multor vectori duce la o nouă regulă de compunere numită și regula poligonului.

Metoda analitică de compunere a vectorilor

O altă modalitate de adunare a vectorilor este metoda analitică. Aceasta se bazează pe descompunerea vectorilor după un ansamblu de axe ortogonale (două, dacă vectorii sunt în plan, sau trei, dacă ei sunt în spațiu).

Pentru doi vectori $\vec{a}$ și $\vec{b}$, de componente:

$$\vec{a} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} \text{ și } \vec{b} = b_x\vec{i} + b_y\vec{j}$$

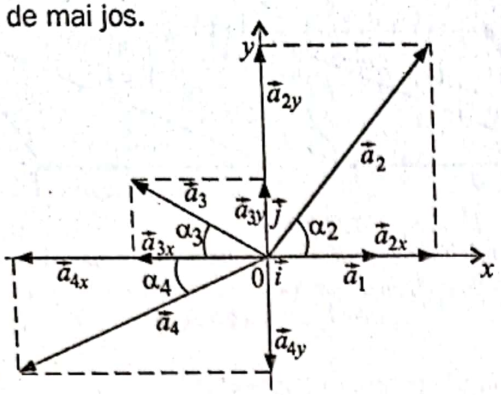
suma celor doi vectori se scrie:

$$\vec{a} + \vec{b} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + b_x\vec{i} + b_y\vec{j} = (a_x + b_x)\vec{i} + (a_y + b_y)\vec{j}$$

În paranteze se face suma algebrică a componentelor vectorilor, ținându-se cont de semnul fiecărei componente.

Scanned with OKEN Scanner

Metoda se poate extinde pentru un număr oricât de mare de vectori, iar utilizarea ei, după cum arată în figura de mai jos.



În urma descompunerii, vor rezulta componentele vectorilor pe cele două direcții, care se pot calcula dacă se cunosc unghiurile α, cu i de la 1 la 4, pe care le fac vectorii cu axa Ox.

1. Se descompun vectorii, aduși în originea S.R., după axele de coordonate ale acestuia (două, dacă vectorii sunt în același plan), și în acest fel, se obține:

$a_{1x} = a_1$; $a_{1y} = 0$

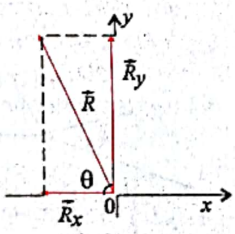
$a_{2x} = a_2\cos\alpha_2$; $a_{2y} = a_2\sin\alpha_2$

$a_{3x} = a_3\cos\alpha_3$; $a_{3y} = a_3\sin\alpha_3$

$a_{4x} = a_4\cos\alpha_4$; $a_{4y} = a_4\sin\alpha_4$

2. Se adună vectorii rezultați pe fiecare axă în parte și se găsesc rezultantele $\vec{R}_x$ și $\vec{R}_y$ pe cele două direcții.

Adunarea se face ținându-se seama de semnul fiecărei componente.



Pe Ox obținem:

$R_x = a_1 + a_{2x} - a_{3x} - a_{4x}$,

iar pe Oy: $R_y = a_{2y} + a_{3y} - a_{4y}$.

Avantajul acestei metode constă în aceea că vectorii rezultanți, $\vec{R}_x$ și $\vec{R}_y$, sunt ortogonali, iar adunarea acestora devine foarte simplă.

3. Compunerea vectorilor rezultanți

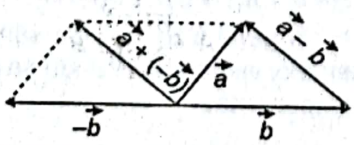
Aplicându-se teorema lui Pitagora în triunghiul dreptunghic ale cărui catete sunt vectorii $\vec{R}_x$ și $\vec{R}_y$, obținem modulul vectorului rezultant: $R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$, iar orientarea (unghiul θ) se obține din raportul celor două catete: $tg\,\theta = \frac{R_y}{R_x}$.

Diferența a doi vectori

Fie $\vec{a}$ și $\vec{b}$ de componente:

$\vec{a} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j}$;

$\vec{b} = b_x\vec{i} + b_y\vec{j}$.

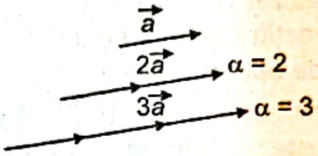


Diferența celor doi vectori este vectorul care unește extremitățile celor doi vectori, orientat spre vectorul descăzut.

$$\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b}) = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + (-b_x\vec{i} - b_y\vec{j}) =$$
$$= (a_x - b_x)\vec{i} + (a_y - b_y)\vec{j}.$$

Înmulțirea unui vector cu un scalar

A înmulți un vector $\vec{a}$ cu un scalar α înseamnă a determina vectorul $\alpha\vec{a}$ ale cărui direcție și sens sunt identice cu ale vectorului și al cărui modul este produsul dintre modulul vectorului $\vec{a}$ și scalarul α.

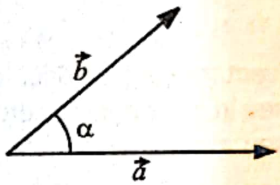


Produsul scalar a doi vectori

Fiind dați vectorii $\vec{a}$ și $\vec{b}$ de componente:

$\vec{a} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j}$;

$\vec{b} = b_x\vec{i} + b_y\vec{j}$,



produsul scalar al celor doi vectori este scalarul $ab\cos\alpha$, unde α este unghiul dintre direcțiile celor doi vectori.

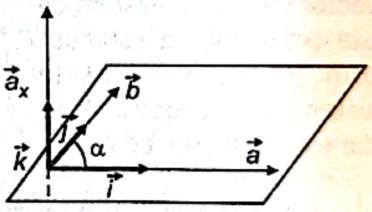
Pe componente produsul scalar al celor doi vectori este dat de expresia: $\vec{a}\cdot\vec{b} = a_xb_x + a_yb_y$.

Produsul vectorial a doi vectori

Fie vectorii $\vec{a}$ și $\vec{b}$ de componente:

$\vec{a} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j}$;

$\vec{b} = b_x\vec{i} + b_y\vec{j}$



produsul vectorial al celor doi vectori, notat $\vec{a}\times\vec{b}$, este un vector al cărui modul este $ab\sin\alpha$, unde a este unghiul dintre direcțiile celor doi vectori, a cărui direcție este perpendiculară pe planul celor doi vectori, iar sensul este dat de regula burghiului.

Regula burghiului: se rotește primul vector din produs peste cel de-al doilea pe drumul cel mai scurt. Sensul de înaintare al unui burghiu drept rotit în acest fel este sensul vectorului produs vectorial.

Pe componente produsul vectorial al celor doi vectori este dat de expresia:

$$\vec{a}\times\vec{b} = \vec{i}\,(a_yb_z - a_zb_y) +$$
$$+\vec{j}\,(a_zb_x - a_xb_z) + \vec{k}\,(a_xb_y - a_yb_x).$$

Scanned with OKEN Scanner

ANEXA VI – Calcularea razei Pământului și a distanțelor la stelele apropiate

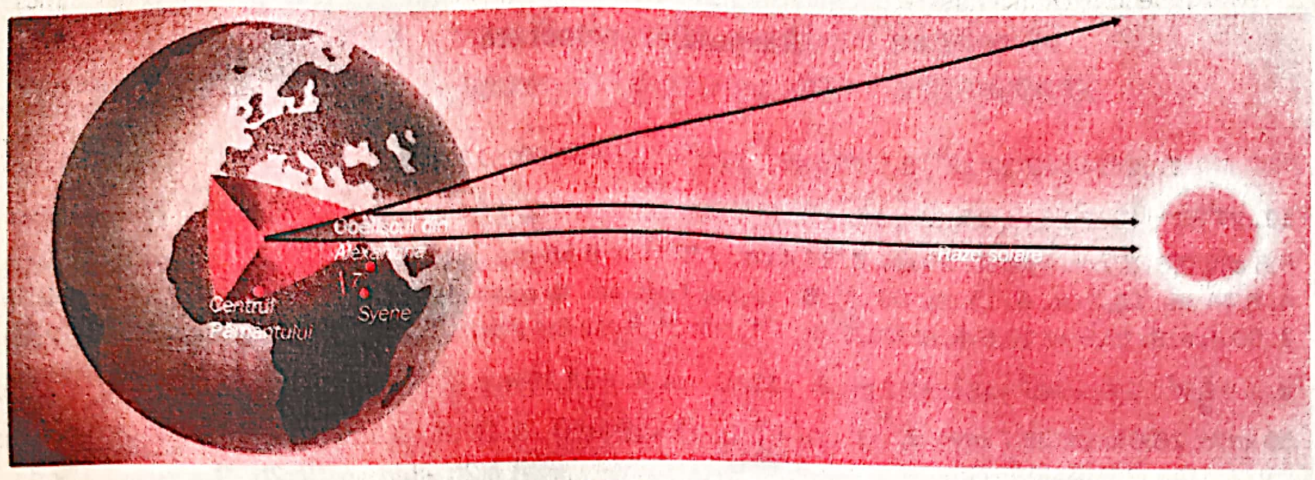


Fig. 1. Principiul folosit de Eratostene în calcularea razei Pământului.

Calcularea razei pământului

Primul calcul cu adevărat științific a razei globului terestru a fost făcută cu trei sute de ani înainte de Hristos, de către savantul și filosoful grec Eratostene (273 î.Hr. - 192 î.Hr.), în Egipt. El a remarcat faptul că, în prima zi de primăvară, Soarele, la zenit, lumina fundul unui puț vertical din Syene (aproape de Asuan-ul de azi). De aici, el a tras concluzia că Soarele era pe direcția razei terestre ce trece prin Syene. Oi, în aceeași zi și la aceeași oră, în orașul Alexandria, situat mai la nord cu 5 000 de stadii (circa 800 km), umbra unui obelisc arăta că Soarele face un unghi de 7,2° cu zenitul. În ipoteza că toate razele Soarelui care ating suprafața Pământului sunt paralele, Eratostene a dedus că diferența de latitudine dintre cele două localități era de 7,2°, adică 7,2/360, aproximativ egal cu a 50-a parte din circumferința globului terestru. În acest caz, întreaga circumferință terestră era de: 50 × 5 000 stadii = 250 000 stadii (o stadie = 0,16 km), deci de circa 40000 de kilometri. Împărțind această valoare la 2π, el a găsit raza Pământului. Deși valoarea astfel calculată era diferită de valoarea estimată astăzi (R_p = 6378 km), rezultatul obținut era deosebit de precis, pentru tehnica acelei vremi.

Stabiliți, conform datelor din lectură, valoarea razei Pământului găsită de Eratostene. Care sunt eroarea absolută și cea relativă ale măsurătorii sale?

Calcularea distanțelor la stelele apropiate

Tot grecii din antichitate sunt autorii metodelor de determinare a distanței de la Pământ la planetele și stelele apropiate. Pentru a determina distanțele la astrele apropiate, se folosește metoda triangulației, ce constă în stabilirea „paralaxei". Pentru a înțelege această metodă, să luăm de pildă cazul Lunii. Vom considera o linie dreaptă ce unește centrul Pământului cu cel al Lunii. Vom trasa apoi o linie ce trece prin marginea Pământului și centrul Lunii și vom calcula unghiul făcut de cele două linii. Aceasta este paralaxa. Practic, se fac două observații simultane, din două observatoare situate la cele două extremități ale unui diametru terestru (A și B).

Pentru Lună, paralaxa este de 57', ceea ce face ca distanța determinată să fie de 334 000 km. Pentru Soare, paralaxa este de 8,8", ceea ce dă o distanță de 149,9 milioane de kilometri. Distanța Pământ-Soare a devenit unitatea astronomică – U.A. – de măsură a distanțelor.

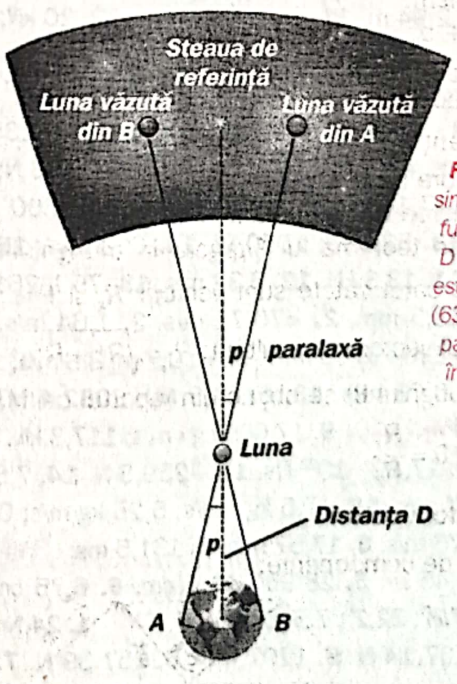


Fig. 2. O formulă simplă dă distanța în funcție de paralaxă, D = R/sinp, unde R este raza Pământului (6378 km), iar p este paralaxa, exprimată în secunde de arc.

Scanned with OKEN Scanner

Răspunsuri selectate

Pag. 12. **7.** 30°24′; 22°22′12″. **9.** 53°15′46″; 10°5′40″; 79°54′20″; 13°10′15″. **10.** 1,93. **11.** 67°10′53″. **12.** 27°30″. **13.** 2,26 m. **14.** 15°. **16.** 45°; 75°; 60°. **Pag. 20.** **2.** 14,4 cm. **3.** 7,5 cm. **4.** 13,3 cm; $\frac{1}{3}$; 10 cm; 6,6 cm; 0,6. **5.** convergentă; 25 cm. **6.** 14,4 cm. **7.** 20 cm; 6,66 cm. **Pag. 26.** **2.** 35 cm. **3.** 12,5 cm; 1,75 cm. **4.** 8,44 cm; 12,2 cm. **5.** 15 cm; 60 cm. **6.** +0,13. **7.** 48 cm. **8.** concavă; 40 cm. **Pag. 32.** **2.** 150. **3.** 0,46 m. **7.** 50 mm. **8.** 15,9 m; 10,6 m; $\Delta t < 1{,}9$ ms; ~1 mm; 29,8 cm; 8,4 mm. **Pag. 41.** **1.** ≈10,2 m; ≈34,4 m; ≈25 m. **2.** $x = \frac{2}{9}y^2$; $\vec{v}(5) = 50\vec{i} + 15\vec{j}$; 52,2 m. **3.** ≈19,91 m/s. **4.** ≈14,29 m/s. **5.** 135 m; 27 m/s. **6.** 33,3 km/h; 50 km/h; 50 km/h; 28,6 km/h; 35,7 km/h. **7.** $-(t'+t)\vec{i} + \vec{j}$; $\vec{0}$; $(t'^2 + t't + t^2)\vec{j}$. **8.** 23°35′; 5,38 m/s; 68°12′. **Pag. 43.** **3.** 54 s; 9 s; **4.** 14,28 s; 42,84 m; 50 s. **5.** 30 m/s; 300 m; 30 min. **6.** $v_1 = \frac{h(2t_2 - t_1)}{t_1 t_2}$; $v_2 = \frac{h(2t_1 - t_2)}{t_1 t_2}$. **7.** $d' = \frac{v_3 d}{v_1 + v_2}$. **8.** $v_x = v\cos 30°$; $v_y = v\sin 30°$. **Pag. 50.** **4.** 11,5 m/s²; 0,7 m/s²; 20 m/s; 75 m. **5.** 1,25 m/s²; 437,5 m. **6.** 80 m. **7.** 840 m; 1720 m. **8.** 30 m; **9.** 5,3 m/s; 24 m/s; 24,4 m/s. **10.** 60 s; 17640 m. **11.** 532 m. **12.** 300 m. **13.** 10 m. **14.** $d = \frac{2v_0^2 \cos\theta_0 \sin(\theta_0 - \phi)}{g\cos^2\phi}$. **15.** Mai puțin de 265 m și nu mai mult de 3480 m. **17.** 10,57 m/s. **18.** 0,45 s; 11,1 m/s; 0,7 s; 4 m. **19.** 14,19 m/s. **20.** 0,97; 0,9. **Pag. 54.** **1.** 24,87 km/s; $5{,}95 \cdot 10^{-6}$ rad/s². **2.** $1{,}59 \cdot 10^{-15}$ Hz. **4.** $7{,}3 \cdot 10^{-5}$ rad/s; $1{,}9 \cdot 10^{-7}$ rad/s. **5.** 12,5 rad/s; 125 rad; 50 m. **6.** 45 m/s²; 3 rad/s. **7.** 1,5 ture; 0,2 rad/s; 0,15 rad/s. **8.** 31,4 rad/s; 23,5 m/s; 14,13 m/s; 739,4 m/s²; elicoidală. **9.** 6,94 rad/s; 37,04 rad/s. **10.** 0,74 rad/s; 1,85 rad/s; ≈235 ture. **11.** ≈209 rad/s; 16,72 m/s; 13,3 rot/s; 29,3 m/s. **12.** 125,6 rad/s; 502 rad/s; 1808 km. **Pag. 62.** **8.** 18 N. **9.** $3\vec{i} + 5\vec{j} - 2\vec{k}$; 6,2 N; $0{,}5\vec{i} + 0{,}83\vec{j} - 0{,}33\vec{k}$; 1,03 m/s². **10.** 21,039 N; θ = 127,6°; 2,4 m/s²; θ = 127,6°; 21 N; 307,6°. **11.** 8 m/s²; 40 N; 10 N. **12.** 0; 15 N; 10 N. **Pag. 71.** **2.** Varianta corectă de răspuns este c. **4.** 5 N/cm. **5.** 10800 N; 0,54 cm²; 1,02 mm. **6.** 30 N; 42 N; 213 N; 13 N. **8.** Varianta corectă de răspuns este c. **9.** $\frac{2}{5}k$; $\frac{k}{2}$; $\frac{2}{5}k$. **10.** 3,92 m/s²; 2,94 m. **11.** $l_0 = \frac{ml_1 + Ml_2}{m + M}$. **12.** 20 kN; 10 kN; 5kN. **13.** 71,4 N; 17,65 N; 58,82 N. **14.** 0,49 m/s²; 3,08 m/s²; 2,352 m/s²; 1,176 m/s²; 0,28 m/s²; 1,22 m/s²; 2,45 m/s². **Pag. 77.** **4.** 72,02 N. **5.** $\mu = \frac{F}{(3m_1 + m_2)g}$. **6.** 2,55 s; 1,53 s; 0,48 m. **7.** 3,676 m/s². **8.** 99 N; 0,35. **Pag. 84.** **8.** $3{,}5 \cdot 10^8$ m. **9.** 0,628 m/s²; $18{,}4 \cdot 10^6$ m/s². **10.** $6{,}27 \cdot 10^6$ m; $4{,}6 \cdot 10^6$ m. **Pag. 91.** **2.** 20,196 N; 40,392 J; 10,392 J; 30 J; 0 J. **3.** 0. **4.** identic. **6.** 723,6 N; 716,12 N. **7.** 157,14 N; 107,14 N. **8.** 1 kJ. **9.** ~800 J; 800 J; 4 m/s². **10.** 8 kJ; 800 W. **11.** 27950 W. **12.** 7 ani 49 zile 4 ore. **13.** 52,5 kJ; 1050 W. **14.** 600 MW. **15.** 0,5 MJ; 555,5 W. **Pag. 95.** **7.** 1715 kJ. **8.** 3 J. **9.** 1 J; 6,32 m/s; 9 J. **11.** 13,3 kN. **12.** 6,32 m/s. **13.** 75 J; 261,75 J; 10,43 m/s. **14.** 5,83 m/s; 84,97 J; 8,54 m/s; 182,5 J. **Pag. 105.** **1.** 13,3 mm. **2.** ≈70,71 m/s. **3.** 1,64 m/s. **4.** 1,25 m; 500 J; 67°58′32″. **6.** 555,5 N/m; 19,94 m/s. **8.** 4,04 m/s; 5,71 m/s; 6,63 m. **9.** 98 N; 0,7 m; 3,8 m/s; 1,18 m; 3,78 m. **10.** 0,129 m; 0,75 m; 5 cm de A. **11.** 0,8 MJ; −0,79 MJ. **12.** 0,63 m/s. **13.** 6164,8 MJ; 3082,4 MJ; −3082,4 MJ. **14.** 10 m/s; ~6,63 m/s. **15.** 250 J; 41°C. **16.** 1,62 m/s. **Pag. 110.** **9.** 17.600 kg · m/s; 117,3 kN. **10.** 5,47 m/s; 5,9 kN. **11.** 10 m/s; 3 kg. **12.** $8{,}35 \cdot 10^{-21}$ N · s; 4,5 Ns; 750 Ns; $17{,}82 \cdot 10^{28}$ Ns. **13.** −259,5 N. **14.** 7,5 Ns; 1,87 N. **15.** 17,5 N · s; 17,5 m/s; 4,375 N. **16.** 120 m. **17.** $9{,}06 \cdot 10^{-24}$ m/s. **18.** −7,5 kg · m/s; 5,25 kg m/s; 0,013 s. **Pag. 116.** **2.** 1,6 m/s; 4,08 J. **3.** 9 kg. **4.** 6,6 m/s; 33,3 J. **5.** 329,73 m/s. **6.** 17,57 m/s; **8.** 131,5 ms. **Pag. 119.** **2.** ≈8,3 m/s; −15,5 m/s; 34,5 m/s. **3.** $34{,}23 \cdot 10^{-6}$ m-s. **4.** 0,83 m/s; 1,45 m. **5.** 28°95′; 12,5 cm. **6.** 6,75 cm. **7.** 7,6 m/s; −3,2 m/s; 4,3 m/s; 1,96 m; 0,5 m; 1,47 m. **Pag. 122.** **1.** 27,8°; 32,2°; 7.500 N. **Pag. 129.** **1.** 24 Nm; 48 N. **2.** 30 N; 1 kN; 182 N; 12,5 N. **3.** 729,6 N; 716,12 N. **4.** 157,14 N; 107,14 N. **5.** 1207,4 N. **6.** 357,39 N. **7.** 133,33 N; 66,6 N. **8.** 167,73 N.

Scanned with OKEN Scanner

Adrese site-uri utile în învățarea fizicii propuse de prof. Ştefan Grigorescu - metodist, CCD - BUCURESTI

http://www.aps.org/ – societatea americană de fizică
http://www.busy-bee-physics.com/newtons_laws.html – explică legile lui Newton
http://www.cath-mem.org/physics/Demoes.htm – demonstrații experimentale
http://www.colorado.edu/physics/2000/index.pl – un site plăcut de fizică
http://www.dctech.com/physics/humor/ – se prezintă o listă de glume legate de fizică și fizicieni
http://www.falstad.com/mathphysics.html – appleturi de fizică și matematică
http://www.fizica-online.go.ro/ – fizica de liceu în limba romană, este încă în lucru
http://www.geocities.com/danielhada/fizica.html – experimente, prezentate în limba romană
http://www.geocities.com/sgurlui/home.html – pentru activități cu profil înalt de specialitate
http://www.index2000.ro/cgi-bin/odp/odpnew.cgi?search=/Science/Physics/ – fizică+domenii conexe
http://www.kettering.edu/~drussell/demos.html – animații din domeniul oscilațiilor, undelor și acusticii
http://www.labsmn.pub.ro/Academic/LabVIEW/Tutorial.htm – noua platformă LABVIEW, oferă profesorilor și elevilor capacitatea să realizeze softuri de fizică, rapid și eficient.
http://physics.nist.gov/ – laborator de fizică
http://www.nobel.se/physics/index.html – premii NOBEL în fizică
http://www.ph.utexas.edu/~phy-demo/resources/phys_applets.html – linkuri spre locații cu fizică
http://physics.uwstout.edu/physapplets – appleturi din toate capitolele fizicii, însotite de explicații
http://www.physicsclassroom.com/ – fizica în clasă
http://www.physlink.com/News/022504CVDDiamonds.cfm – noutăți în fizică
http://physicsweb.org/ – resurse în domeniul fizicii
http://www.phy.ntnu.edu.tw/java/index.html# – set de experimente pentru fixarea cunoștințelor
http://www.th.physik.uni-frankfurt.de/~jr/portraits.html – portrete cu fizicieni renumiți
http://www.schulphysik.de/suren/Applets.html – appleturi din toate domeniile
http://www.schulphysik.de/kiselev/ – appleturi Java interesante
http://www.schulphysik.de/ntnujava/indexPopup.html – laborator virtual
http://www.surendranath.org/Applets.html – fizica generală
http://www.teora.ro/index19bis.html – găsim manuale românești în format electronic
http://www.visualphysics.com/ – experimente ce pot fi descărcate
http://www.walter-fendt.de/ph14e/ – se găsesc seturi de experiențe interactive de fizică
http://webphysics.ph.msstate.edu/jc/library/ – unități de măsură în fizică
http://webphysics.davidson.edu/Applets/jacob/Experiments.html – experimente virtuale
http://www.workjoke.com/projoke25.htm – glume cu și despre fizicieni și fizică, referate ale elevilor pentru elevi
http://www.x3m.ro/ScoalaOnline/fizica/
http://www.referat.ro/referate/fizica/pagina1.htm
http://www.geocities.com/referate2001/fizica.htm

Site-uri ale profesorilor de fizică:
http://www.fizica.ro/ – site creat de prof. univ Mircea Rusu de la facultatea de Fizică –București
http://www.geocities.com/grigorescu_stefan/ – site creat de prof. Ștefan Grigorescu

Scanned with OKEN Scanner

Scanned with OKEN Scanner

Bibliografie

1. Abbot A. F., *Ordinary level physics*, Heinemann Educational Books Ltd., London, 1982
2. Bang G., Kuhn W., Lochhaas, Pientka H., *Physik*, Westermann Braunschweig, 1994
3. Berghof N., Goblet J., Greef K., Hartmann R., Otter M., Rouss N., Schloot R. P., Sigel H., Gross Berhag, *Physik*, Stutgart, 1985
4. Bramand P., Faye P., Thomassier G., *Physique*, Hachette, Paris, 1983
5. Brennecke R., Schuster G., *Fizică*, E.D.P., București, 1973.
6. Candel A., Soler J. B., Satoca J., Tent J.J., *Fisica y Quimica Bachillerato 2*, Madrid, Spain, 1993
7. Candel A., Soler J. B., Satoca J., Tent J.J., *Fisica y Quimica Bachillerato 2*, Madrid, Spain, 1992 *Fisica y Quimica, Guia escolar (VOX)*, Barcelona, Spain, 1993
8. Cooper S., Deloughuy W., Hiscook M., Nayles P., *Physics*, Heinemann, 1992
9. Cone Gabriela, Stanciu G., Tudorache S., *Probleme de fizică pentru liceu (vol. I)*, Editura Academiei R.S.R., București, 1986
10. Crocnan D. O., *Probleme de fizică tip grilă pentru bacalaureat și admitere în învățământul superior*, Ed. Meteor Press, București, 2003.
11. Crocnan D. O., *Concepte eronate în fizică*, Ed. Meteor Press, București, 2003.
12. Crocnan D. O., *Seria – Probleme de fizică - mecanică*, Ed. Meteor Press, București, 2004.
13. Fontaine G., Tomasino A., Lautrette M., *Physique 1res S.E.*, Ed. Nathan, Paris France, 1988
14. Holliday D., Resnick R., *Fizică (vol. I)*, E.D.P., București, 1975
15. Hristev A., *Probleme de fizică pentru clasele a IX-a – a X-a*, E.D.P., București
16. Ionescu Andrei Rodica, Onea Cristina, Toma I., *Fizică, manual pentru clasa a IX-a*, Ed. Teora, 1999
17. Landsberg G., *Cours elémentaire de Physique* (vol. I), Ed. MIR., Moscou, 1987
18. Mechtchersky I., *Recueil de problèmes de mécanique rationelle*, Ed. MIR., Moscou, 1973
19. Marinciuc M., *Fizică – probleme alese*, Ed. All, București, 1999
20. Rowell S., Herbert S., *Physics (CGSE)* Cambridge, Univ. Press, 1987
21. Sears F. W., Zemansky M. W., Young H. D., *Fizică*, E.D.P., București, 1983
22. Sexl-Raab-Streeruwitz, *Physik 2*, AHS Oberst, Korneburg, Austria, 1991
23. Sexl-Raab-Streeruwitz, *Physik 3*, AHS Oberst, Korneburg, Austria, 1991
24. Serway R.A., Faughn J. S., *College Physics*, Saunders College Publishing, U.S.A., 1995
25. Taffel A., *Physics - its methods and meanings*, Allyn and Bacon, Inc., U.S.A., 1986

Preț: 3,88 lei

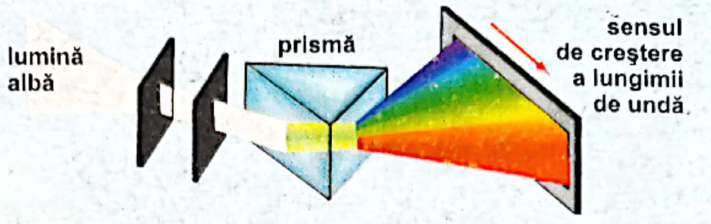


Fig. 1. Dispersia luminii albe prin prisma optică

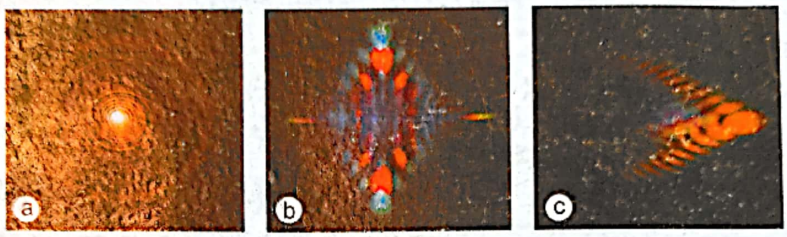


Fig. 2. Aberații ale lentilelor: a) aberația de sfericitate; b) astigmatism; c) coma.

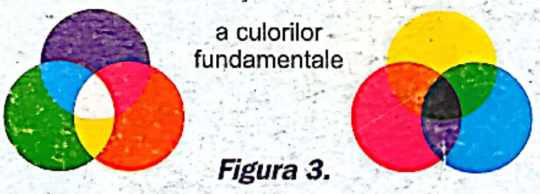


Figura 3.

Fig. 4. Culorile complementare.

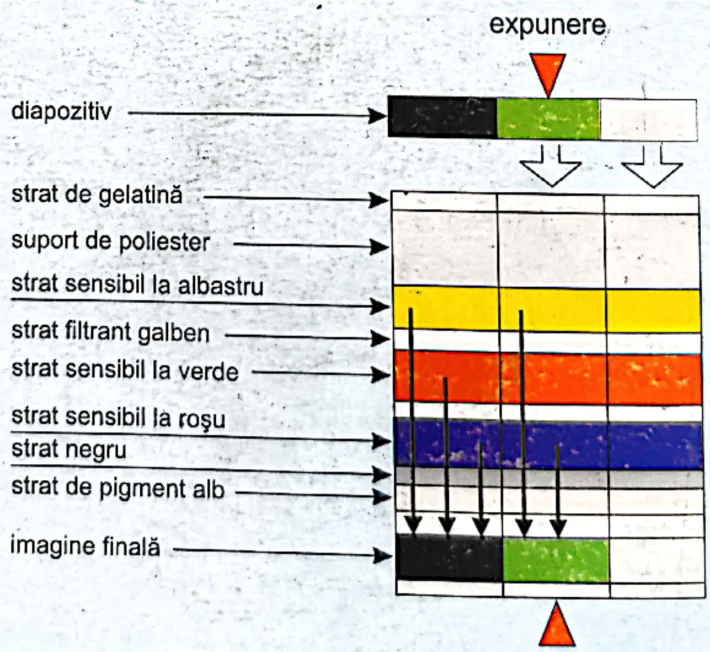


Fig. 5. Structura materialelor fotosensibile în culori.

ISBN: 973-649-145-5

Scanned with OKEN Scanner